Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

1.6.272

A

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

1.6.277
B I

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

II

ÆRARII PHILOSOPHIÆ MATHEMATICÆ TOMVS SECVNDVS,

IN QVO

Liber Sextus (secundus ex nostrà Methodo) elementaris de planis applicatus, &c.

ET

Epinomis Exodiorum horariorum, Sandalium, Cythara, Microcosmus, Arcus, Tympanum.

Indices viginti –

– Communes huic Secundo, ac Tertio Tomo vide in fine Tertij Tomi.

P.V
216

BONONIAE, Typis Io. Baptistæ Ferronij cum facultate Superiorum. Anno M.DC.XLVIII.

L.4.16

a 2

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

1.6.277

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

V. D. Andreas Cuttica Sacræ Pœnitentiariæ Rector, pro Eminentiss. ac Reuerendiss. Card. Ludouisio Arch. Bonon. & Principe.

Imprimatur F. Io. Baptista Spadius Magister, pro Reuerendiss. P. Inquisit. Bonon.

Ego Cæsar à Bosco in Prouincià Venetà Præpositus Prouincialis, potestate ad id mihi factà ab Adm. Reuer. Patre Vicario Nostro Generali Carolo Sangrio, facultatem concedo, vt Opus, quod inscribitur: *Ærarij Philosophiæ Mathematicæ. &c. Tomus secundus*, à P. Mario Bettino Bononiensi è Societate Nostra conscriptum, & trium Doctorum Virorum Nostræ Societatis iudicio approbatum Typis mandetur, si ita ijs, ad quos pertinet, videbitur.

In quorum fidem has literas manu nostrà subscriptas, & sigillo nostro munitas dedimus. Bononiæ die 6 Iulij anni 1645.

Cæsar à Bosco.

Locus † Sigilli.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

IN DOCTRINIS GLORIFICATE DOMINVM.

Isaiæ cap. 24.

Apud Cornel. à lap. in eum locum: Optimè, & plenissimè S. Thomas, Lyranus, & Sanchez, monētur hìc, inquiunt, viri apostolici vt glorificent Deum percurrendo orbem, docendoq; omnes gentes, etiam Indos in antris, & speluncis habitantes. &c. *Sept. Vatablus, & Pagnin. pro*: in doctrinis, *vertunt*: in vallibus. *alij*, in speluncis.

REGISTRVM.

a b c A B C D E F G H I K L M N O P Q R S T V X Y Z Aa Bb Cc Dd Ee Ff Gg Hh Ii Kk Ll Mm Nn Oo Pp Qq Rr Ss Tt Vu Xx Yy Zz Aaa Bbb Ccc Ddd Eee Fff Ggg Hhh Iii Kkk Lll Mmm Nnn
✠ A B C D E F G

Omnes sunt duerniones, præter G quæ est ternio.

ERRORES

Grauioris momenti aut nullos, aut correctos habes, Amice Lector.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

1.6.277

IV

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

POSTHVMÆ
MEMORIÆ
Illustrissimorum heroum Spectatissimæ Madruzziæ familiæ.

Vigilius Vescoui Protonotarius Apostolicus, Theologiæ Doctor, & Medij S. Gotthardi Archipresbyter.

VT fidem liberem (amice Lector) Authoris huius Ærarij, qua se quasi obstrinxit in epistola dedicatoria, vbi affirmauit seorsim ab epistola posterorum memoriæ tradendos aliquos præcipuos heroas Madruzziæ gentis, censui aliquos eorum hic apponẽdos. Occasionem hanc lubens amplector testandi apud posteros aliquam grati animi mei significationem erga Illustriss. ac Reuerendiss. Principem meum, cuius humanitati, ac munificentiæ mea omnia obsequia, & me ipsum debeo. Vtar oratione non calamistrata, ne fidẽ detraham candidæ veritati, quæ sola quæritur in breuibus hisce historicis memorijs.

Madruzzia familia iam à multis sæculis primæ apud Tridentinos nobilitatis apicem semper obtinuit, essentq; per infinitã retrò seriem innumeri enumerandi Proceres, ac Oppidorum Dynastæ, quibus illa splendorem suum longè, lateq; diffudit. Hìc ego nunc exordium ducam tantùm ab eo tempore (nempe ab anno 1530) quo apud Austriacos Principes plurimum existimationis, ac dignitatis cœpit obtinere.

Consanguiniratibus attingit Madruzzia familia maximos orbis Chtistiani Principes, Summos Pontifices, Imperatores, Reges, Duces, &c. Austriacos, Lusitanos, Saxonios, Sabaudos, Mediceos, Gonzagas, Borromeos, Vrsinos, Altempsios, &c.

Obtinuit, ac obtinet nobilissimos Principatus, Marchionatus, Comitatus, Toparchias, Dynastias Ducatuum, Prouinciarum, Exercituum à Summis Pontificibus, Imperatoribus, Regibus demandatas honorificentissimas Administrationes, Præfecturas, legationes, Nuntiaturas exercuit.

Cardinalatus, Episcopatus, Abbatias, Canonicatus, primarias aulicas dignitates, & plura alia dècora præfert. Quæ quidem omnia partim indicantur in minoribus gentilitijs Stẽmatibus hìc antepositis, quæ partes hìc sepositæ sunt totius, ac integri stemmatis Madruzzij, quod vidisti apud effigiem Illustrissimi, & Reuerendissimi Episcopi, ac Principis, cui dicatus est 1 To. hu. Ærarij Mathematici, partim etiam mox leges in symbolis, & memorijs Heroum Madruzziorum, quorum consanguineam hìc arborẽ antepos. aspicis. Ordinem sequar & propagationis, & notarum incisarum numerariarum.

I. Vbi sceptrum bellicum, & clauis aurea. Iohannes Gaudenzius Madruzzius insignitus est dignitate Supremi Cubicularij Principum Austriacorum, & Generalatu Militarium copiarum vniuersæ Tridentinæ ditionis. Vir fuit eximiæ prudentiæ in rebus maximi momenti strenuè gerendis.

II. Vbi tuba laureata. Aliprandus Madruzzius Gaudenzij primogenitus. Qui plurimùm gratia pollebat apud Carolum V Imperatorem.

Stre-

Strenuum ſpecimen. bellicæ fortitudinis præbuit tum in prælio ad Cereſolum in Pedemontana regione, tum in bello contra Proteſtantes. Vlmæ obijt extremum diem ætate iuuenis, pręclarè geſtis ſenex.

III. Vbi gladius cum ſcuto. Nicolaus Madruzzius Gaudenzij ſecundogenitus. Supremus Equitum Theutonicorum magiſter in Italia pro Carolo V Imperatore, & Philippo ſecũdo Hiſpaniarum Rege. Huic Nicolao commiſſa eſt cum ſuprema militari poteſtate honorifica cuſtodia Oecumenici Concilij, quod Tridenti celebratum eſt.

Religioni, & ſacro cætui tutandis militare ſcutum conſecrauit.

IV. Vbi galerus Cardinalitius, Mitra Epiſcopalis, Corona Principalis. Chriſtophorus Madruzzius Gaudenzij tertiogenitus Tridentino, Brixinenſiq; Epiſcopatibus, ac Principatibus inſignitus. Mox auguſtiſſimo Cardinalium Collegio à Paulo III Pontif. Max. adſcriptus eſt. Huic debet Tridentina Ciuitas quod dignata ſit honore, ac cætu Sacroſancti Oecumenici Concilij, cuius etiam primæ ſeſſioni ſub eodem Pontifice Paul. III in ſua Tridentina Baſilica, ac iterum ſub Iulio III interfuit. Vir fuit ſummæ in publicis negotijs, & adminiſtrationibus pru-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

dentiæ. Magnanimus, & munificus totam Europam sui famà impleuit. A Marcelli II, & Pij IV lateribus Legatus suprema cum auctoritate Picenum, & Romandiolam Prouincias prudētissimè administrauit. Mediolani supremus Gubernator arcem in summa rerum angustia nutantem, amoto custode, proprij consilij, & vigilantiæ munimentis Regiæ ditioni confirmauit. Fuit etiam Episcopus Portuensis, vnus è septem Cardinalibus Episcopis Pontificem summum consecrātibus. Romę obijt eodem annorum recurrentium, quo natus est, die, ac sepulcrum habet in sacra Æde Sancti Onophrij.

Prædictis plura, & egregia de hoc heroe iam vulgata vide, Lector, apud Illustrissimum Equitem Ioan. Antonium Petramellaram de summis Pontific. & Cardinalibus, num. 18 sub Gregorio 13, pagina 23.

V. Vbi tympanum inscriptum literis, & notis musicis. Iohannes Federicus Madruzzius Marchio Callesij, & Comes Auij eàdem suprema militari Præfectura, qua Nicolaus eius Pater, insignitus. Eius tympani bellici membrana literata est, quia heros ille Marti Musas adiunxit. Fuit enim non minus bellicà prudentià, quàm in omni scientiarum, & liberalium artiū genere spectatus. Musicorum modorum, &

lin-

linguarum Hebrææ, Græcæ, Italicæ, Germanicæ, Hiſpanicæ, Gallicæ, in primis Latinæ ſcientiſſimus. Regiam ſibi Bibliothecam inſtruxit in Oppido ſuo Iſſognio. Semper abſtemius: verborum, ac riſus parciſſimus: aſſiduis doctarum literarum laboribus addictus: pietatis, ac religionis cultor eximius.

Vxorem accepit Iſabellam Chiallantiam filiam Renati Comitis Chiallanti nobilitate, ac opibus primarij inter Dynaſtas, ac Proceres Pedemontani Ducatùs. Ex hoc nobiliſſimo matrimonio plurimùm ſplendoris, ac opum acceſſit ad Madruzziam familiam. Cùm enim Iſabella Chiallantia vnica eſſet parentum hæres, Madruzzij Dynaſtæ obtinuerunt comitatũ Chiallanti, Toparchiam Amarellæ, Dynaſtias Granę, Verrezzi, Iſſogni, Caſtellioni, Veſſelli, Sancti Marcelli; quæ Oppida, & Ditiones in Valle Augustà ſunt. Ac præterea Valengini Principatum prope Bernam Heluetiorum, Dynaſtiam Boſfermontij in Lotaringia, Toparchias Mõtalti, & Setemij, & Ceremæ in Pedemontio; præter plurimum & agrorum, & palatiorum prope Caſale.

Eadẽ Iſabella Federici Madruzzij vxor matrem habuit Mẽtiam filiam Dionyſij Ducis Bragantiæ, & Conſobrinam duarum Sororum, ac

filia-

filiarum Emmanuelis Regis Lusitaniæ, quarum altera Beatrix vxor fuit Caroli Ducis Sabaudię, altera Isabella vxor Caroli V Imperatoris.

Renatus verò pater Isabellæ Chiallantiæ fuit Eques Ordinis Sancti Mauritij, & Magnus Sabaudiæ (vt vocant) Mareſciallus, quin & vniuersi Sabaudici Ducatus Gubernator, quo tempore Dux Sabaudus in Belgio diuersabatur.

Comites verò Chiallantij originem trahunt à Saxoniæ Ducibus, quorum vnus Aleramus nomine, sub Othone III Imperatore creatus est primus Marchio Monferrati, Gottifredus verò filius Alerami ab Henrico Imperatore insignitus est Vicecomitatu Magnæ Vallis Augustæ, cuius longitudo biduanum iter obtinet, & cuius nunc potiora saltem Oppida possident Madruzzij Comites Chiallanti. Itaq; vt redeamus ad Federicum Madruzzium, heros ille, ductà Isabella Chiallantià vxore, præter opes, & oppida, contraxit etiam affinitates, & consanguinitates Imperatoriam, & Regiam, vt prædictum est.

Deniq; apud Pium, & Sixtum quintos, & Gregorium XIII Pontifices Maximos Oratoris Imperialis honorifico munere, ac vita Romæ perfunctus est.

VI. Vbi pugio inter claues Pontificias. Scilicet

licet

VIII

licet nobilitati familiæ Madruzziæ nec deest etiam consanguinitas Pontificia. Nam fortunatus Madruzzius Secundus Nicolai filius vxorem habuit Vrsulam Altempsiam filiam Sororis Pij IV Pontificis Medicei, & consobrinam Sancti Caroli Borromæi. Dotis nomine accepit Marchionatum Suriani in agro Piceno. Equidem nihil honorificentius accidisse arbitror Madruzziæ familiæ, quàm quod sanguinis Madruzziæ nobilitas affinitate Sancti Caroli consecrata est.

VII. Aliprandus Madruzzius tertius Nicolai filius Ecclesiæ Tridentinæ, ac Salzburgicæ Canonicus, ac Tridentinæ quidem etiam Decanus. Sacris ædibus extructis, & splendidè instructis magnanimæ suæ munificentiæ reliquit monumenta, quasi quædam documenta quasnam in res Ecclesiasticæ pecuniæ impendendæ sint.

VIII. Ludouicus Madruzzius quartus Nicolai filius Tridenti Episcopus, Princeps, & Cardinalis, vir genere omni doctrinarum excultissimus. A latere Pontificio Legatus Pragam ad Imperatorem Rodulphum, & à Gregorio XIII Augustanis Comitijs Præfectus. Germaniæ, atque Hispaniæ Protector. Hæreticæ prauitatis Supremus Inquisitor. In electione Clementis VIII ne ipse in Pontificem Maximum eligeretur

tur

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

tur ſola ei ſua magnitudo repugnauit. Romæ, vbi Pontificatum promeruit, obijt.

IX. Gaudẽzius Madruzzius Fortunati filius. Militaribus ſupremis honoribus, dignitatibus, præfecturis cumulatiſſimus in bellis Pedemontanis, Monferratenſibus, Vngaricis. Vir animo, ſumptibus, & familia ſplendidis, ac regijs. Primam vxorem duxit à Ducibus Vrſinis, ſecundam è Gonzaga familia nobiliſſimas. Vita functus ſine maſcula prole. Martij nominis famà etiam poſt mortem ſpirat.

X. Emmanuel Renatus Madruzzius filius Iohannis Federici, Martis, & Muſarum ſtudioſus, Martẽ in Belgicis, & Sabaudicis bellis præſtitit. Muſas excoluit Chiallanti ſua in ditione. Mathematicas diſciplinas, hoc eſt verè nobiles, ac regias ſcientias in delitijs habuit, earumque non vulgarem cognitionem adeptus eſt. Domi hoſpites, & menſæ ſuæ commenſales peregrinos, & religioſos viros etiam numeroſos pientiſſimus heros adhibebat. Temporis aliquando ſuperuacui honeſtè fallendi gratià pictoriæ arti ſuccisiuam operam dabat, in qua mirè etiam excelluit. Sed nullum præſtantius ab eo ſimulacrum prodijt, quàm filius Carolus Emmanuel paternarum virtutum viua, & vera effigies.

XI. Carolus Madruzzius alter filius Iohannis

nis Federici; Tridenti Episcopus, Princeps, & Cardinalis. Temporis, ac iustitiæ momenta omnia expendebat: quæ duæ res etiam oculatissimos facillimè fallunt. A Pauli V latere legatus in Ratisbonensi cætu præclarum specimen dedit prudentiæ, ac dictorum, factorumque constantiæ. Doctorum virorum amantissimus, & munificus Protector. Singulari fuit animi modestia, qua tanto maiores laudes assecutus est, quanto eas magis refugiebat. Meritis eius laudabilius fuit laudes refugere, quàm laudari. Romæ, vbi obijt, iacet quartus è Madruzzia familia, qui Pōtificiam eam vrbem etiam post mortem incolunt, ac ornant.

XII. Vbi lilium inclinatum. Victor Gaudenzius Madruzzius secundogenitus Emmanuelis Renati Madruzzij. Patri successit in Theutonicæ militiæ Magistratu, & præfecturà; quam tamen militarem dignitatem non exercuit in ipso primæuæ iuuentutis flore mortis falce succisus. Cùm eo spes ingentes extinctæ. Sine masculo hęrede mortuus anno 1632. Eius laudes hoc vno breuissimo compendio complexas habes: scilicet, frater fuit adhuc viuentis Caroli Emmanuelis.

XIII. Vbi augustissimum veteris Testamenti Propitiatorium. Carolus Emmanuel

Madruzzius primogenitus Emmanuelis Renati Madruzzij, Tridenti Epiſcopus, & Princeps, Comes Chiallanti, Auij, &c. Supremum nunc virile germen, & ſummus apex Madruzziæ familiæ.

Quem vt noris, admireris, ames, ac venereris, ò amica poſteritas, lege, amabo, Epiſtolam dedicatoriam primi Tomi Ærarij huiuſce Mathematici, in quà digniſsimus ille Princeps ſub ſymbolo auguſtiſsimi antiqui Propitiatorij Hieroſolymani deſcribitur. Eius effigies ante Dedicatoriam præfert ætatem annorum 44.

ÆVITERNÆ MEMORIÆ SACRA HÆC SVNTO.

AMI-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

AMICO LECTORI

Frater Ioannes Baptista Riccius Carmelita Bononiẽsis Sacræ Theologię Doctor Collegiatus, Mathematicarum scientiarum publicus Lector in Archigymnasio Bononiensi.

Breuitas, vtilitas, necessitas methodi ab Ærarij Authore instituta in elementis Geometricæ Philosophiæ.

ANtiquam methodũ elementariam in Geometrica Philosophia huius Ærarij Author non solum non reprehendit, sed summopere laudat; & citationes omnes semper facit iuxtà Methodum antiquam. Quoniam verò Ærarium hoc extruxit præcipue in gratiam Chinensium Philosophorum admirantium, & auidissimè appetentium elementa, & vlteriora nostrę Geometriæ theoremata; & Chinensibus deest copia librorum geometricorum in Chinensem linguam translatorum, visum est factu optimum, si breuiore alia, & iucundiore methodo exponerentur ea ex Elementis geometricis, quæ plurimum varijs, & eximijs vsibus inseruirent.

In duo pręcipua genera proportionales quantitates diuidi solent. Alterum genus est proportionum rationalium, alterum irrationalium. Rationalis proportio est quæ numeris exprimi potest, irrationalis quæ numeris exprimi nequit, & complectitur lineas, planas & solidas figuras incommensurabiles.

De vtroq; genere proportionatæ quantitatis elementa sunt apud Euclidem ita concinnata, vt post sex priores libros de figuris planis, earumq; proportionibus, antequam

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

ad solidas figuras gradum faciat, interponat libros aliquot arithmeticos pro, & de incommensurabilibus præsertim lineis. Quæ quidem incommensurabilium interiectio, vt plurimum (teste rei experientia) lassat animos discentium, ac pleriq; sunt, qui molestiam illam non vorent, sed ab ea vorentur, nec supersint, vt admiranda, & iucunda de solidis figuris saltem attingant.

In hoc ærario proportio rationalis, etiam in solidis seorsim ab irrationali.

Censuit igitur Author Ærarij Chinensibus proponendum alterum proportionalis quantitatis genus seorsum ab altero, ne alterum alteri cum detrimento discentium incommodet. Itaq; priore loco proponit elementa de planis, & solidis ad proportionem rationalem spectantia, quę duobus, seu tribus hisce Tomis absoluit. In locum vero posteriorem reijcit spectantia ad irrationalem, & ad incommensurabilia.

Cur à primo ad sextũ elemẽtũ.

Præterea, quoniam in antiqua, & vsitata (& ab Ærarij Authore laudata) methodo circà sex libros de figuris planis, inter primum, & sextum libros (in quibus admiranda, & præcipua vsu, ac iucunditate latitant, & produntur) intercedunt reliqui quattuor libri, (qui non sine molestia detinent spes auidas discentium) pretium operę arbitratus est, ac prouidit vt Tyrones à primo immediatè ad sextum elementorum gradum facerent, quoniam id fieri poterat sine scientiæ vlla deficientia, expositis post primum, & antè sextum solis definitionibus libri quinti. Hac enim sua Methodo expertus est Author Ærarij, dum publicè Mathematicas scientias doceret, breui temporis, & scientiæ compendio Mathematicarum scientiarum studiosos adeo iucunditate Vsuum, ac Theoriarum, quæ deducebat ex propositionibus libri sexti, fuisse illectos, vt sine vllo tædio deinde percurrerent reliqua, quæ in quattuor intermedijs libris demonstrantur.

Consonãtia libri primi cum sexto.

Consonantia etiam plurium propositionum libri primi cum propositionibus libri sexti concinnè vtrumq; inter se immediatè committit. Confer inter se, ac vide similitudinem in libro 1 propositionum 9, 10, 23, 35, 36, 37, 38, 42,

43,

43, 44, 45, 47, cum libri 6 propositionibus 9, 10, 18, 24, 25, 31.

Quid si (permissà cuilibet suà sententià, & antiquà methodo etiam ab hoc Ærario non exclusà) non modo breuitas, vtilitas, iucunditas, sed & necessitas sit instituendæ methodi, quàm Author Ærarij proposuit? Hęc non tam illius, ac nostra, quam doctiorum interpretum, & expositorum Elementariæ huiusce Philosophiæ sentẽtia est & verbo, & vsu ab ipsis comprobata. Qui censent cognitionem de proportionibus linearum, & figurarum planarum necessario prẹmittendam libris inter Primum, & Sextum positis. Vide huius veritatis testimonia, & exempla in Ærario cùm alibi, tum in § 1 ad lib. 4. & in 5 extremo ad lib. 5. Sæpius habes ad varias propositiones librorum 2, 3, 4, 5 indicata commoda nouæ huius elementaris methodi.

Necessaria cognitio proportionum ante 2, 3, 4, 5 libros.

Antiquorum exẽplo, & iuxta vsum in geometricæ philosophiæ demonstrationibus, in quibus aliqua (ne incommodent prẹcipuæ demonstrationi) seponuntur lemmatum loco post demonstranda, etiam Author Ærarij præcipua Elementa præponit, nempe libros 1, & 6, & si quid aliquãdo, ac rarò, superest quod quasi suppositum sit è reliquis libris inter primum, & sextum intermedijs, post sextum propositiones reliquorum librorum, lemmatum loco, seponit; præsertim ex lib. 5, in quo per numeros demonstratæ propositiones non egent vlterioribus propositionibus; vel si qua semel è libro 3 citetur, ea demonstratur è lib. 1 antepositio.

Antiqua de more quasi lẽmata postposita libro 6 aliqua lib. 5.

Habes ex hactenus dictis consilium methodi ab Authore Ærarij vsurpatæ pro Chinensibus, atq; etiam pro nostratibus Europæis, si qui vti velint; sin abnuant, habes & hic libros omnes de planis figuris antiquæ methodo reponendos. Aequum præterea fuit, vt sine longiore mora in intermediorum librorum explicatione habeant Tyrones praxeωn aliquarum in lib. 1 exhibitarum perfectas, quas Author Ærarij in hoc libro adducit, demonstrationes.

In lib. 6 demonstrationes aliquarum praxeωn in li. 1.

At enim obijcies, quæ ista breuitas est, quæ præ cęteris li-

librũ Primum, & Sextum producit in molem duorũ, ac etiã triũ Tomorum? Respondeo, methodi breuitatem non confundendam cum rerũ copia, quę proponitur, in qua lubitũ est cuiq; (si nolit omnia) seligere, quæ magis arriserint. Via ipsa compendiaria est, licet in compendio viæ plura diuerticula indicentur pro publicis Lectoribus ad condimenta elementorum. Quid breuius, quã post elementum 1 inducere Tyrones ad Theorias, & vsus eximios proportionum, & à planis ad solida gradum facere, sine alia mora in alijs, quæ minus iucunda, minusq; vtilia sunt, & rectè licet in locum posteriorem reponere?

Copia rerum in breuitate Methodi.

Interim ego ingentes gratias ago, ac plurimum debere me profiteor huius Ærarij Author, quod Mathematicas meas lectiones frequentissima Auditorum corona excepit. Expertus enim sum quam iucundè Tyrones à nobis audiant Euclidianas propositiones, dum eas ex huius Authoris Apiarijs conditas expono, scilicet ope indicis in duodecimo Apiario appositi. Quid ergo fiet cum Euclidẽ non solum ex Apiarijs, sed etiam ex huius Ærarij diuitijs vndiq; ornatum, & illustrem meis Auditoribus proponam?

Applicationes in Aerario p vtiles frequentia auditorum.

Permirum verò est hominem semper afflictæ valetudinis, ac ætatis iam occasantis Scientificas plurium Tomorum lucubrationes partim expositas, partim indicatas in duo, vel tria volumina cogere, & sub prælo ante natas, quam animo conceptas publicæ luci eniti potuisse inter corporis ęgritudines, inter illatas animo iniquissimas molestias, inter bellicos tumultus, & sacrilegas coniurationes circa innocẽtis patriæ fines fœdissimè grassantes, inter quotidiana molestissima nuntia vicinarum (licet in hostes) cladium, latrociniorũ, incendiorum, & ab hostibus sacrilegiorũ cælestes iras, & vltricia pro læso Numine barbarorum arma prouocantium, canente interim Lucano.

Bella geri placuit nullos habitura triumphos,

& succinente Horatio:

Quidquid delirant Reges, plectuntur Achiui.

Sed interim ego Cælum exoratum velim, vt Ærarij huiu-

huiusce geometrici Authori amico, & conciui meo pacata diu tempora, & vitam publico bono dicatam proroget, & auxiliarios literariæ rei Amicos prouideat. Quales olim expertus est, & in monumentum grati animi posteritati à me nominandos indicauit. Vnus est Adm. R. P. Iosephus Feurstainus Collegij Tridentini Soc. Iesu Rector, cuius magnanimæ liberalitati primam suorum Apiariorum editionem debet Author. Cuius viri modestiæ inuisas laudes inuitus hìc sileo. Alter est Dominus Bartholomæus Proualius vir in Mathematica, præsertim machinaria, & in ciuili, ac militari Architectura ingenio, manuq; plurimũ pollens, qui numerosam illam, & speciosam figurarũ, quæ in Apiariorũ Mathematicorum vtroq; Tomo visuntur, varietatem, & Exodiorum schemmata in fine secundi huiusce Tomi, ad huius Authoris mentem aptè admodum delineauit. Dignus, qui publici Bononiensis Ærarij est incola, etiam Ærarium hoc scientificum laudato nomine incolat. *Grati animi monumẽta.*

Inter auxiliarios Amicos colloco illos etiam, qui candidè, nec precario pronunciarunt honorifica iudicia de hactenus editis ab huius Ærarij Authore. Nihil enim maioris axilij, ac virium est magnanimis animis bono publico laborantibus, quàm audire literarios suos labores viris doctis, & probis probari, & cum laude publicè prodesse. *laudata virtus crescit.* Præter honorificam viri doctissimi gratulationem, quam habes, Amice Lector, in præfatione ad quartam Apiorum editionem, lubet hic apponere sequẽtia verba vt iacent in litteris Duaci 24 Iunij 1646 huc Bononiam ad amicum scriptis à viro scientijs omnibus ornatissimo, quas publicè iamdiù profitetur, quiq; annis pręteritis Mathematicas (nunc Theologicas) scientias summa cum laude docebat: *Habet R. Vestra illic R. P. Bettinum mihi ex operibus satis notum, à quo facilè amœniores Mathematicæ partes possit discere. Eum mihi, licet aliunde non notum, vel communi Mathematici nomine plurimum saluere iubeo, & de ingeniosis inuentis à me sæpius examinatis, & publicè propositis gratulari.* Potuisset & compati, si doctissimus ille vir, ac quicumque

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

huius Ærarij Authorem amant, ſcirent, aut animo concipere poſſent quantũ valetudinis, ac temporis (quo egeret ad alias lucubrationes literarias perſcribendas) cogatur impendere in rebus planè mechanicis curandis pro typographia, & figuris incidendis, & alijs apparandis, & vrgendis, & vitandis contrà ignauiam, & ſupinitatem eorũ, ad quos hæ curæ ſpectant indignæ homine ad altiora, & vtiliora facto. Coactus eſt Author, auxilijs vndiq; deſtitutus, vnus ſubire onera omnia Typographię: *tantus amor partũs*, cui mater ipſa cogitur obſtetricari.

Vale, Amice Lector, & meliora, & correctiora in hoc Secundo, ac Tertio, quàm in primo Tomo, auido, ac beneuolo animo perlege.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

TOMI SECUNDI ÆRARII Philosophiæ Mathematicæ PARS PRIMA.

A Definitionibus ad Propositionem 16.

Elementorum Geometricorum Liber Secundus ex nostra methodo, sextus ex veteri.

DEFINITIONES.

I.

1 SImiles figuræ rectilineę sunt, quę singulos angulos æquales habent, & latera circa æquales angulos proportionalia. *Cuiusmodi sunt propos. 4. triangula ABC, DCE.*

§. I.

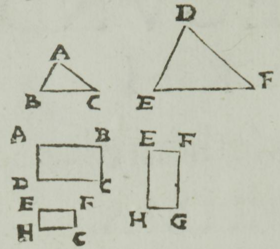
SCHOLION I.

De figuris non solum similibus, sed etiam similiter descriptis.

FIguræ aliquæ dicuntur non solum similes, sed etiam similiter descriptæ super aliqua recta lineâ. Quemadmodum in hoc li. 6, p ropos. 18. Quid sit figuras esse non solum similes, sed etiam similiter descriptas accipe à Clauio ad cit. prop. 18.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Quæ figuræ sint etiam similiter descriptæ.



Dicuntur autem rectilinea super lineas rectas descripta esse similia, & similiter posita, quando anguli æquales constituũtur super ipsas rectas lineas, & tam reliqui æquales anguli, quàm latera proportionalia sẽper ordine se se consequuntur. Vt triangula ABC, DEF non solum erunt similia, sed etiam super rectas BC, EF similiter descripta, si anguli B, C æquales fuerint angulis E, F; & ita sit AB ad BC, vt DE ad EF. &c. At supra rectas BC, DE non dicentur similiter esse descripta (quamquam similia sint) cùm anguli B, C non sint æquales angulis D, E. Similiter rectangula AC, EC similia, dicentur similiter esse descripta super rectas DC, HC, quoniam vt AD ad DC; ita est EH ad HC, &c. At vero rectangula AC, EG non dicentur similiter descripta super rectas DC, HG, quamuis sint similia, vt manifestum est. Eadem tamen similiter erunt descripta super rectas DC, EH, vel super rectas AD, HG.

SCHOLION II.

HAec definitio est, quatenus per eam indicatur quæ nam rectilineæ figuræ similes significentur, & quas habere debeant conditiones. Quatenus verò pertinet ad veritatem demonstratam, quod scilicet figuræ rectilineæ æquiangulæ sint etiam proportionalium laterum circa æquales angulos, hoc est, sint similes, hoc modo fit propositio, quæ demonstratur in, & ex 4 prop. huius.

II.

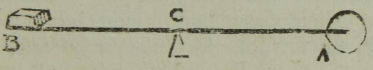
Reciprocæ figuræ sunt, quando in vtraque figura antecedentes, & consequentes rationes sunt. *Vt propos. 14. sunt figuræ ADBF, BECG, in quibus antecedentes sunt DF, GB, consequentes BE, BF. & propos. 15. triangula ABC, ADE. in quibus antecedentes sunt CA, AE; consequentes AD, AB.*

§. I.

PRAXIS

... Definitionis secundæ in æquiponderantijs philosophiæ Machinariæ.

V*Idenos in Ap.* 4. *Prog.* 2, *hypothesi* 2, *vbi docemus sequentia*: In philosophia Machinaria hypotesis est, quam fulcit etiam physica passim experientia, ex Aristotele Mechan. quæst. 3. vbi habet: Quod motum pondus ad mouens, longitudo patitur ad longitudinem. & Archimedes post Ar. prop. 6, & 7 de æquiponderantibus: Magnitudines in grauitate commensurabiles æquiponderant, si permutatim suspendantur in distantijs secundum grauitatis rationem constitutis. Post hos Guidubaldus prop. 1 de vecte: Potentia sustinens pondus vecti appensum eandem ad ipsum pōdus proportionem habet, quam vectis distantia inter fulcimentum, ac ponderis suspensionem ad distantiam à fulcimento ad potentiam interiectã. Idest breuiter, ac geometricè loquēdo: Vt distantia ad distantiam, sic reciprocè pondus ad pondus, siue ad potentiam. Vt scilicet iuxta definitionem 2 huius sexti li. Euclidis, ex alterutra parte vectis ab hypomoclio diuisi quasi in gemina figura, sint antecedentes, & consequentes rationum termini. Exempli causa in primà formà vectis, vt AC ad BC (distantia ad distantiam) sic B pondus ad A potentiam.



Vt distãtia ad distantiam, sic pōdus ad pōdus, vel ad potentiam reciprocè &c.

SCHOLION I.

C*Irca reliqua duo genera vectium exempla reciprocationis, & alia notanda vide in cit. Ap. Satis hæc hìc nunc ad Euclidem pro Tyronibus.*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§.II.
VSVS, & applicatio

Defin. secundæ Eucl. pro theorica stateræ, ac libræ in commercijs, & iustitia commutatiua.

IN rerum aliquarum venalium commercijs tota iustitiæ commutatiuæ ratio videtur posita esse in reciprocatione geometrica huius 2 defin. applicatà, & efficiente æquilibrium in stateris, & libris, quibus venalia aliqua è pondere spectantur. Vide nos in cit. Ap. 4. Prog. 2. prop. 3, & Lemm. & corollar. Nos conuersam Archimedi hanc facimus: Quæ æquiponderant habent se reciprocè. *vide ibi apud nos explicationem.*

In iustitia commutatiua æquipõdia quomodo sit vsus geometricæ reciprocationis.

In venalibus ponderosis, ac ponderandis quæritur vt petenti, atq; ementi detur quantitas determinata rei venalis, ac ponderosæ. Ea vero quantitas exploratur, & inuenitur per æquiponderantiam, quæ fit per reciprocationem ponderum, & distantiarum inæqualium in statera; in libra verò per reciprocationem distantiarum, & ponderũ æqualium. Vide huius applicatæ reciprocationis theoricen, ac demõstrationes vnà cum suis figuris in cit. prop. 3. vbi iucundum est nosse, quì faciat satis, & geometricè debitum, ac suum cuiq; tribuat Iustitia, quæ lances pingitur sustinere. &c. Interim habes hic indicatum quanti ponderet geometrica Euclidianæ definitionis reciprocatio.

§.III.
SCHOLION II.
De rectangulis æqualibus reciprocis.

IN corollarijs prop. 2. Prog. 10, Ap. 3 ostendimus vsum geometricum huius 2. definitionis. Hic exemplum omittimus, quia supponũt ea corollaria 16 prop. huius lib. 6

In schol. verò 2 post cit. prop. 2. nostram dum dicimus posse aliter à nobis demonstrari propos. 14. huius lib. 6. Eucl. intellige eam demonstrationem non esse apponendam nisi post 16. prop. Eucl.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

III

Extrema ac media ratione linea recta secari dicitur, quando est vt tota ad maiorem portionem, ita maior portio ad minorem. *Hæc sectio demonstrata est prop. 11. lib. 2, in qua linea AB in H extrema, ac media ratione secta est, estque vt recta AB ad maiorem portionem AH, ita maior ad minorem BH. Demonstrabitur etiam lib. 6. prop. 30.*

IV

Altitudo cuiusque rectilineæ figuræ est perpendicularis, quæ à vertice ad basim ducitur. *Vt propos. primâ triãgulorum AHB, ABD, ADL altitudo est perpendicularis AC.*

V

Proportio ex proportionibus componi dicitur, quãdo proportionum quantitates inter se multiplicatæ, aliquam efficiunt proportionem. *Vt ex proportione dupla, & tripla componitur sextupla: nam denominator duplæ 2 ductus in denominatorem triplæ 3, facit 6. sunt autem ipsi denominatores quantitates proportionum.*

His appone, seu præpone definitiones ante librum 5, quas habes in 3 parte huius 2 Tomi.

§.I.

SCHOLION I.

Explicata, & asserta quinta definitio.

1 P*Ater Christophorus Griembergerus in suo Euclide ad hanc defin. sic:* Ratio duarum magnitudinum dicitur composita ex tot rationibus, quot inter easdem continuanrur. hoc est si *(in appositis literis ABCD)* inter A, C intercedat B, pro- *Proportio composita quæ nam.*

portio

portio A ad C dicitur composita ex ratione A ad B, & B ad C, siue huiusmodi rationes sint eædem (vt requirit definitio 10 lib 5) siue non. Eademq; ratio A ad D componi dicitur ex rationibus A ad B, B ad C, & C ad D, propterea quod dictæ rationes inter terminos A, D, continuentur per interiectos terminos B, C;

Antiquissima hæc quinta definitio.

Definitiones geometricæ aliquæ docẽt quid rei significetur.

Veritas rei per definitionem significatæ demõstratur post definitionẽ.

Exempla prædictorum.

2 *Aliquibus non admodum probatur hæc quinta definitio, & suppositititia, nec legitima geometricorum horum elementorum, ac potius theorema demonstrandum, quàm definitio reputatur. Mihi verò qui eam improbant non probantur. Nec est pro Philosophia Geometrica, cui pro inconcussis fundamentis hæc elementa supponuntur, eorum fidem tam facilè eleuare, aut firmitudinem concutere. Patet ex ijs, quę Theon affert elucidandæ, & confirmandæ huic 5 definitioni, eam cęteris hisce geometricis elementis antiquitate parem esse, ac antiquis Geometricæ Philosophiæ Scriptoribus, & Doctoribus tot sæculis fuisse probatam. Nam quod demonstratione firmanda videatur, nihil id officit, quo minus etiã sit definitio. Nec insolẽs est in Geometricæ Philosophiæ his elementis inter definitiones collocari aliqua, quæ suis locis demonstranda sunt. Definitio enim tantùm aperit quid rei significetur, vt hìc quid intelligendum sit pro ratione composita, scilicet eam, quæ proditur à denominatore producto ex denominatoribus intermediarum proportionum inter se multiplicatis Quod vero eiusmodi cõposita proportio fiat ex multiplicatione denominatorum intermediorum rectè etiam demonstratione peculiari confirmatur.*

3 *Quemadmodum in definitione 11 lib 3.* similes circulorum portiones definiuntur eæ, quæ capiunt æquales angulos, aut in quibus anguli æquales consistunt. *At quì constet Tyroni eas circulorum portiones ex inclusione angulorum æqualium esse similes? Ideo breui etiam demonstratione, à nobis in 3 parte huius 2 tomi, cum ad eam ventum erit, demonstrabitur. Sed nimirum Geometræ Doctori defin. 11 satis fuit promere, ac definire quid intelligatur in Geometrica Philosophia per nominatas similes circulorum portiones, indicari nempe illas, in quibus anguli æquales, &c. Paria prædictis habes etiam à nobis indicata in schol. 2. ad definitionem 1 huius, de figuris rectilineis similibus.*

Paribus modis etiam ante lib. 5, modi illi geomètricè inferendi à proportionibus permutatis, perturbatis, conuersis, compositis, diuisis, ordinatis, &c. ponuntur inter definitiones, quatenus in eius libri vestibulo exponitur quid rei significetur per verba modos illos argumẽtandi significantia. Tamen singulæ illæ geometricè inferendi formæ, vt constet eorum veritas, & firmitudo, peculiari geometrica demon-

stra-

ſtratione confirmantur in theorematis li 5. Ac quemadmodum interpretibus Geometricis ſatis eſt inductione in numeris oſtendere, & exponere vtcunq; earum definitionum veram enuntiationem ante theoremata earum confirmatoria; ſic prudentes veteres Geometrici elementarij Philoſophi ſufficere arbitrati ſunt in hac quinta definitione docere ſub nominibus numerarias operationes indicantibus quid ſit compoſita proportio

4 Ac prudenter eàdem operà indicant modum conficiendi, atque agnoſcendi compoſitam proportionem, ſimulq; oſtendũt compoſitam proportionem confici, atque intelligi debere pro multiplicatione, & producto (non pro adregatione, vel compoſitione, vel ſummà ex additione) facto per multiplicationem intermediarum proportionum. & c.

Definitio 5 prudenter docet modũ cõficiẽdi, & cognoſcẽdi cõpoſitam proportionẽ.

Hic igitur etiam ſub forma arithmeticà operationibus, & cognitionibus compoſitarum proportionum perutili indicatur, & explicatur id, quod deinde Euclides vſurpat in geometrico exemplo demonſtrationis ad propoſ. 23 huius lib. 6. Ibi alia huc ſpectantia apud nos legito. Quare ob prædicta cenſemus hìc non diſcedendum a veterum Geometrarum ſententia, qui hanc definitionem hìc aſſeruerunt, explicarunt, ac deinde etiam (vt dictum eſt in defin 11. lib. 3. & in alijs li. 5) demonſtratione peculiari confirmarunt, ſine detrimento definitionis. &c.

§.II.

SCHOLION II.

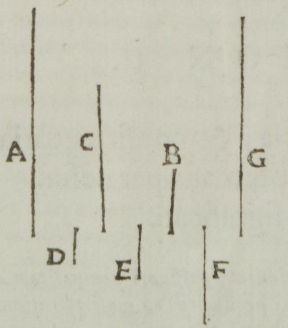
Demonſtratio explicatoria, & confirmatoria Theorematis, ſiue Problematis, per defin. 5 huius lib. 6 ſignificati.

Qvoniam conſtat per definitionem ſignificari compoſitam proportionem eam eſſe, quæ producitur ex multiplicatione denominatorum intermediarum proportionum, nunc demonſtranda res ipſa eſt ſignificata, ideſt productum ex ea multiplicatione denominatorum intermediarum proportionum eſſe denominatorem compoſitæ proportionis. Omitto demõſtrationes alio-

rum

rum antiquorum Theonis ad hanc defin. ac Vitellionis lib. 1. prop. 13 Optic. ac etiam ipsius Eutocij, quam alibi habet lib. 2 Arch. de sph. & cylind. theor. 4, ac appono eius eam, quæ est ad proposit. 11. li. 1 Conic. Apollonij. Eam, inquam, bona fide vt apud suum Authorem iacet, apponendam hìc censeo, quia & breuior, & apertior ab eo est, quàm ab alijs, qui suo arbitratu eam permutarunt. Ante, ac post eam verba aliqua sunt Eutocij, quæ verbis huius defin. 5, lucem afferunt, & tuentur morem magnorum Geometrarum veterum vtentium arithmeticis probationibus etiam in Geometricis demonstrationibus. Cuius rei exemplum aliquod est etiam apud ingeniorum Phænicem Archimedem. Igitur Eutocius primò explicat quid à definitione 5 significetur nomine quantitatum in proportionibus. Per quantitatem intellige numerum, a quo proportio ipsa denominatur. In multiplicibus quidem quantitas erit numerus integer, in reliquis verò habitudinibus necesse est quantitatem numerum esse, & partem, seu partes, nisi forte quispiam velit etiam ἀῤῥήτους, videlicet quæ exprimi non possunt, habitudines esse, quales sunt magnitudines irrationalium.

Addit deinde suppositionē, quæ apud nos erit loco lemmatis explicata post Eutocij demōstrationē. Suppositio est: In omnibus habitudinibus ipsa quantitas multiplicata in consequentē terminū producit antecedentem. *Mox demonstrationem sic instituit. Cuius figuræ nos tantùm numeros ad euidentiorem pro Tyronibus cognitionem addidimus.* Sit igitur proportio A ad B, & sumpto termino quolibet intermedio C, sit proportionis AC quātitas D, proportionis autem CB quantitas sit E: & D multiplicans E producat F. Dico F proportionis AB quantitatem esse: hoc est, si F multiplicet B, produci ipsum A. Itaque multiplicet F ipsum B, & producat G. Quoniam igitur D ipsum quidem E multiplicans, producit F, multiplicans autem C, ipsum A producit; erit F ad A, vt E ad C. Rursus cum B multiplicans E faciat C, & multiplicans F faciat G, erit vt E ad F, ita C ad G: & permutando vt E ad C, ita F ad G. Sed vt E ad C, ita erat F ad A, ergo G ipsi A est æqualis: & idcirco F multiplicans B producit A.



pro-

proportionis igitur AB, F quantitas necessario erit.

Addit excusationem apologeticā suæ demōstrationis, quæ possit etiā nos, aut alios tueri, si quid simile in nostris demōstraionibus aliquando reperiaur. Non perturbentur autē qui in hęc inciderint, quod illud ex Arithmeticis demonstretur: antiqui enim huiusmodi demonstrationibus sępe vti consueuerūt; quæ tamen Mathematicę potius sunt, quàm arithmeticæ, propter analogias. Adde quod quæsitum arithmeticum est; nam proportiones, proportionum quantitates, & multiplicationes, primo numeris, secundo loco per numeros & magnitudinibus insunt, ex illius sentētia qui ita scripsit: ταῦτα γὰρ τὰ μαθήματα δοκοῦντι εἶμεν ἀδελφά, hoc est: *hæ enim mathemaicæ disciplinæ germanæ esse videnur.*

Antiqui Philosophi Geometrici vsi sunt aliquando numeris etiam in geometricis demōstrationibus.

§.III.

LEMMA.

MOre veterum Geometrarum hoc lemma post demonstrationem adpono. Verum esse id assumptum de denominatore proportionis, qui multiplicatus in consequentem terminum proportionis producit antecedentem, patet, quia denominator proportionis indicat quoties terminus consequens proportionis sit in antecedente, multiplicatio autem est, vt docuimus de ea in Ap. nostro 11, proportionata additio, ac numerus alium multiplicans, & ea multiplicatione productum maioris numeri efficiens, indicat quoties numerus multiplicatus sibi additus conficiat maiorem alterum numerum; siue (quod idem est) indica tquoties numerus multiplicatus sit in producto; quod idem est ac indicare quam proporionem habeat multiplicandus ad multiplicatum, & productum; estque eius proportionis terminus minor alter, alter maior, quorum ille, iuxta prædicta, per denominatorem numerum (vt multiplicantem,) multiplicatus producit alterum maiorem.

In exemplo numerico: Quoniam 12 ad 3 habent proportionē quadruplam, ideo denominator 4 proportionis quadruplæ, indicans quoties 3 terminus consequens proportionis contineatur in 12, & multiplicans per se, idest per 4, idest quater addens sibi ipsis 3, producit 12 terminum antecedentem. Rectè igitur Eutocius vsus est hoc verissimo supposito.

§.IV.

SCHOLION III.

Adiumenta praxi facilitandæ circa inuentionem compositę proportionis aliter etiam à nobis definitæ.

Sine prolixioribus satis est nũc tyronibus vsus compositæ proportionis ex tribus, vel tribus proportionibus.

1 *Non est quod Tyro turbetur, atq; absterreatur aliquorum abundantia circa proportionum compositiones, ac sciat pro Geometricæ philosophiæ theorematibus, vel problematibus satis esse vsum compositæ proportionis ex duabus, vel tribus intermedijs proportionibus, nec sibi nunc opus esse vlteriorem ingenij, atque intelligentiæ laborem protendere ad plures proportiones componendas. Nam Geometræ, vt videbis ad 23 prop. huius, vtuntur proportione composita laterum in parallelogrammis, quorum bina latera bis inter se comparata duas tantum afferunt proportiones, quæ deinde per tertiam inter extrema dicuntur componi.*

Quemadmodum duplicata proportio pro planis, triplicata pro solidis figuris vsui est Geometris Philosophis, vt videbis ad 20. prop. huius, nec vlterius in Geometricis vsibus fit extensio per quadruplicatam, & plures alias proportiones; sic & in composita proportione è duabus, vt plurimum proportionibus. Componere autem duas proportiones in numeris non est tantæ difficultatis, quantam præferunt qui componunt proportiones ex pluribus intermedijs.

Omnis duplicata, triplicata, &c. est etiã composita proportio, at non è contra.

2 *Ad cognitionem distinctiorem, & facilitatem sequentium hic praxeωn norit Tyro omnem duplicatam, triplicatam, & vlteriorem aliam proportionem esse etiam compositam, at non omnem compositam proportionem esse duplicatam, triplicatam &c. Duplicata, triplicata, &c. fit & ipsa ex multiplicatione denominatorum inter se, qui sunt in intermedijs proportionibus; ver. gr. in dupla proportione 2, 4, 8 proportio 2 ad 8, quæ est duplicata, fit ex multiplicatione eiusdem denominatoris 2 in se, qui est inter 2, 4. & inter, 4. 8. scilicet 2 in 2? producunt 4 denominatorem duplicatę inter 2, & 8. Sed differt hæc compositio (de qua in defin. 10. lib. 5) à propriè dicta compo-*

positâ proportione, quæ in hac 5 definitione huius lib 6 ponitur, quòd compositio duplicatæ, triplicatæ, &c. proportionum, est ex multiplicatione denominatoris (in exemplo allato) ipsius 2 bis, vel ter assumpti: at propria hic compositio est ex multiplicatione inter se denominatorum diuersi generis proportionum, & maioris, & minoris inæqualitatis, &c.

Differentia propriè dictæ compositæ proportionis a cõpositis ex duplicata, triplicata, &c:

3 Vt autem inueniatur denominator cõpositæ proportionis, sequenda sunt exempla & Euclidis geometricum, (quod videbis a nobis expositũ ad 23 huius) & proportionum duplicatæ, triplicatæ, &c. Nã vt in ijs ordinantur, & connectuntur per numeros proportiones, sic & in composita agendum. Vide exempla apud nos ad 23. Hic saltem vnum esto: Proportiones sunto 15 ad 5, & 20 ad 10: cõtinuandæ sunt istæ duæ proportiones, & connectendæ in tribus numeris etiam minoribus, facilioris operationis gratiâ, velut in his: 12, 4, 2, vel 6, 2, 1, quorum primus ad secundum est vt 15 ad 5, & secundus ad tertium vt 20 ad 10. Ac denominatores 3 primæ proportionis, & 2 secundæ multiplicati inter se dant denominatorem 6 proportionis compositæ ex duobus intermedijs, habentq; extremi duo 12, 2, vel 6, 1 sextuplam proportionem.

Modus inueniẽdi denominatorem compositæ proportionis.

Cæterum duæ difficultates anxios habent Tyrones in hac praxi componendarum proportionum. Altera est circa inuentionem, & continuationem numerorum, ac minimorum, in ijsdem proportionibus, in quibus sunt dati numeri, quorum bini varias habent inter se proportiones, ex quibus proportio composita producenda est. Altera difficultas est dum denominatores intermediarum proportionum sunt numeri vel fracti, vel cum integris fracti, qui in multiplicationibus negotium facessunt Tyronibus. In multiplicibus enim proportionibus, vt monuit etiam Eutocius, denominatores sunt numeri integri: non sic in non multiplicibus.

Vtriq; difficultati, quà licet, remedium affero ex praxi arithmeticà, cuius rationem videbis ad 23 huius. Ac quod quidem attinet ad inuentionem, & continuationem proportionum diuersarum in numeris, etiam minimis, vide Euclidem lib. 8 propos. 4.

4 Quod autem attinet ad effugium, & continuationes datarum proportionum in alijs numeris, & fractionum in denominatoribus proportionum intermediarum, multiplica inter se datarum proportionum antecedentes terminos, item & inter se consequentes terminos multiplica; tum productorum maius partire per minus, & quotiẽs erit denominator proportionis compositæ ex proportionibus intermedijs. Sunto numeri 3, 2, 4, 3, quorum antecedentes proportionum sunt

Remedia difficultatibus in praxibus p o 5 definitione

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

3, & 4, consequentes 2, & 3. Duc 3 in 4, fiunt 12, & ex ductu 2 in 3 fiunt 6: productum maius 12 diuisum per perductum 6 dat quotiētem 2 denominatorem proportionis duplæ compositæ ex proportionibus sesquialtera inter 3, & 2, & sesquitertia inter 4, & 3. Sunto 5, 1, 2, 4, quorum primus ad secundum habet quintuplam proportionem, tertius ad quartum subduplam. Ex multiplicatione antecedentium 5, 2 fiunt 10, ex consequentium 1, 4 multiplicatione fiunt 4: ex partitione producti maioris 10 per minus 4 si quotiens $2\frac{2}{4}$ *denominator proportionis compositæ duplæ sesquialteræ ex quintupla, & subdupla.*

Altera nostra definitio cōpositę proportionis.

Itaq; liceat etiam aliter, cum similitudine tamen huius quintæ definitionis definire proportionem cōpositam sic: Proportio ex proportionibus componi dicitur, quando antecedentium, & consequentium producta per diuisionem efficiunt aliquam proportionem, *iuxta exēpla modò allata in antecedentibus operationibus arithmeticis.*

Alia ad cognitionem, ac vsum compositæ proportionis vide in Euclidis exemplo, propos. 23 huius, atq; ibidem hallucinationes, quæ vitandæ sunt.

Propos. I. Theor. I.

Triangula, & parallelogramma eandem habentia altitudinem, inter se sunt vt bases.

Sint triangula ABC, ACD, parallelogramma EC, CF habentia altitudinem eandem perpendicularem, nempe ex A in BD ductam. Dico esse & triangulum ABC ad triangulum ACD, & parallelogrammum EC ad parallelogrāmum CF, vt est basis BC ad basim CD. Producatur enim BD vtrinque in HL, sintque basi BC æquales

les BG, GH; basi verò CD quæcunque DK, KL, & iungantur AG, AH, AK, AL. Cumque BC, BG, GH æquales sint, [a] erunt & triangula AGH, AGB, ABC æqualia. Quam multiplex ergo est basis HC baseos BC, tam multiplex est triangulum AHC trianguli ABC. Eadem de causa quam multiplex est LC basis ipsius CD, tam multiplex est triangulum ALC trianguli ACD. Et si basis HC basi CL æqualis sit, erit & triangulum AHC triangulo ACL æquale; Et si superet HC ipsam CL, superabit & triangulum AHC triangulum ACL, & si minor minus. Cum ergo quatuor sint magnitudines, duæ bases BC, CD, & duo triangula ABC, ACD; acceptæq; sint baseos quidem BC, & trianguli ABC æque multiplicia, basis HC, & triangulum AHC; baseos verò CD, & trianguli ACD alia vtcunque, nempe basis CL, & triangulum ALC; demonstratumque sit si HC excedat CL, & AHC excedere ALC; & si æqualis, æquale; & si minor minus; [b] erit vt basis BC ad basim CD, ita triangulum ABC ad triangulum ACD. Et cum trianguli ABC [c] duplum sit parallelogrammum EC; triãguli verò ACD duplum parallelogrammum FC, & [d] partes eodem modo multipliciũ eandem habeant proportionem, erit vt triangulum ABC ad triangulum ACD, ita parallelogrammum BC ad parallelogrammum FC. Et quia demonstratũ est esse vt basim BC ad basim CD, ita triangulum ABC ad triangulum ACD; vt vero ABC ad ACD, ita EC ad CF; [e] erit vt basis BC ad basim CD, ita parallelogrammum EC ad parallelogrãmum CF. Triangula ergo & parallelogramma, &c. Quod oportuit demonstrare.

a *propos.* 38.1.

b *def.* 5.5.

c *prop.* 41 1.

d *prop.* 15 1.

e *prop.* 11. 5.

SCHOLION I.

Ex vsu geometrico centri grauitatis aliter, breuissimè, ac facillimè demonstratam habes hanc 1 propos. & huic similes in lib. 1. 35, 36, 37, 38, & de solidis parallelepipedis, porismatibus, Cylindris, conis ex lib. 11, 12, 13 Elem. apud nos in fine 3 partis hu. 2 To. in Epilogo Geometrico §§ 1, 2, 3, 11, 12, 13, 22, 23.

§. I.

SCHOLION II.

Nodus geometricus circa veritatem huius 1 Propos. solutus. Fallacia circa figurarum rectilinearum similitudinem, ac Theoriæ ad nodi solutionem, & ad lucem pro 25 propositione huius lib. 6.

1 *Videtur hæc prima propositio contradicere propositionibus 19, & 20 huius lib 6. Nam in hac 1 propos. affirmatur triangula, & parallelogr. eiusdem altitudinis habere inter se eam proportionem, quam inter se habent eorum bases, scilicet acceptæ in simplici, non in duplicata, vel triplicata, &c. proportione. At vero in 19. propositione affirmatur specialim de triangulis similibus ea inter se habere proportionem duplicatam laterum, siue basium homologarum. Quod & vniversè affirmatur in propos. 20 de polygonis omnibus similibus. Exempli gratia in figura huius 1 propos. finge rectam siue basim DL trianguli DAL (siue etiam parallelogrammi super ea excitati) esse duplam basis CD triãguli CAD, & rectanguli CE; item ipsam CD esse duplam basis BC trianguli BAC, & rectanguli CF; est, per hãc 1, triangulum DAL duplum trianguli CAD, & CAD duplum trianguli BAC; vt & rectangulum CE duplum rectanguli CF. & per 19,*

&

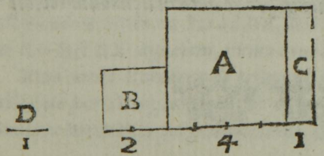
& 20 erit (exemplum esto in rectangulo, siue parallelogrammo) rectangulum CE ad CF, vt est DL, ad BC, hoc est, vt est proportio primæ DL ad tertiam BC duplicata (idest bis sumpta, & vnita proportio ipsius DL ad DC cum proportione ipsius CD ad BC) idest, vt est DL, quadrupla ipsius BC; sic triangulum, & parallelogrammum super DL erit quadruplum trianguli BAG, & parallelogrammi CF. Vnde igitur earum hæc propositionum dissonantia? An in propos. 19, & 20 affirmatio est solum de triangulis, & polygonis similibus? At quæ maior similitudo figurarum, quam in hac 1 propositione, nempe triãgulorum cum triangulis, parallelogrammorum cum parallelogrammis, & figurarum in eadem specie inter se comparatarum?

Conciliatæ propositiones 1, 19, 20, huius.

2 Respondeo, ac distinguo. Apud Philosophos Geometricos, præter similitudinem figurarum in eadem specie, similitudo etiam est proprie geometrica, quam habes in 1 defin ante hunc lib. 6. Similes enim figuræ similitudine geometricà eæ sunt, quæ habent etiam singulos angulos æquales, & latera circa æquales angulos proportionalia. Itaq; licet in figura huius 1 propos. sint triangula, & parallelogrammata inter se specificè, idest in eadem figurarum specie similia, non sunt tamen geometricè similia, neque enim triangula ACD ADK, AKL habent aut angulos vnius trianguli æquales singulis alterius, aut latera proportionalia, vt patet oculo geometricè inspectanti, &c. At licet parallelogrammata, præsertim rectangula, ceu BA, CE habeant angulos æquales, non habent tamen latera proportionalia. Neq; enim est vt FB ad BC, sic ED ad CD, propter inæqualitatem ipsarum BC, CD ad æquales FB, ED relatarum. Euclides igitur in prop. 19, & 20 affirmat tantum de similibus geometricè polygonis proportionem duplicatam laterum; in 1 verò hac propositione similitudo tantùm specifica est figurarum, à qua non habent nisi simplicem proportionem basium &c.

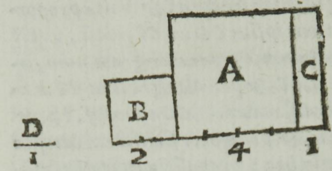
Duplex figurarũ similitudo.

Quænam proprie similitudo geometrica figurarum.



3 Ac sanè mirè iucũdum est geometricè philosophando inspicere in exemplo appositæ figuræ quemadmodum propositiones, quæ dissidere inter se videbantur, tamen conueniant. Nam dato quadrato A super basi quadrifariata in partes æquales, & altero quadrato B super basi dimidia basis quadruplatæ. itemq; applicato rectangulo C equali quadrato B, & ductà lineolà tertià propor-

tio-



tionali idest vnius partis qualium est basis quadrati B duarum, & quadrati A quatuor, inuenies etiam basim rectanguli C esse æqualē tertiæ proportionali D. Itaq; idem est si dicas cum prop. 19, & 20, vt prima, idest basis quadrati A ad tertiam D, ita idem quadratum A ad quadratum B, hoc est quadruplū est A ipsius B, seu duplicatam habet proportionem suæ basis ad basim ipsius B, hoc est bisduplam, siue quadruplam, qualis est 4 ad D; idem, inquam, est ac si cum hac 1 propos. affirmes quadratum A ad rectangulum C, inter easdem parallelas constitutū, hoc est ad B æquale ipsi C, habet proportionem, quam basis ipsius A ad basim ipsius C, idest A est quadruplum ipsius C, vt basis ipsius A est quadrupla basis ipsius C, quæ est pariter tertia proportionalis, vt est D. Sic ergo conspirant amicè eæ propositiones.

4 Ex prædictis etiam videas quando B è simili geometricè ipsi A transformatur in C æquale, ac geometricè dissimile eidem A, si ex C reformandum est in B, videas, inquam, necessitatem inueniendæ mediæ proportionalis inter bases, seu lineas 4, & 1, vt super determinata basi constructum habeat ad A, nō solum similitudinem geometricam, sed etiam eandem proportionem, quam habebat in C; media enim proportionalis 2 tribuit ipsi quadrato B vt habeat se ad quadratum A, sicut basis 4 ad tertiam proportionalē D 1; quemadmodum eandem habebat in C basis 1 ad basim 4. Ex qua eàdem proportione 1 ad 4 demonstrantur, per 11 Quinti, æqualia B, C.

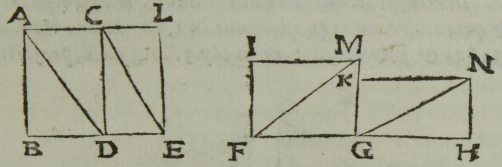
Atq; hoc est quod profitetur, & præstat propositio 25 huius, nempe dato rectilineo, verbi gratia ipsi A simile, & alteri dato C æquale B constituere. Quod fit, inuenta media 2 inter duas 4, & 1. Videbis suo in loco ad eam propos. 25. Hic tantum pro re nata indicandum incidit quasi corollarium.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§.II.

COROLLARIVM I.

Triangula, & parallelogramma eandem, vel æquales bases habentia, inter se sunt vt altitudines.



QVod Commandinus theorema ponit, & demonstratione peculiari demonstrat, nos corollarium deducimus ex demonstratis ab Euclide in hac 1 propos. Quoniã n æqualibus existentibus altitudinibus AB, CD, probatum est eandem esse proportionem inæqualium basium BD, DE, quæ est parallelogrammorum BC, DL, vel triangulorum BAD, DCE, si eadem parallelogrammata ita disponantur, vt æquales altitudines BA, CD fiant bases æquales ceu FG, GH, & bases inæquales BD, DE cedant in altitudines, sitq; FI æqualis ipsi BD, & GK ipsi DE, patet demonstrationem factam valere pro vtraq; figura, cùm tantùm mutata sit eorundem parallelogrammorum situatio, ijsdem manentibus lateribus, & permutatis altitudinibus in æquales bases, & basibus in altitudines estq; eodem modo vt BD ad DE, sic FI (ipsi DB æquali, immo eadẽ) ad KG ipsi DE æqualem, immo eandem. &c.

Pari modo dicendum de triangulis FMG, GNH. &c. Itemque de obliquis parallelogrammis, & obtusangulis triangulis, quorum altitudines metiuntur perpendiculares. &c.

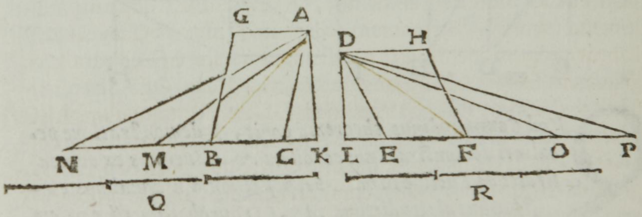
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§.III.

SCHOLION III.

Corollarij præcedentis alia demonstratio geometrica, præter Euclideam.

Commandini demonstratio quia & ipsa (vt Euclides in demõstratione huius pri. propositionis) exhibet Tyroni vsum 5 definitionis (quàm vsu, & intelligentià Tyronibus familiarem peruelim) quæ est ante lib. 5, de æquemultiplicibus, &c. & quia confirmat ea quæ docemus in 1. To. Aerarij huius ad propos. 45, §4, & 5, & coroll. 1, & in Ap. 3. Progym. 8, præsertim in



Schol vltimo, propterea non videtur hic omittenda. Sint duo triangula ABC, DEF, & duo parallelogramma, CG, EH, quæ æquales bases habent BC, EF: trianguli autem ABC, & parallelogrammi CG altitudo sit AK, & trianguli DEF, & parallelogrammi EH altitudo DL. Dico vt AK ad DL, ita esse & triangulum ABC ad triangulum DEF, & parallelogrammum CG ad EH parallelogrammum. Producantur BC, EF, & ponantur basi BC æquales quotcunq; BM, MN; & basi EF æquales quotcunq; FO, OP, iunganturq; AM, AN, DO, DP: quot verò magnitudines sunt in CN æquales basi CB, tot sumantur in linea Q æquales ipsi AK altitudini; & quot sunt in EP æquales basi EF, tot sumantur in linea R æquales altitudini DL. Itaque quoniam triangula ANM, AMB, ABC sunt in æqualibus basibus constituta, & æquali altitudine; etiam inter se æqualia erunt, ex antec. coroll. Et cadẽ ratione triãgula DEF, DFO, DOP erunt inter se æqualia. Quotuplex igitur est linea Q ipsi AK, totuplex est triãgu-

gulũ ANC trianguli ABC; & quotuplex est linea R ipsius DL, totuplex est triangulum DPE trianguli DEF: & si Q sit æqualis R, & triangulum ANC triangulo DPE æquale erit, ex præmissa; erit namq; altitudo AK, cuius tripla est Q æqualis altitudini DL, cuius ipsa R est tripla: Si vero Q sit maior, quàm R, & triangulum ANC maius erit, quàm triangulum DPE, & si minor minus; triangulorum enim æquales bases habentium quæ maiore sunt altitudine, etiam maiora sunt, alioqui sequeretur totum parti æquale esse. Cum igitur quatuor sint magnitudines, videlicet duæ altitudines AK, DL, & duo triangula ABC, DEF: & sumpta sint æquemultiplicia altitudinis quidem AK, & trianguli ABC; altitudinis vero DL, & triãguli DEF alia vtcunq; multiplicia: & ostensum sit, si linea Q superat R, & triangulum ANC superare triangulum DPE, & si æqualis, æquale, & si minor, minus: erit vt altitudo KA ad altitudinem DL, ita triangulum ABC ad triangulum DEF; sed trianguli ABC duplum est CG parallelogrammum, & trianguli DEF duplum parallelogrammum EH; partes autem eodem modo multiplicium eandem habent proportionem; erit parallelogrammum CG ad parallelogrammum EH, vt ABC triangulum ad triangulum DEF. Sed ostensum est vt altitudo AK ad altitudinem DL, ita esse triangulum ABC ad triangulum DEF. Vt igitur AK ad DL, ita est parallelogrammum CG ad EH parallelogrammum. Quare triangula, & parallelogramma in æqualibus basibus constituta eandem inter se proportionem habent, quam eorum altitudines, quod demonstrare oportebat.

5. def. 5.

41. pri.

15. Quinti in 3. par. hu.

Vide § 12 in Epilogo in fine 3 partes hu. to. 2, vbi aliter tertio nos ex centro grauitatis demonstramus hoc theorema.

§. IV.

PARADOXVM.

De finito etiam minimo non solum æquali, sed etiam multipliciter maiore, quàm sit quantum aliquod extensione infinitum.

QVemadmodum ex proposit. 35, 36, 37, 38, lib. 1. patuit posse parallelogrammum, vel triangulum aliquod, licèt minimum,

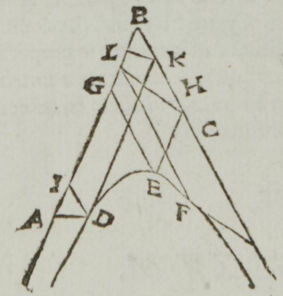
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

esse æqualia parallelogrammmis, vel triangulis extensione infinitis intra easdem parallelas super ijsdem, vel æqualibus basibus; ità ex hac 1 patet parallelogrammum, vel triangulum, licèt minima, posse esse duplicia, triplicia, vel in alia proportione maiora parallelogrammis, vel triangulis extensione infinitis intrà easdem parallelas super basibus duplo, triplo, vel in alia proportione minoribus. Circà quæ paradoxa non pluribus immoror, quia facilè cognoscuntur ab animo etiam leuiter aduertenti verba propositionis.

§. V.

COROLLARIVM II.

De triangulis inter hyperbolen, & asympto- ton inter se æqualibus.



IN reposita hìc figura quoniam, iuxtà indicata ad 35 propos. lib. 1, § 2, & 11, & demonstrata in analecto 10 ad nostra Apiaria, inter hyperbolen DEF, & rectas asymptotos ABC parallelogrammata AK, DB, BE, CF &c. descripta sunt omnia inter se æqualia, nec sequuntur proport. basiũ; ergo & quælibet eorum dimidia triangula erunt etiam ipsa inter se æqualia licet super inæq. basibus. Quare Corollarij loco sit propositio : Inter hyperbolen, & asymptoton omnia triangula habentia vnum latus, vel in asymptoto, vel parallelum asymptoto, sunt inter se æqualia *, etiam basibus, vel altitudinibus inæqualibus.*

Ex quibus hìc dictis, & deductis patebit ad 29. huius nouus, & pulcherrimus modus describendi hyperbolen etiam intrà asymptotos.

COROLLARIVM III.

Paradoxum antec. in § 4 licet applicare etiam parallelogrammis inter asymptotos, quorum quodlibet vel minimum erit duplũ cuiuslibet trianguli extensione etiam infiniti inter hyperbolen, & asymptoton.

SCHOLION IV.

Omitto, nè nimis minuta persequi videar, indicare problema: Dato parallelogrammo, vel triangulo æquale vel maius, vel minus etiã infinitã extensione statim describere. *Quod facilè soluitur ex hac prima prop. 1, productis oppositis, ac parallelis lateribus dati parallelogrammi, vel ducta per verticem parallela basi dati triãguli, ac diuisis, vel auctis pro lubita proportione basibus, super quibus intra easdẽ parallelas licet obliquare parallelogrammata, vel triangula in infinitum, maiora tamen, vel minora dato iuxtà proportionem basium.*

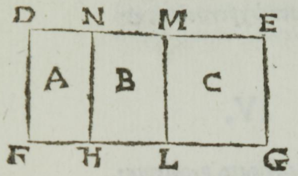
§. VI.

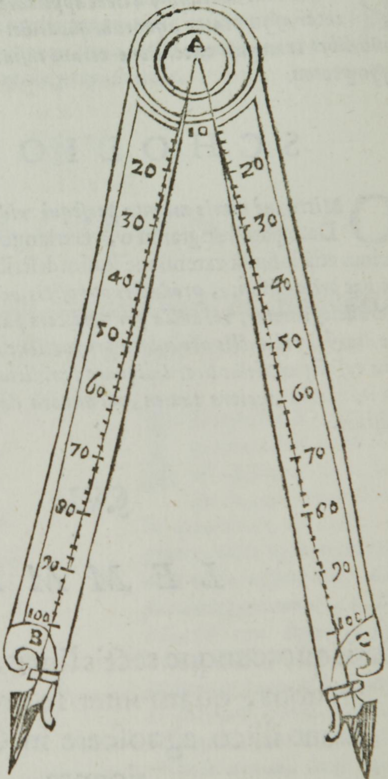
LEMMA.

Datis quotcunque rectis lineis, vel angulis, vel arcubus, quam inter se proportionem habeant illicò agnoscere in Circino proportionum.

Hvius lemmatis praxis vsui futura est in sequentibus non solum ad hanc 1 propos. sed etiam ad alias huius lib. 6, veluti ad 19, 20, 23, &c. & implicitè iam indicata est in vsu circini proportionum ad 9, & 10 propos. lib. 1. Nam ea-

eadem est cum propositionibus ibi indicatis. Datis duabus rectis, scire quota sit altera alterius pars. *vel* quot alterius diuisæ partes altera obtineat. *Igitur finge quotlibet datas rectas inter se inæquales, exemplum ponamus ex appositæ figuræ tribus FH, HL, LG. Datarum ma-*





iorẽ LG interpone inter numeros (circini proportionum, vbi diuisa est recta in 100 partes æquales, vt habes in apposita figura) in quos velis eam rectam esse diuisam, puta inter 100, & 100, diductis circini partium cruribus ad interuallum eiusdem rectę. Deinde accipe interuallũ vtriusque LH, HF, & immotâ diductione circini proportionum, vide inter quos numeros præcise aptentur, finge alterã cadere inter 30, & 30, alteram inter 20, & 20. Habent ergo tres datæ proportionẽ inter se, quam numeri 100, 30, 20; diuide maiores per minores numeros, & quotientes denominabũt proportiones. Recta LG maximæ 100 ad rectam mediam HL 30 erit proportio tripla sesquitertia $3\frac{1}{3}$. Eiusdẽ LG 100 ad minimã FH 20, erit in quotiente 5 proportio quintupla. Mediæ HL 30 ad FH 20 erit in quotiente $1\frac{1}{2}$ proportio sesquialtera.

Et

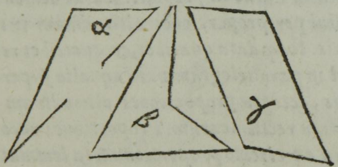
Et eodẽ modo aptatis quotlibet alijs rectis (minoribus ipsà inter 100 & 100 interpositâ) inter numeros laterales circini, statim ij numeri, prodent quantitatem, & proportionem aptatæ ad quamlibet interpositam inter alios quoslibet numeros laterales. Praxis huius, & aliarũ ex hoc circino, demonstrationem vide suo loco ad 4 propos. huius lib. 6.

In altera vero facie eiusdem circini, vbi gradus 90 quadrantis notati sunt, proportionali modo erit operandum si aueas scire quam proportionẽ habeant inter se dati vel anguli, vel arcus quadrantis. Pro qua re vide ad 9, & 10 hu. in loco.

§. VII.

PROBLEMA I.

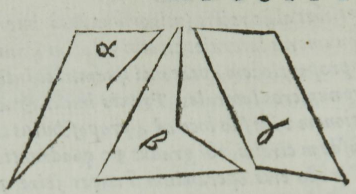
Datis quibuslibet, & quotlibet figuris rectilineis, quam inter se proportionem habeant facillimè inuenire.



PRoblema hoc indeterminatum, atq; vniuersalissimum est non solum de similibus, sed etiã de dissimilibus, & irregularibus figuris rectilineis. Nam similia quã habeant proportionem prodetur, aliter, quàm hìc, ad 20 propos. nempe per duplicatam laterum. &c. At data duo, vel plura rectilinea irregularia, & dissimilia quam habeant proportionem cognoscere, ac quidem facillimè, & ex hac 1 propos. nondum apud alios memini me videre.

Itaq; problema sic expedio. Si scire aueas quã inter se proportionẽ habeant rectilinea α, β, γ, verte ea in tria parallelogramma eiusdem altitudinis, siue intra easdem parallelas (in fig. antec.) DE, FG, ope propositionis 45 li. 1, vel per modos aliquos ex ijs, quos docuimus de triãgulis rectangulis, trapezijs, &c. ex partium facili transpositione ad prop. 41, 44, 45. &c. Deinde vide eorum bases FH, HL, LG quas inter

se



se proportiones habeant, iuxta antecedens lemma in praxi è circino proportionum, easdem enim habent, per hanc 1, inter se proportiones rectilinea α, β, γ constitutis parallelogrammis A, B, C æqualia. Modus hic indiuidualis cognoscendi quamnam præcisè proportionem habeãt bases, ille est, quem innuimus, ac polliciti sumus in § 4 ad prop. 45. l. 1.

SCHOLION III.

ALITER

Data rectilinea scire quam inter se proportionem habeant.

HOc problema, quod soluimus ex propositione, ac demonstratione hac 1 Eucl. per proportiones basium, licet etiam expedire ex corollario 1, siue ex propositione, ac demonstratione Commandini per proportiones altitudinum in triangulis, & parallelogrammis. Itaq; data qualibet, & quotlibet rectilinea si vel in triangula, vel in parallelogrammata æqualia super basibus æqualibus transmutaris, acceptæ proportiones altitudinum indicabunt proportiones arearum rectilinearum. Proportiones vero altitudinum habes in promptu ex circino proportionum in lemmate antecedenti.

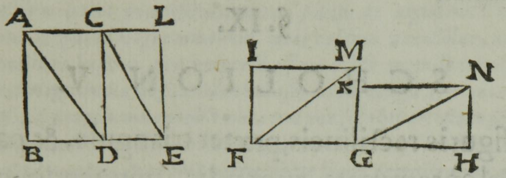
§. VIII.

COROLLARIVM IV.

Figurarum comparatas quantitates nosse, figuras augere, imminuere in data proportione ex 1 hac propos. Eucl.

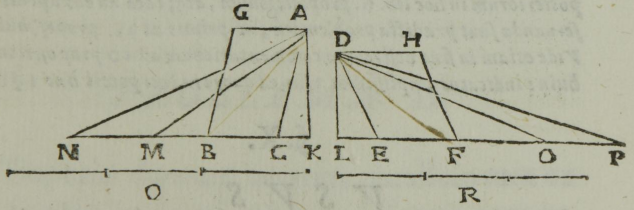
1 *TRanslatis rectilineis in æqualia triangula, vel parallelogrãmata, quæ sint vel æqualium altitudinum, vel æqualium basium*

sium, facile scies comparatas eorum rectilineorum quantitates, scilicet quanto aliud alio sit maius, vel minus, nempe in æqualibus triangulis, vel parallelogrammis. Nam (in exemplo corollarij primi) quã-



to triangulum FMG est maius triãgulo GNH? (quod GNH propter minorẽ perpẽdicularẽ GK, est minus ipso FMG, per demonstrata in antecedentibus, &c) Metire igitur, & confer ipsas perpendiculares MG, KG. Eodemq; modo quanto sit maius parallelogrammum IG ipso KH; vel quanto minus triangulum altero, vel parallelogrammum altero. Nam iuxta perpendicularium diuisionem, ac partes, &c. sic triangulorum, & parallelogrammorum areæ.

2 Si data triangula, vel parallelogrammata super æqualibus basibus velis imminuere, vel augere in data proportione, verb. gra. vt alterum alterius sit duplum, triplum, &c. subtriplum, &c diuide perpendiculares ad datam proportionem, & perpendicularis altera, ver.



g. triplo minor dabit in extremo diuisionis, ver. gr. (in apposita figura ex Commandino) inter L, & D dabit punctum, a quo triangulum super basi EF erit tripla pars ipsius ABC. Sic per idem punctum triplæ diuisionis in perpendiculari DL, ducta parallela basi EF, & iuncta duabus parallelis conficiet parallelogrammum, quod sit tertia pars ipsius CG.

Id vero quod dictum est in altera figura EH cum respectu ad CG poterit in eadem vnica figura fieri ver. gr. imminuendo, vel augendo

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

perpendicularem KA, vt iuxta eam augeantur, vel imminuantur triangulum ABC, & parallelogrammum CG. Eruntque præcedentes operationes in Geometriâ practicâ institutæ modo non vulgato ex antecedeentibus.

§. IX.

SCHOLION V.

De figuris rectilineis, præter triangula, & parallelogrammata augendis, minuendis in data proportione. De rectilineis proportionalibus.

E Transmutatione figurarum rectilinearum in æqualia triangula, vel parallelogrammata, & eorum constitutione, vel inter æquales altitudines, vel super æqualibus basibus, & e basium, vel altitudinum auctione, imminutione, proportione, iuxta antedicta quidem licet scire auctiones, imminutiones, proportiones figurarum, sed non in propria figura; vt autem etiam redeant in suam figuram præcisè, ac perfectè demonstratam, opus est vsibus aliquarũ posteriorum in hoc lib. 6. propositionum, atq; ideo ad eas aptius reseruanda sunt prædicta problemata, in primis ad 25. propos. huius. Vide etiam in fine nostrarum commentationum ad 10 propositionem huius indicatos amplissimos vsus, ad quos traduci potest hæc 1. prop.

§. X.

VSVS

Proposit. 1. In Geodesia pro figurarum planarum, & agrorum diuisionibus in data proportione.

IN 1 Tomo nostri huius Aerarij ad propositionem 34. li. 1. Elem. § 5, 6, 11, 13, 14 & ad propos. 38, § 3, 4, 5, 6 docuimus vsus

ea-

earum propositionum in Geodesia pro solis bipartitionibus vel simplicibus, vel multiplicatis figurarum planarum, vel agrorum quantum ferebant eæ propositiones, & suppositum in antecedentibus eius lib. pri. problema de bipartitione rectæ lineæ; hìc vbi Euclides vniuersalem habet propositionem non solum de æqualitate triangulorum, & parallelogrammorum inter easdem parallelas, ac super æqualibus basibus, sed vniuersè affirmat esse inter se triangula, & parallelogramma vt sunt earum bases etiam diuisæ, &c. nos etiam vniuersalia proponemus problemata pro non sola bipartitione, sed pro quacunque partitione figurarum aliquarum inter easdem parallelas; quæ tamen partitio supponit partitionem lineæ demostratam ad lubitam proportionem, de qua in prop 9, & 10 huius lib. 6. Ac ea propositio vim habet à sequenti proxima, ac secũda propositione huius. Ad condimentum, & ornamentum huius primæ, vt libentius Tyrones reliquas huius libri aggrediantur, erit pretium operæ vti hac facili, & paulo post docenda lineæ lubità diuisione, iuxtà morem anticipationis in praxibus, & problematibus.

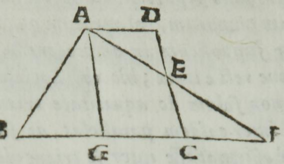
Vt verò faciliora pro Tyronibus nostra sint problemata, ea includemus intra aliquas determinationes, extra quas vagari licebit prouectioribus per plures, & difficiliores ambages, iuxta exempla apud Machometem Bagdedinum, Commandinum, Clauium in lib. 6. Geom. Practicæ.

§. XI.

PROBLEMA II.

A Trapezio duorum laterum parallelorum ex angulo imperatã partem ad datam proportionem facillimè auferre, modò diuisio cadat intra alterutrum laterum parallelorum.

SIt duorum laterum AD, BC parallelorũ trapezium AC diuidendum ex angulo, v. gr. A ita, vt prima pars diuisionis sit, v. gr. vna tertia totius trapezij. Bifarietur DC in E, & ex A per E

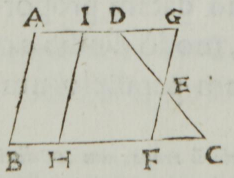


ducatur recta occurrens in F lateri producto BC. Deinde totius BF accipiatur tertia pars in G puncto intra latus BC, iuxta determinationem à nobis propositam. Iunctà AG, dico AGB esse tertiam partem trapezij BD. Est enim triangulum ABF æquale trapezio BD per ea quæ à nobis demõstrata sunt in § 11 ad prop. 41. Eucl. in 1 To. nostri huius Aerarij. Est autem eiusdem trianguli ABF tertia pars triangulum ABG, per hanc 1 huius 6. li. Ergo idem ABG est etiam tertia pars trapezij BD. Quod erat faciendum, & demonstrandum.

§. XII.

PROBLEMA III.

A Trapezio ex punctis in alterutro duorum laterum parallelorum imperatam partem auferre ad datam proportionem per lineam parallelam alteri duorum laterum non parallelorum, modo cadat diuisio intra latus alterutrum parallelum.



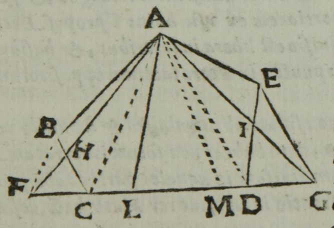
TRapezij AC pars, verbi gr. tertia sit accipienda per lineam parallelam lateri, v. g. AB non parallelo alteri lateri DC ex puncto aliquo I in latere AD parallelo alteri lateri BC, iuxta conditiones propositas. Alterutrum laterũ non parallelorum DC bifarietur in E, & per E agatur lateri AB parallela FE occurrẽs in G lateri AD producto. Accepta deinde tertia par-

parte lateris BF in H, & ductà HI parallelà lateri AB, erit parallelogrammum BI tertia pars trapezij AC accepta per parallelam, &c. ex punctis, &c. iuxta proposita. Est enim parallelogrãmum AF æquale trapezio AC, per demonstrata a nobis in § 12 ad propos 41 libri 1 Elem. in To. 1 nostri huius Aerarij. Est verò parallelogrammum BI (super BH acceptà tertià ipsius BF) tertia pars totius parallelogrammi BG, per hanc 1 propos lib. 6. Elem. Ergo idem BI est etiam tertia pars trapezij AC, accepta iuxta conditiones propositas, &c.

§. XIII.

PROBLEMA IV.

A dato Pentagono etiam irregulari imperatam partem ad datam proportionem auferre per lineam ex angulo deductam, modo diuisio cadat intra basim oppositam angulo &c.

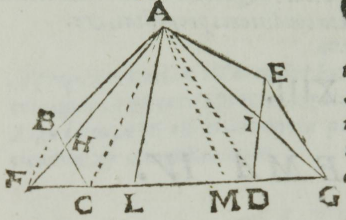


Datum sit Pentagonum etiam irregulare ABCDE, à quo auferenda sit tertia, vel quælibet in alia proportione pars per lineam ab angulo, puta A, deductam in basim CD. Ab A ad C, & D ducantur duæ rectæ, quibus parallelæ agantur ex B, & E rectæ occurrentes producto lateri CD in F, & G. Iungantur AF, AG. Accipiatur ipsius FG tertia pars in L, iunctáq; AL, dico spatium pentagonicum sub rectis AB, BC, CL, LA esse tertiam partem totius pentagoni ABCDE. Nam, per demonstrata à nobis in § 8 ad Prop 38. lib. 1 Elem. in To. 1 nostri huius Aerarij, triangulũ AFG est æquale pentagono ABCDE, & per 37. 1. FHC, BHA sunt inter se æqualia (ablato communi BHF, & AHC cõmune, ergo triangulũ AFL est æquale pentagonico

spa-

ſpatio ABCL; at AFL eſt tertia pars ipſius AFG, per hāc primā prop. huius lib. 6, ergo & ABCL eſt tertia pars totius pentagoni AB CDE.

COROLLARIVM V.



Quin immo, diuisà FG in tres partes in punctis L, & M vtriſq; cadentibus inter latu s CD pentagoni ABCDE, & iunctà AM, eſt diuiſum in tres partes æquales pētagonum ABCDE, quemadmodum & triangulum AFG. &c.

§.XIV.

COROLLARIVM VI.

Eàdem operà impensà in conſtructionibus, & demonſtrationibus præcedentium problematum habes diuiſionem trianguli, & parallelogrammi ad datam proportionem ex vſu huius 1 propoſ. Eucl. ac ſine determinatione. Nam diuiſio eſt libera in lateribus, & baſibus ſiue ab angulo trianguli, ſiue a punctis in altero laterum oppoſitorum in parallèlogrammo.

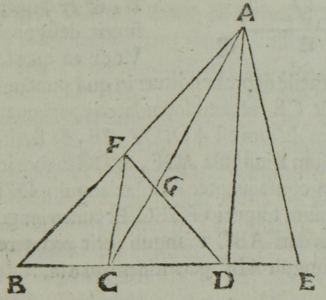
Cæterum vt in triangulis, non ſolum ab angulo, ſed & à puncto vel in latere, vel intra triangulum, dato habeas non ſolum imperatam partem, ſed & totū triangulum diuiſum in æquales partes datæ proportionis, accipe ſequētia ab Orontio in lib. 3. de rer. Math. hact. deſid.

§ 15.

§. XV.

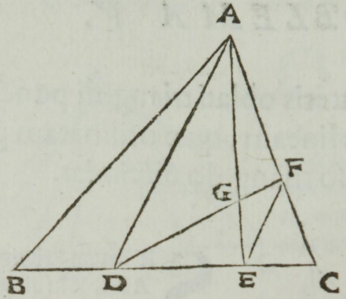
PROBLEMA V.

A dato cuiusuis lateris oblati trianguli puncto, rectam ducere lineam, quæ ordinatam partem ab ipso triangulo discindat.



Sit datum triangulum ABE, & in aliquo ipsius trianguli latere vtpote BE, designatnm punctum D. Sitq; propositum tertiam, v.g. partem ab eodem abscindere triangulo, sub recta videlicet, quæ per D punctum fuerit delineata. Secetur itaq; ab ipso latere BE pars tertia BC Et connexis AD, & AC lineis rectis, per C recta ducatur ipsi AD parallela, per 31 primi elementorum, & connectatur demum recta DF, quæ secet AC rectam in puncto G. Aio itaque rectam DF abscindere tertiam partem ab ipso triangulo dato ABE, vtpote triangulum DBF. Triangulum enim ADF, & DCA in eadem basi, atq; in eiidem consi[illegible]unt parallelis: æquum est propterea triangulum ADF ipsi triãgulo DCA, per 37 ipsius primi elementorum. Subducto igitur communi triangulo AGD, reliquum triangulum AFG reliquo GCD est æquale. Quod si vtrique æqualium triangulorum addatur commune trapezium FGCB, consurget triangulum DFB æquale triangulo ABC. Et quoniam ABC, & ABE triangula sub eodem sunt vertice: Se habent igitur vt bases, per primam sexti elementorum. Basis porrò BC est tertia pars ipsius BE, per ipsam constructionem, & triangulũ igitur ABC est tertia pars ipsius trianguli ABE. Et proinde trian-

gulum DFB eiusdem trianguli ABE pars itidem est tertia. quæ enim sunt inuicem æqualia, eiusdem sunt æquè minora per septimæ communis sententiæ conuersionem. Recta igitur linea DF, abscindit tertiam partem DFB ab ipso triãgulo dato ABE. Quod oportuit fecisse.



Haud alter datam quamuis aliã partẽ ordinatam ex ABC triangulo dato sub ipsa recta DF discindere licebit, etiam vbi datum punctum D inter B, & E puncta fuerit designatũ. Vt ex ea quæ sequitur figuræ dispositione vel facilè deprehenditur: in qua punctum datum in latere BC est D, & CE recta eiusdem lateris pars quarta. Descriptis enim veluti supra dictum est AD, DF, FE, & EA lineis rectis, manifestum est rursum triangula AGF, & DGE fore inuicem æqualia: & triangulum consequenter AEC triangulo DFE æquale, iuncto videlicet communi trapezio FGEC. Et cum triangulum AEC sit quarta pars ipsius dati ABC trianguli, erit propterea triangulum DFC eiusdem trianguli ABC pars itidem quarta.

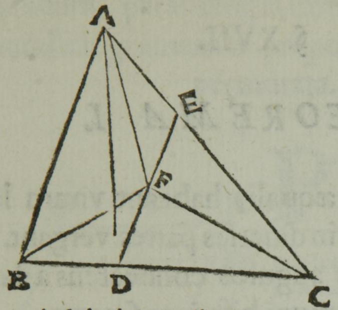
§. XVI.

PROBLEMA VI.

Intra datum triangulum punctum inuenire, à quo in singulos ductæ lineæ rectæ, triangulum ipsum in tria, & inuicem æqualia diuidant triangula.

SIt oblatũ triangulum ABC, & ab vno illius latere, vtpote BC, tertia pars abscindatur BD. Consequenter per ipsum punctum D, ipsi AB lateri parallela ducatur DE, per 31 primi

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

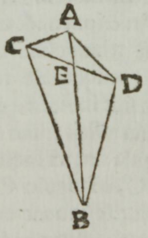


elementorum: quæ bifariam diuidatur in puncto, F, per decimam eiusdem primi elementorum. Aio, itaque punctum F esse illud, quod quærebatur. Connectantur enim AD, AF, FC lineæ rectę: erunt igitur ABD, AFB triangula in eadem basi AB, atque in eisdem parallelis AB, & EB: & proinde inuicē æqualia, per 37 primi elementorum. Triangulum porrò ABD se habet ad totum triangulum datum ABC, vt BD basis ad basim BC, per primam sexti eorundem elementorum. Atqui BD basis est tertia pars ipsius BC, per ipsam cōstructionem:& triangulum igitur ABD, atq; ipsum pendenter AFB triangulum tertia itidem pars est eiusdem trianguli dati, AFC, BFC reliqua duo tertia eiusdem ABC trianguli comprehendunt: quæ cum sint inuicem ęqualia, quodlibet eorundem triāgulorum vnum tertium efficit ipsius dati trianguli ABC. Quod autē AFC, & BFC triangula sint ad inuicem æqualia, fit manifestum. Triangulum namq; DFC, triangulo CFE, per primam sexti elementorum est in primis æquale: se habent enim ad inuicem, vt bases DE, & FE, quæ, per ipsam constructionem, sunt æquales. Triangulum insuper AEF triangulo FBD itidem coæquatur, per 37 primi eorundem elementorum: sunt enim in eisdem basibus inuicem æqualibus DF, & FE, atq; in eisdem parallelis AB, & ED consistentia: Totum propterea AFC triangulum toti triangulo BFC coæquatur. Diuisum est itaque triangulum datum ABC in tria triangula inuicem æqualia, sub tribus rectis lineis a puncto F in singulos prodeuntibus angulos. Quod faciendum receperamus.

§. XVII.

THEOREMA I.

Si duo triangula æqualia habeant vnum latus commune,& in diuerſas partes vergant. Recta oppoſitos angulos connectens a latere illo communi bifariam ſecatur.



SInt ęqualia duo triangula ABC, ABD habentia latus AB cõmune, & in diuerſas partes vergentia. Dico rectam CD oppoſitos angulos C, D iungẽtẽ ſecari in E bifariam a latere cõmuni AB. a Quoniã enim eſt tam triangulum ACE ad triangulum ADE, quam triangulum BCE ad triangulum BDE, vt CE ad ED, b erit triangulum ACE ad triangulum ADE vt triangulum BCE ad triangulum BDE. c Igitur erunt quoque duo triangula ſimul ACE, hoc eſt totum triangulum ABC, ad duo triangula ſimul ABE, BDE, ideſt ad totum triangulum ABD, vel ACE ad ADE, hoc eſt, vt CE ad ED. Cum ergo triangula ABC, ABD ponantur æqualia; erunt quoq; rectæ CE, ED æquales, ac proinde CD in E ſecta eſt bifariam. quod erat oſtendendum. *Clau. Geom. pract. li. 6. prop. 6.*

a 1 *ſexti*

b 11 *quĩti 3. par. huius.*

c 12 *quĩti 3. par. hu.*

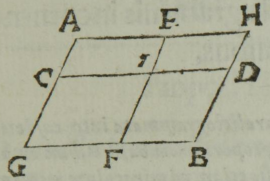
§. XVIII.

THEOREMA II.

In parallelogrammo duę rectę lateribus parallelogrammi parallelæ, ac mutuo ſe ſecantes

diui-

diuidunt parallelogrammum in quatuor parallelogrammata proportionalia, etiam permutata.



Paullo auctius dabimus hoc theorema, quã aliqui alij. In parallelogrammo AB duæ rectæ CD, EF parallelæ lateribus AG, GB, seseque in I secantes ductæ sint. Dico parallelogrammata ita inter se habere, vt quemadmodum CE ad ED, sic GI ad IB; ac præterea esse vt FC ad CE, ita FD ad DE. Quoniam enim ex hac 1 prop. lib. 6, vt CI ad ID, sic CE ad ED; & rursus vt CI ad ID, sic CF ad FD; ergo, per 11 quinti erunt vt CE ad ED, sic GI ad IB. Pari ratione, quoniam vt FI ad IE, sic FD ad DE, & FC ad CE; ergo vt FD ad DE, sic FC ad CE. Quare etiam sunt in eadem proportione permutata ea parallelogrammata, idest non solum sunt antecedẽtes ad consequẽtes in eadem proportione, CE antecedens ad suum consequẽs ED; & CF antecedens ad suum consequens FD; sed etiam permutando, non tam ex vi propos. 16 quinti, quàm ex vi sola huius 1 propos. lib. 6, & 11 quinti, sunt in eadem proportione antecedens GI ad antecedẽs IA, & consequens FD ad consequens DE, quia in eadem proportione sunt cum ijsdem FI, IE. Igitur in parallelogrammo, &c. quod erat demonstrandum.

SCHOLION V.

Vide & ad condimentum, & ornatum huius pri. propos. apud nos in Apiar. 3, Prog. 10 propos. 10. & coroll.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§. XIX.

SCHOLION VI.

De triangulis, & parallelogrammis incommensurabilibus.

Quoniam triangula, & parallelogrammata inter easdem parallelas habent inter se proportionem basium, hinc amplifica propositionem Euclidis etiam ad miraculum incommensurabilium in Geometria, & agnosce si bases fuerint incommensurabiles, triangula, & parallelogrammata super ijs basibus etiam esse inter se incommensurabilia iuxta Schol. antiquum graecum ad finem lib. 10.

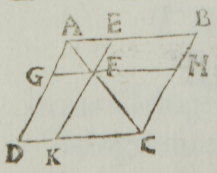
Sed hac de re vide plura apud nos ad propos. 20 huius §. 9. nu. 2.

§. XX.

THEOREMA III.

In parallelogrammis alterutrum complementum est medium proportionale inter parallelogrammata circa diametrum.

Pro hoc theoremate quod etiam aliter demonstrabimus ad 24. huius, apponatur hic eius 24 proposit. figura. In qua dico in parallelogrammo DB alterutrum complementum DF, vel FB esse medium proportionale inter parallelogrammata GE, KH circa diametrum AC. Quoniā enim, per praecedens theorema 2 sunt inter se parallelogrāmata vt GE ad KH, ita GK ad KH, & per 43, li. 1. comple-

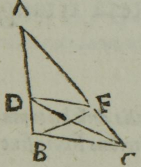


plementa DF, FB sunt æqualia, ergo vt GE ad EH, ita EH ad HK, vel vt EG ad GK, ita GK ad KH.

Ex hoc theoremate Problema, quo facile constituitur inter duo rectilinea medium proportionale, vide ad citatam 24 huius apud nos.

Propos. II. Theor. II.

Si vni laterum trianguli parallela recta ducta fuerit, proportionaliter secabit trianguli latera. Et si trianguli latera proportionaliter secta fuerint, recta sectiones coniungens, reliquo lateri parallela erit.



LAteri BC trianguli ABC ducta sit parallela DE. Dico esse, vt BD ad DA, ita CE ad EA. Ductis enim BE, CD,[a] erit triangulum BDE æquale triangulo CDE; habent enim eandem basim DE, & sunt in iisdē parallelis DE, BC. Aliud autem triangulum est ADE.[b] Æqualia autem ad idem eandem habēt proportionem: erit ergo vt BDE triangulum ad ADE, ita CDE triangulum ad idem ADE triangulum.[c] Sed vt BDE ad ADE, ita est BD ad DA. cum enim in eadem sint altitudine, quam perpendicularis ex E in AB ducta ostendit, inter se erunt vt bases. Ob eandē causam, vt est triangulum CDE ad ADE; ita est CE ad EA:[d] vt ergo BD ad DA; ita est CE ad EA. Sint iam trianguli ABC latera AB, AC proportionaliter secta, sitq; vt BD ad DA, ita CE ad EA. Ducta ergo DE, dico illam ipsi BC paral-

a *prop.* 37 1.
b *prop.* 7. 5
c *prop.* 1. 6
d *prop.* 11. 5.

le-

lelam esse, ijsdem enim constructis, cum sit vt BD ad DA, ita CE ad EA; [e] atqui vt BD ad DA, ita est triangulum BDE ad triangulum ADE. Et vt CE ad EA, ita triangulum CDE ad idem ADE; [f] vt ergo triangulum BDE ad triangulum ADE, sic triangulum CDE ad triangulum ADE; vtrumque ergo triangulorum BDE, CDE ad triangulum ADE [g] eãdem habet proportionem; æqualia ergo sunt, suntque in eadem basi DE. [h] At triangula æqualia, eandem habentia basim in ijsdem sunt parallelis, ergo DE parallela est ipsi BC. Si ergo vni lateri, &c. Quod oportuit demonstrare.

e prop. 1. 6

f prop. 11. 5.

g prop. 9. 5

h prop. 40 1.

§. I.

SCHOLION I.

Veritas Euclidianæ 2 propos. etiam ex curuis lineis circulorum, parallelis, & non parallelis, proportionaliter secantibus latera triangulorum, &c.

IN triangulo rectilineo sectio fit proportionalis duorum laterum non solum à recta, sed etiam a curuis, & circularibus lineis siue parallelis, siue non parallelis.

Vide apud nos in Apiar. 1, Prælib. 2, Prop. 2, corollar. 4, & 5. habes cum figuris exempla, quæ nos deducimus, siue diducimus ex occasione geometricæ Araneæ.

§ II.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§. II.

SCHOLION II.

Indicati vſus prop. 2. pro inuentionibus linearum proportionalium tertiæ, & quartæ, atq; etiam plurium in eàdem proportione.

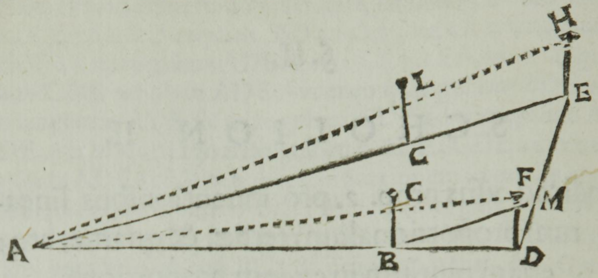
IPſemet Euclides in propoſ. 11, & 12 vtitur hac 2 propoſ. ad inueniendas proportionales lineas tertiam, & 4. Ac nos etiam hac eàdem vtemur inferius ad plures lineas in eadem proportione continuandas: Quare ſi quis velit, poteſt hanc ſecundam condire vſibus earum propoſitionum ac inuentionum, vt & nos Euclidi, & Euclides ipſe ſibi ſit condimento. Ac paradoxum eſt (vt dicemus & ad 4, & ad 8 propoſ) doceri tacitè ab Euclide inuentiones linearũ proportionalium (ſaltem tertiæ, & quartæ ex hac 2 propoſ.) antequam eas expreſſius doceat in propoſ. 11, 12, 13. Veruntamen modum illum plures continuandi lineas in eadem proportione ſatius duxi apponi ſuo loco, ideſt 12 propoſitioni. Vnde, ſi quis velit, poteſt eum huc transferre condimenti loco; ideo hìc ſaltem tantum indicaui.

§. III.

VSVS, & praxis

Propoſ. 2 Eucl. in dimenſionibus longitudinum inacceſſarum.

OMnes Geometræ paſſim vtuntur 4 propoſ. huius pro dimenſionibus inacceſſis longitudinum, latitudinum, altitudinum, profunditatum, &c. Nos hìc nouo modo ad eas dimen-



mensiones vtemur hac secunda propos. ac quidem facillimè sic. Inaccessum sit A, propter aliquam vallem, exempli gr. in interiacentem inter AB, AC, sitq; area BDEC in eminentiore colle. Fige hastā perpendicularem in B, & recede ita in D, vt linea visualis ab oculo in F iungat tria puncta F, G, A. Deinde a D recede per angulum lubitum vsq; ad E lubitam distantiam. Rursus ab oculo in H linea visualis iūgat H, L hastam alterā (perpendicularem in C) & A. Lateri AE (siue AD) parallelam BM educ ex B.

Signabis visibiles BD, EC lineas, & ipsam BM. Quoniam in triangulo DAE lateri AE ducta est parallela BM, erunt, per hanc 2 propos. Euclid. secta proportionaliter latera DA, DE in punctis B, & M, ergo vt DM ad DE mensurabiles, ac notæ, ita DB item nota ad BA ignotam distantiam notificatam per hanc 2 propos. Eucl.

Modus hic est desumptus a nostro Apiar. 2 Progy. 2 propos. 8 Vbi plura vide in coroll. 1 ex eà, & in Schol. ad eam. Vide ad hunc vsum etiam corollar. 2 § 3 ad propos. 9 inferius.

SCHOLION III.

In accessas profunditates, & altitudines metiri e 2 propos. huius.

IN citato Apiar. vide applicationem, & vsum huius 2 prop. Eucl. pro altitud. & profund. &c. in coroll. 2 citat. prop. 8.

§ 4.

§. IV.

SCHOLION IV.

Applicatio, & vsus indicatus eiusdem 2 propos. Eucl. ad dimensiones vmbrarum globi lunaris, & globi terrestris.

Vide in cit. 2 Apiar. Coroll. 3. ex cit. proposit. 8. ibi habes figuram, applicationem, demonstrationem, & notationes pro exacta ea operatione Astronomica ex vsu 2 huius propos. Eucl.

Quæ quia supponit diametros solis, lunæ, terræ & eorum globorum distantias notas (quas res paulo inferius videbis apud nos in vsibus 4 prop. huius Eucl.) ideo nunc hic sat esto saltem indicare Tyronibus geometricis quàm altè etiam ad astronomica nos proueat hæc 2 prop. Eucl. Vide suo loco ad 4 prop. vnde tibi demonstretur id quod hic indicatur. Accipe hic interim in sequentibus Theorema apud nostrum Villalpandum in to. 3 in Ezechielem, quod solutionem habet ab vsu 2 huius elementariæ propositionis, & cuius inscriptio longior est, quam demonstratio.

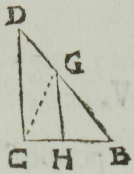
§. V.

THEOREMA I.

Si in triangulo rectangulo ex quolibet acutorũ angulorum interuallo lateris adiacentis arcus circuli describatur secans basim, & ex puncto sectionis demittatur perpendicularis in latus prædictum, idem latus erit media proportionalis inter basim trianguli, & segmentum lateris contentum inter perpendicularem, & angulum acutum.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

PROPOSITIO II.



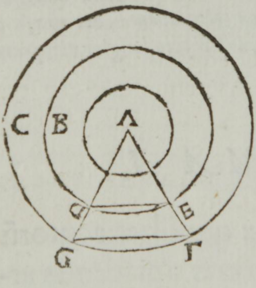
SIt triangulum rectangulum BCD, & centro B, interuallo BC descriptus sit arcus CG secans basim BD in G, ex quo demissa sit perpendicularis GH. Dico latus BC mediã esse proportionalem inter BD, BH. Cum enim GH sit parallela ipsi DC, [a] erit vt BD ad BG, hoc est ad BC, ita BC ad BH. Quod erat demonstrandum.

a 22 sexti

§. VI.

THEOREMA II.

In circulis concentricis rectæ lineæ à communi centro ductæ, quæ secant peripherias, proportionaliter à peripherijs secantur.



SInt concentrici BDE, CGF, &c. à communi centro A ductæ sint AF, AG secantes in punctis D, E, F, G: dico ipsas in ijsdem pũctis proportionaliter secari.

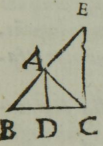
Iunctis enim DE, FG. Quoniam in triangulis ADE, AFG latera AD, AE, AF, AG ab eodem centro ad eandem circunferentiam sunt æqualia, per def. 15, erunt ea triangula isoscelia, & per 5. 1. anguli ad bases erunt inter se ęquales. Est autem angulus ad A communis, & per corollarium primum 32 pr. tres anguli cuiuslibet trianguli simul sumpti æquales sunt tribus cuiusq; trianguli simul sumptis, ablato ergo communi A, remanebunt duo reliqui D, & E simul sumpti æquales duobus F, & G simul sumptis, per axiom. 2. ergo & dimidia erunt inter se æqualia, per axiom. 7, nempe angulus ADE ipsi AGF externus interno &c. ergo per 28. pr. rectæ DE, FG sunt parallelæ; ac proinde in triangulo AFG latera AF, AG secantur in D, & E (etiam a peripherijs) proportionaliter, iuxta hanc 2 hu. Quod erat demonstrandum. *Ap. 1 Præl. 2.*

Pro-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Propos. III. Theor. III.

Si trianguli angulus bisecetur, rectaq; angulum secans secet & basim, habebunt basis partes eandem proportionem, quam reliqua trianguli latera. Et si basis partes eandem habeant proportionem, quam reliqua trianguli latera, quæ à vertice ad basim ducitur recta linea trianguli angulum bisecabit.



ESto triangulum ABC, & angulus BAC bisecetur rectà AD. Dico esse vt BD ad DC, ita BA ad AC. Ducatur CE per C parallela DA, cui BA producta in E occurrat. Et quia in parallelas AD, EC recta AC incidit, [a] erunt anguli ACE, CAD æquales, sed CAD, BAD ponuntur æquales; [b] erunt ergo & BAD, ACE æquales. Rursus cum in parallelas AD, EC incidat BE, [c] erit angulus externus BAD æqualis interno AEC; ostensus est autem & ACE ipsi BAD æqualis: [d] erit ergo & ACE æqualis ipsi AEC; [e] vnde & latera AE, AC æqualia erunt. Et quia trianguli BCE lateri EC ducta est parallela AD, [f] erit vt BD ad DC, ita BA ad AE; est autem AE ipsi AC æqualis: [g] est ergo vt BD ad DC, ita BA ad AC. Sed esto iam vt BD ad DC, ita BA ad AC, iunctaq; sit AD. Dico angulum BAC bisecari rectà AD: iisdem enim constructis, cum sit vt BD ad DC, ita BA ad AC: [h] & vt BD, ad DC, ita BA ad AE (est enim lateri EC triã-guli BCE ducta parallela AD) erit vt BA ad AC, ita BA ad AE; [i] æqualis ergo est AC ipsi AE. [k] Quare & angulus AEC angulo ACE æqualis erit. [l] sed AEC externo BAD est æqualis; [m] & ACE alterno CAD; erit ergo & BAD æqualis ipsi CAD: ergo BAC rectà AD bisecatur. Si ergo trianguli angulus, &c. Quod oportuit demonstrare.

a *propos.* 29.1.
b *ax.* 1.
c *propos.* 29.1.
d *ax.* 1.
e *prop.* 6. 1.
f *prop.* 2. 6.
g *prop.* 7. 5.
h *prop.* 2. 6.
i *prop.* 9. 5.
K *prop.* 6. 1.
l *prop.* 9. 1.
m *prop.* 29.1.

§ I.

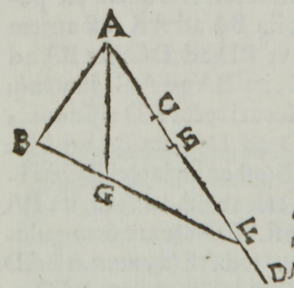
VSVS propos. 3, & Praxis — — Insueta diuidendi datum angulum in duos æquales.

1 *VSus erit conuersæ, seu secundæ partis propositionis huius tertiæ in demonstrationibus Geometricis, si quando sit opus probare angulum aliquem in triãgulo esse diuisum in duas partes æquales. Si enim basis diuisæ partes ita inter se habeãt, vt inter se reliqua trianguli duo latera, erit angulus æqualiter bifariatus.*

Angulũ diuidere in duo æqualia aliter quã per 9. lib. 1.

2 *Præterea habes hic ad praxim modum in duo æqualia diuidendi angulum, diuersum à modo prop. 9 lib. 1. Iunctà enim basi sub angulo dato, & cognità proportione (per instrumentum proportionum, vt docuimus) laterum, & secundum eam diuisà base, à diuisione linea recta ad angulum educta eum bisecabit in æqualia.*

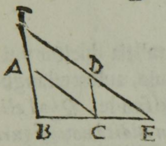
3 *Etiam sine inuestigatione proportionis, quam inter se habeant lineæ angulum conficientes, operabere in modum sequentem. Esto datus angulus rectilineus sub duabus BAC. Alterutra AC producatur indefinitè ad F, atq; in ea sume proportionem alterius BA lubitam, puta duplam, acceptum internallum AB ex A geminando in E, & ad F.*



Iunge BF, & per aliquem modum è doctis ad propos. 9 lib. 1 (præsertim § 3 ex vsu circini proportionum, vt & videbis inferius ad 9 propos. huius) ex B extremo lateris minoris accipe, ac seca in G partem BG tertiam totius BF, vt sit GF dupla ipsius GB, quemadmodum AF duplum latus est ipsius AB; educta ex G recta ad angulum A, illum diuidet in duos æquales, per hanc 3.

Propos. IV. Theor. IV.

Aequiangulorum triangulorum latera circa æquales angulos proportionalia sunt; Et latera æqualibus angulis subtensa, homologa, siue eiusdem rationis.



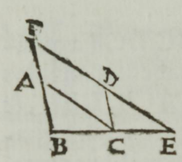
Sint triangula ABC,DCF æquiãgula æquales habentia angulos ABC, DCE, & ACB, DEC, & BAC, CDE. Dico latera circa æquales angulos esse proportionalia; & latera æqualibus angulis subtensa, homologa. Componantur enim BC, CE in directum. Et cum anguli ABC, ACB duobus rectis minores sint, sit autẽ angulus DEC angulo ACB æqualis, erunt & ABC, DEC duobus rectis minores,[a] concurrent ergo BA, BD productæ. Concurrant in F; cumque anguli DCE, ABC æquales sint,[b] erũt rectæ BF, CD parallelæ. Rursus cum anguli ACB, DEC æquales sint,[c] erunt & AC, FE parallelæ, ideoque FACD parallelogrammum est; [d] eritque FA æqualis ipsi CD, & AC ipsi FD; & cum ad latus FE trianguli FBE ducta sit parallela AC,[e] erit vt BA ad AF; ita BC ad CE; est autem AF æqualis ipsi CD; vt[f] ergo BA ad CD, ita BC ad CE; &[g] permutando, vt AB ad BC; ita DC ad CE. Rursus cum CD, BF parallelæ sint,[h] erit vt BC ad CE, ita FD ad DE. Est autem DF æqualis AC[i]. Vt ergo BC ad CE, ita AC ad ED,[k] ergo permutando, vt BC ad CA, ita CE ad ED. Cum ergo demonstratum sit esse vt AB ad BC, ita DC ad CE, vt verò BC ad CA, ita CE ad ED; erit ex[l] æquali vt BA ad AC, ita CD ad DE. Æquiangulorum ergo, &c. Quod oportuit demonstrare.

a def. 11. 1.
b propos. 28. 1.
c propos. 28. 1.
d propos. 30. 1.
e prop. 2. 6.
f prop. 7. 5.
g propos. 16. 5.
h prop. 2. 6.
i prop. 7. 5.
k propos. 16. 5.
l propos. 22. 5.

§. I.

COROLLARIVM I.

In triangulo parallela vni laterum aufert triangulum ſimile.



Linea recta, quæ parallela ducitur vni laterum in triangulo, aufert triangulum toti triangulo ſimile. *Quod aliqui demonſtrant in additâ noua figurâ iam demonſtratum eſt, & patet in Euclid. figurâ. Nam propter parallelas DC, FB cum ſint æquales duo anguli CDE, BFD, & duo ECD, EBF externi internis, ac propterea æquiangula triangula BFE, CDE, ac propterea ex hac 4 habeant circa æquales angulos latera proportionalia; ergo, per definit. 1. huius, ſunt ſimilia, quorum minus ECD abſtulit parallela CD. &c.*

§ II.

COROLLARIVM II.

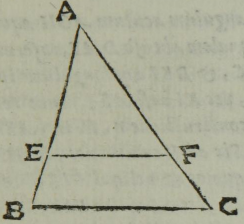
Omnia triangula æquilatera, & iſoſcelia rectangula ſunt ſimilia,

Hoc eſt, iuxta defin. 1 huius lib. 6 æquiangula ſunt, & circa æquales angulos habent latera proportionalia, & latera æqualibus angulis obtenſa habent homologa. Nam, per demonſtrata in lib. 1 æquilaterorum ſinguli anguli ſunt duæ tertiæ vnius recti, & omnium iſoſcelium rectangulorum ſinguli anguli ad baſes ſunt ſemirecti, & ad vertices recti; ergo ex hac 4 propoſitione habent latera proportionalia &c. & homologa &c. & ſunt ſimilia.

§.III.

COROLLARIVM III.

Dato triangulo minus, vel maius simile statim constituere.

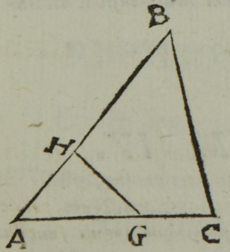


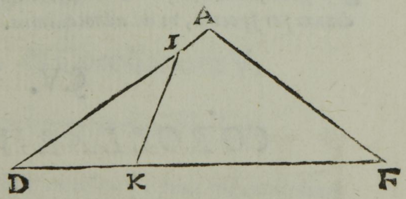
Constitues æquiangulum minus triangulũ maiori, nẽpe, vt dictũ est, per parallelam ductam vni laterũ maioris trianguli. Cõstitues maius, productis lateribus minoris triãguli AE, AF, & iuncta BC parallela ipsi EF basi minoris. &c.

§. IV.

SCHOLION, & Paradoxum.

Etiam per non parallelam vni laterum trianguli auferre triangulum simile, &c.

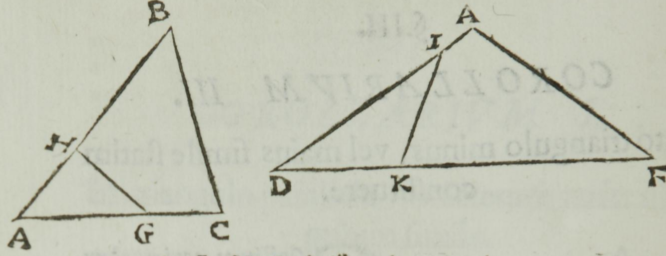




Scilicet si ab vno laterum ducatur recta faciens angulum in partiali triangulo æqualem vtrilibet angulo totalis trianguli posito extra triangulum partiale, auferet ea recta triangulum partiale simile totali. In acutangulo enim ABC, & in obtusan-

gulo

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2



gulo DAF rectæ GH, KI facietes altera angulum acutum AGH æqualem acuto ABC, altera angulum DKI æqualem obtuso DAF, auferunt triangula AGH æquiangulum ipsi ABC, & DKI æquiangulum ipsi DAF. nec sunt parallelæ HG basi BC, nec KI basi AF. Sunt verò anguli communes ad A, & æquales per constructionem AGH, ABC, ergo & reliqui AHG, ACB æquales. Sic ad D communes, & DKI æqua *les per constructionem ipsi DAF, ergo æquales & reliqui DIK, DAF.*

Ergo similia sunt triangula AHG, ABC, item similia DIK, DAF, nec tamen facta sunt per ductū lineæ parallelæ vlli laterum sectiones triangulorum in positis hic fig Vocantur subcontrariè positæ in conicis. Vide etiam inferius § 22 ad hanc 4 propos.

SCHOLION.

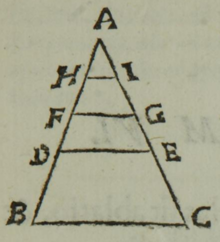
Etiam extra triangulum ducta parellela aufert, aut facit triangula similia. Inferius videbis exemplum in dimensione altitudinum per specula, vt ibi adnotauimus.

§.V.

COROLLARIVM IV.

Triangulà in infinitum diuisibilia.

Exemplum esto in æquilatero, seu potius in isoscele, cuius duorū æqualium laterum alterutrum sit maius base, ceu in ABC, cuius vel AB, vel AC maius est tertio, seu base BC. Cui parallelæ



lelæ DE, FG, HI abstulerint minora, ac minora triangula similia ipsi ABC, per corollarium primum antec. Inter verticem A, & parallelam HI aliæ ducentur infinitæ numero parallelæ (præsertim in abstractione geometrica purè, ac solidè philosophando) quarum singulæ auferent semper minora triangula similia; eaque ratione numquam finietur diuisio trianguli.

Nam si dicas opponendo, futurũ vt vna tandem earum parallelarum sit ita extrema, vt non relinquat quidquam superficiei triangularis diuisibilis inter eam parallelam, & inter verticem A, atq; adeo deueniri tandem ad extremum vnum, ac minimum triangulum indiuisibile.

Hoc, inquam, si dicas, ergo cũ in triangulo eo postremo, ac minimo intermediet nihil diuisibile inter basim, & reliqua duo latera constituentia verticem, siue angulum A, habebit basim, verbi gratia HI, coincidentem, & cõgruentem cum duobus lateribus, velut HA, AI; ergo, contra 20 propos lib. 1, erit triangulum, cuius duo latera non sint reliquo longiora. Quod absurdum ne incidas, fateare necesse est numquam perueniri ad triangulum minimum indiuisibile, sed semper in infinitum fieri progressum ad minora triangula similia, quæ eo ipso, quod sunt triãgula, includunt, iuxta definitionem figuræ, quantitatem tribus lineis terminatam, ac diuisibilem. &c.

§. VI.

SCHOLION, & Corollarium V.

Etiam lineæ in infinitum diuisibiles.

Consequitur huiusce Scholij corollariũ è proximè antecedenti corollario. Dum enim diuiditur per parallelas triangulum in infinita numero similia, etiam lineæ laterales trianguli diuisi diuiduntur in infinitum, velut AB, AC in diuisionibus D & E, F & G, H & I &c.

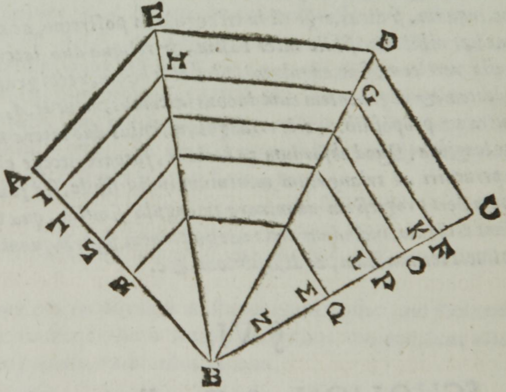
Vide & pro hac diuisibilitate quantitatis in infinitum §. 22 ad 10 pro. hu. & inde alia exempla in fine eius § 22 citata.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§. VII.

COROLLARIVM VI.

In omni rectilineo per parallelas fit ablatio, & constitutio similis rectilinei.



COrollarium primũ antecedens cuadit ex particulari de triangulis vniuersale in hoc Corollario, dum saltem indicamus hìc modum, quo auferas, vel constituas rectilineo, velut quinquangulo ABCDE simile minus IBFGH, vel minori maius, ducendo è duobus lateribus ABC angulum B conficientibus parallelas IHGF reliquis lateribus AEDC. &c. Ac demonstratio hìc patet ex eodem anteced. coroll. 1. scilicet iunctis ex communi B rectis ad angulos, ac aiuiso pentagono in tria triangula BAE, EED, BDC, in quibus auferunt similia minora triangula parallelæ basibus ipsæ

IH,

IH, HG, GF; vel constituunt maiora similia rectæ maiores AE, ED, DC parallelæ minoribus IHGF. &c. Vide plura circa hoc corollariū apud nos inferius ad propos.20, ad quam propriè spectant ea, quæ hic indicantur.

§. VIII.

SCHOLION I.

Circini proportionum demonstratio ex hac 4 propositione Euclid.

VIde in Apiar.12, in Applicat.17.ad propos.4.lib.6.Elem. Demonstratio hic indicāda in exemplo diuisionis rectæ lineæ in 100 in partes æquales valebit etiam in diuisione per inæquales, scilicet per arcus quadrantis translatos in rectas 90.

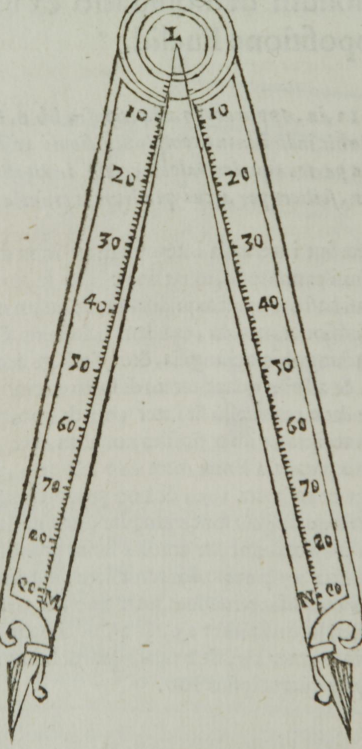
Itaq; quæcunque lineæ siue interualla interponantur inter diuisa circini latera, & inter similes numeros, erunt lineæ inter se parallelæ, ac minor maiori quasi basi trianguli æquidistabit, & quam habēt proportionem inter se diuisiones laterum, eandem habebunt & bases inter se. Fiunt enim triangula æquiangula, &c Verb.gr accepta longitudine datæ lineæ, & ad eius quantitatem diducto circino proportionum, ita vt lineæ datæ interuallū sit inter 100, & 100, quodcunq; aliud interuallum accipiatur inter similes numeros, ver. grat. inter 25, & 25, est linea parallela lineæ inter 100, & 100, per 2 propos. huius sexti; sunt enim latera 100, & 100 proportionaliter secta in 25, & 25; ergo æquiangula sunt triangula, ac similia minus,& maius in circino proportionū, per corol.4 huius propos. sexti. Vt ergo latus diuisum in 25 partes ad interuallum, siue lineam inter 25, & 25, sic latus 100 ad interuallum inter 100, & 100, & permutando vt 25 ad 100, sic linea inter 25, & 25 ad lineam inter 100, & 100. Est ergo linea inter 25, & 25 pars quarta lineæ inter 100, & 100, vt 25 est pars quarta ipsius 100.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§. IX.

SCHOLION II.

Theoriæ, atq; cautiones circa demonstrationem ex hac 4 prop. ac vſum circini proportionum pro eà facie, in quam chordæ 90 graduum quadrantis translatæ ſunt.



Aliqui vel ſolas praxes (quæ ſine demõſtrationibus tutæ non ſunt) circini proportionum docent, vel confundũt demonſtrationem pro vſu tam rectarum, quam arcuum circularium; qua in re magni momenti errata poſſunt accidere in Aſtronomicis, Gnomonicis, Geometricis, & in aliarum ſcientiarũ Mathematicarum operationibus. Itaque nos diſtinguamus, ac —

1 Dum in ea circini facie, in quam trãslatæ ſunt chordæ graduum quadrãtis, infertur geometricè ab hac 4 prop. Eucl. vt (expli

pli gratia) 30 ad 90, sic chorda inter 30, & 30 ad chordam inter 90, & 90, cautè intelligenda est illatio. Non enim eodem modo, vt in rectis, (quæ in alterâ circini facie diuisæ sunt in 100 partes æquales) procedit & in chordis 90 graduum. Nec vt numeri chordarum, ita & ipsæ Chordæ inter se sunt. Neque enim vt 30 est tertia pars numeri 90, ita chorda inter 30, 30 est tertia pars chordæ inter 90, 90. Nã chorda subtendens arcum quadrantis graduum 90 diuisa est non per æqualia, sed proportionaliter ab alijs chordis, vt docuimus initio Apiar. 12, vbi chordas graduum traduximus in circinum proportionũ. Vide ibi. Itaq; dũ dicitur vt 30 ad 90, intellige: vt chorda subtendens arcum graduum 30 se habet ad chordam subtendentẽ arcum graduum 90, ita interuallum inter 30 ad inter 90; vt sit quodammodo proportionalitas non arithmetica numerorum, sed geometrica linearum.

2 *Quoniam verò chordæ inter eosdem numeros possunt subtendere vno eodemq; sui interuallo arcus varios, nẽpe maiorum, vel minorum circulorum magis, vel minus curuatos, si quis exempli gratia, velit accipere tertiam partem arcus subtensi à chorda inter 30, & 30, & accipiat interuallum inter 10, & 10, atq; inferat: vt 10 sunt tertia pars numeri 30, sic chorda inter 10, & 10 subtendit tertiam partem arcus inter 30, & 30, falli potest. Nam si arcus inter 30, & 30 sit pars peripheriæ circuli valde ampli, chorda inter 10 subtendere potest plus tertia parte arcus; sin autẽ sit arcus circuli minusculi, chorda inter 10 potest deficere & subtendere minus, quàm tertiam partem arcus inter 30, & 30. Potest enim chorda inter 30 esse diameter semicirculi, per cuius curuatiorem peripheriam triplicata chorda inter 10 non expleat ambitum semicirculi. Non enim vt in facie circini, in qua recta linea diuisa est in 100 partes, & rectę inter interualla numerorũ sunt determinatæ longitudinis, sic & curuæ circulares sunt; quæ pro varietate semidiametrorum variant curuitatem, & quantitatem vnà eademq; chorda subtensam. Igitur vt certa sit illatio demonstrationis confugiendum est ad aliquid certi etiam in circularibus lineis. Quid autem illud est? nempe id, quod modo indicaui, certa, & determinata semidiameter eius arcus, cui chorda subtenditur.*

3 *Quare ante omnia dati arcus semidiameter interponenda est inter numeros 60, & 60, ac tunc reliqua omnia interualla circini sic diducti erunt arcus eiusdem circuli, qui describitur à semidiametro inter 60, & habebunt ab ea semidiametro vnã, eandem, ac certam curuaturam. Ac tunc erit demonstratiua, & certa illatio: vt 10 est chorda subtendens arcum, qui est tertia pars arcus subtensi à chorda 30 in cruribus circini, quorum arcuum semidiameter est chorda 60;*

sic

sic interuallum inter 10, & 10 est chorda subtendens arcum, qui est tertia pars arcus subtensi ab interuallo inter 30, & 30, quorum arcuum semidiameter est interuallum inter 60, & 60.

4 Ac sanè iucundum est animo concipere, atq; intueri theoricè quemadmodũ singulæ (quæ varietate, ac numero infinitæ esse possunt) circini aperturæ singulas explicent series plurium arcuum eiusdem quadrantis à semidiametro inter 60 pendentium, siue signandorum, vel signatorum; quemadmodum in lateribus circini sua series est chordarum subtendentium arcus variorum graduum quadrantis vnius, cuius semidiameter est chorda à centro L ad 60.

Igitur iuxta hic antedictas theorias instituenda est, atq; intelligenda demonstratio ex hac 4 propos. Eucl. in chordis arcuum aliter, quàm in altera circini facie, vbi est recta linea in 100 partes diuisa.

§. X.

Paradoxum, & vsus 4 propos. & corollarij apud nos 1 ex ea, pro inuentione linearum tertiæ, & quartæ proportionalium in circino proportionum.

PAradoxum erit (vt diximus in Scholio 2 ad proposit. 2. huius) si ostendamus ab Euclide doceri linearum proportionaliũ inuentiones ex hac 4 propos. & corollario eius (quemadmodum & inferius ex Octaua, & eius Corollario) antequam eas doceat in propositionibus 11, 12, 13. Sit igitur —

— PROBLEMA I.

Duabus datis rectis lineis tertiam proportionalem inuenire in circino proportionum.

IN facie circini, vbi est diuisio lineæ in 100 partes æquales, fiat praxis in modum sequentem : Linea prior duarũ, quibus tertia propor-

portionalis quæritur, ſumatur à centro in latere circini, verbi gratia, vſque ad 50, ſecundæ lineæ longitudo interponatur inter 50,& 50. Rurſus longitudo, ſiue idem interuallum ſecundę ſumatur a centro in latere circini, perueniatq; verbi gratia vſq; ad 54 $\frac{1}{2}$. Ab eo termino ſumptum interuallum, nempe inter 54 $\frac{1}{2}$, & 54 $\frac{1}{2}$, erit tertia proportionalis penè 59. Vt enim prima à centro ad 50 ſe habet ad ſecundam inter 50, & 50, ita èadem ſecunda è centro ad 54 $\frac{1}{2}$ ſe habet ad interuallum inter 54 $\frac{1}{2}$,& 54 $\frac{1}{2}$, ex demonſtratis per quartam huius lib. 6. Eucl.

§. XI.

PROBLEMA II.

Tribus datis rectis lineis quartam proportionalem inuenire in circino proportionum.

PRimæ lineæ longitudinem in eodem exemplo pone à centro ad 50 in latere circini. Secundæ interuallum inter 50,& 50. Tertiæ longitudinem ſume a centro in latere circini verb. gr. vſq; ad 60. Interuallum inter 60, & 60 erit quarta proportionalis, nempè 65 in latere numerata. &c.

SCHOLION III.

Dę inuentione mediæ proportionalis in circino proportionum.

VIde eam apud nos in Apiar. 12. in applicat. 34, in num. 3. & in numero 4 ſequenti. Vide ibidem abuſum circini proportionum apud aliquos non ſolum pro inuentione mediæ proportionalis, ſed etiam pro alijs aliquibus operationibus, quæ facilius, ac breuius fiunt ſine vſu eius circini. Propterea nos

hic

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

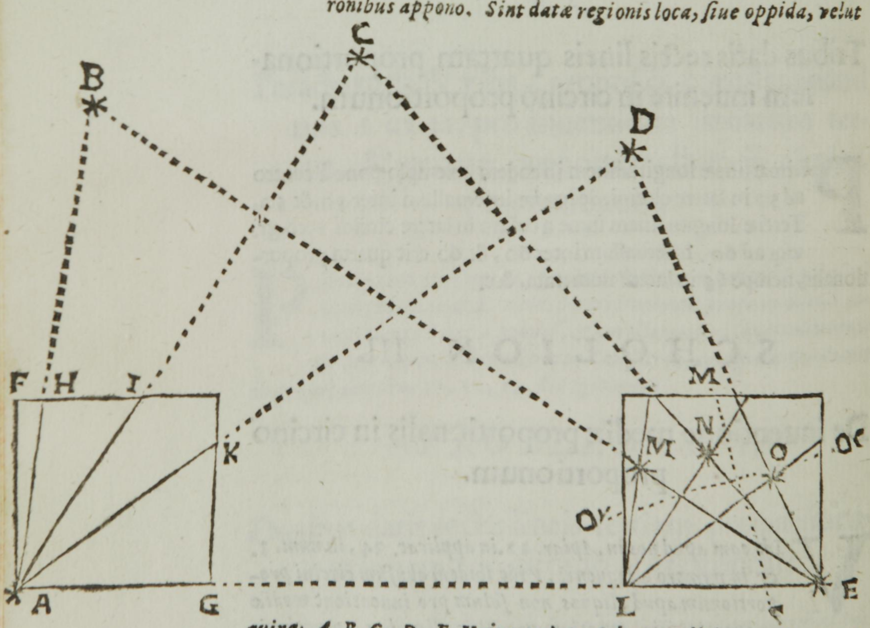
hic tantum indicamus, & hic omittimus id, quod præstitum habes in cit. Ap. 12.

§. XII.

PROBLEMA III.

Vsus 4 Propos. ad Chorographiam, idest pro descriptione peculiaris regionis, & inuentione veri situs locorum, & inter ea veræ distantię.

OMissis varijs modis, quos præ cæteris Gemmafrisius tradit in libello de locorum descriptionibus, vnicum hic ego facillimum (cuius demonstratio pendet ex hac 4 propos. Eucl.) Tyronibus appono. Sint datæ regionis loca, siue oppida, velut



quinq; A, B, C, D, E. Vnius, velut A, locum editiorem, seu turrim ascende, vnde reliqua quattuor oppida B, C, D, E facilè prospicias.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Accipe tabulam edolatã, ac læuatam æquabiliter ipsam FG, eamq; horizonti secundum planam superficiem statue parallelam, iuxta modos, quos tradidimus in priore huius Aerarij tomo ad prop. 12, præsertim ... Fac latus vnum AG congruat cum linea visuali spectante ex A in certum aliquem locum editiorem oppidi alterius velut in E turrim, vel tectum, quo te mox traducturus es. In tabellæ angulo A sit regula cum pinnulis fixè gyratilis. Iuxtà quam prospice in tria loca B, C, D, & lineas signato AH, AI, AK. Ex oppido A transfer te cum tabula FG in oppidi E locum à linea visuali antea notatum, tabulàq; horizonti parallelωs collocatà, sit G in E, & latus EL congruat cum visuali ex E in A prospectante.

Regulam, quæ erat in angulo L, transfer in E, circa quod punctũ gyret, atq; ex E regulam dirige, ac secundum eam prospice rursus in loca B, C, D, ac nota in tabula linearum intersectiones M, N, O. Deniq; iuxta modos à nobis traditos in Apiar. 8, & 9, & alibi, in tabula duc lineam meridianam, atq; illi ad rectos alteram, vt habeas puncta mundanæ sphæræ cardinalia Merid. Septentr. Or. Occid. Quibus ritè peractis, habes in tabula descriptam regionem prorsus similem veræ, ac prototypæ, cum vero situ, verisq; distantijs oppidorum inter se. Suntq; vt oppida A, B, C, D, E sic in tabula inter se L, M, N, O, E.

Ac licebit scire distantias etiam inaccessas vel oppidorum inter se, vel ab illis ad te, modò vnam, puta AE, per quam te transtulisti, noris aliunde, ac si non aliunde, saltem per aliquem plurium modorum, quos tradidimus in Apiar. 2, & hìc inferius habebis ad hanc 4 propos. Eucl. Puta AE esse 8 stadiorum, siue vnius milliarij, vt scias quantum distet oppidum A à B, accipe interuallum rectæ LE, idq; interpone inter 8, & 8 in circino proportionum (vbi recta diuisa est in 100 partes æquales) diductisq; ad interuallnm LE, ac perstantibus circini proportionum cruribus, accipe interuallum LM, ac vide quos inter numeros circini proportionum aptetur. Illi enim indicabunt quæsitam distantiam. Verbi gr. si inter 6, & 6, erit recta LM sex æqualium partium, qualium est 8 ipsa LE, hoc est, distabit oppidum B ab oppido A 6 stadijs, quorum 8 continet distantia AE. Pariliq; ratione de reliquis distantijs oppidorum extra tabellam, cognoscendis in tabellà.

Demonstratio patet ex hac 4 propos. Eucl. Collocata enim est cũ suis lineis tabella parallelωs ex AG in LE, ipsiq; AHB parallela est LM, ipsi AIC parallela LN, ipsi AKD parallela LO, & propter angulos communes ad E, & internos æquales externis, sunt triãgula

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

æqui angula ABE, LME, & ACE, LNE; & ADF, LOE. Vt ergo maiorum triangulorum bases, & latera inter se extra tabellam, sic minorũ inter se in tabella. &c. Indico quæ etiam in sequentibus ad hanc 4 propos sæpius, & pluribus videbis. Interim habes hìc à nobis modum facillimum, ac demonstratiuũ problematis, cuius sunt vsus plurimi tum pace, tum bello, in Geographiâ, Agricultura, &c.

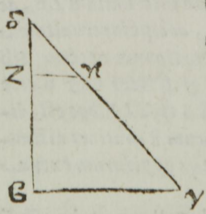
§. XIII.

Vsus prop. 4, & corollar. ex eà in operationibus Geometriæ practicæ.

IN praxibus Geometriæ practicæ, atq; etiam in aliquibus Astronomicis vt plurimum fiũt æquiangula triangula, & similia per positionem alicuius hastæ, siue lateris organici paralleli obiecto, quod metiri volumus. &c. Exempla ad Euclidem ex Euclide dabimus, eaq; simplicissima sine operosis vllis instrumentis. Igitur Euclides in suis opticis sequentes habet propositiones.

PROBLEMA IV.

1 Datæ longitudinis quantitatem cognoscere.



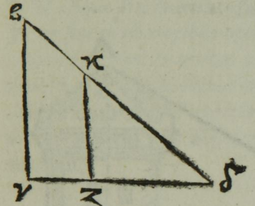
SIt βγ longitudo, cuius quantitas cognoscenda sit, ponaturq; oculus in δ à quo procedant radij δβ, δγ & à puncto ζ ducatur ζκ, quæ parallela sit ipsi βγ. Est igitur vt ζκ ad κδ, ita βγ ad γδ (per 29 primi, & 2, & 4 sexti Element.) sed ratio ipsius ζκ ad κδ cognoscitur, ergo etiam ratio ipsius βγ ad γδ cognoscitur. Sed ipsius γδ quantitas cognoscitur: Quare ipsius etiam βγ longitudinis quantitas cognoscetur.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§. XIV.

PROBLEMA V.

2 Datam altitudinem (*ex eius vmbra*) cognoſcere quanta ſit.



SIt altitudo βγ, cuius quantitatem cognoſcere oporteat, & per punctum β cadat ſolis radius βδ. igitur vmbra erit γδ. Sume igitur magnitudinem aliquam cognitam, cuiuſmodi eſto κζ, eamque ita aptato ſub angulum δ, vt ſit parallela ipſi βγ, Eſt itaque vt δγ ad γβ, ita δζ ad ζκ. Eſt autem cognita ratio ipſius δζ ad ζκ, cognita ergo etiam erit ratio γδ ad γβ. Sed δγ vmbra cognita eſt; cognoſcetur ergo ipſa γβ altitudo.

§. XV.

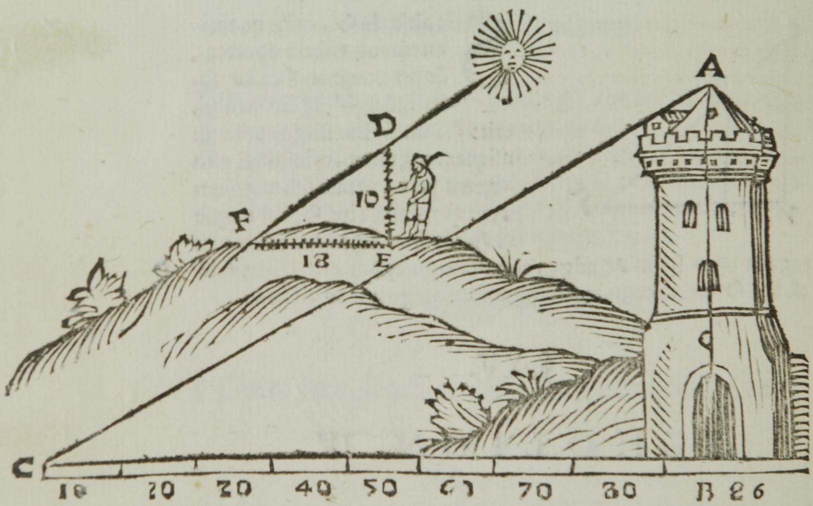
SCHOLION IV.

Ampliata Euclidis praxis, & ad militaria traducta. Vegetius, & alij veteres Authores explicati. &c.

ALtitudines, quas Euclides ex vmbris metitur, metiri licet, ac aſſolet, ſi oculum ſtatuas in δ, & radius viſualis procurrat per parallelarũ κζ, βγ vertices κ, β, eadem enim eſt ratio. Vide præterea nos in Apiar. 1. prælog. 3. ſub finem, vbi

mœniorum altitudines ex baculi, siue decempedæ vmbrâ, cum Vegetio, metimur, vt scalarum quantitas haberi possit ad mœnia conscendenda, &c. Ibi plura, quæ Tyronibus condiãt, & ornent hic Euclidem Vegetij verba sunt à Io. de Roias citata, & illustrata lib. 4. Planisphærij, cap. 4.

Cum Sol obliquus vmbram turrium, murorumq; iaculatur in terram, tunc ignorantibus aduersarijs, vmbræ illius spatium mensuratur, itaque decempeda figitur, & vmbra illius similiter mensuratur. Quo collecto numero, nemo dubitat ex vmbra decempedæ inueniri altitudinem ciuitatis, cùm sciatur quanta altitudo quantum vmbræ mittat in longum. *Hactenus Vegetius. Addit deinde Io. Roias.*



Iam vt Vegetij verba melius intelligantur, sit muri, turrisq; altitudo AB, eius vero vmbra BC, cuius mensura nota sit pedũ 86. Sitq; solis radius AC. Decempeda autem in 10 diuisa pedes, a quo etiam nomen accepit, DE, radiusq; solis DF, erit itaq; decempedæ vmbra FE, quam dimetiens pedum inueni 18. Quoniam igitur solis radij ab eadem in planiciem proijciuntur altitudine, angulum ACB angulo DFE æqualem esse necessario continget. Angulus autem ABC angulo DEF erit similiter æqualis, vtriq; enim recti supponũtur. Quare & anguli BAC, & EDF reliqui, per 32 pri. Euclidis, æquales erũt.

Cum

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Cum igitur duorum triangulorum anguli sint inuicem æquales, eorum latera necessariò eandem habere proportionem, per 4 sexti Euclidis, probatur. Vnde sicut FE decempedæ vmbra se habet ad DE decempedam, sic CB turris quoq; vmbra se ad BA habebit turris altitudinem. Multiplicabimus itaq; 86 turris vmbram per decempedæ partes, prouenient 860. Productum rursus partiemur per 18 decempedæ vmbram, excutientur pedes 47 $\frac{7}{9}$, ignota scilicet turris altitudo. quod desiderabatur.

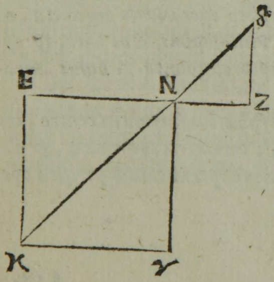
SCHOLION V.

IN aliquo diei momento facillima est operatio proximè antecedens, & sine prolixioribus operationibus ex vmbræ dimensæ quantitate nota fit etiam quantitas propositæ altitudinis. Nam vmbræ sunt æquales ipsis altitudinibus cum sol est in altitud. 45 grad. Vide nos in Apiar 1, prælib. 3. Tunc etiam fiunt à Gnomonibus æquiangula, & similia triangula cum alijs omnibus altitudinibus, &c. iuxta antecedentia.

§. XVI.

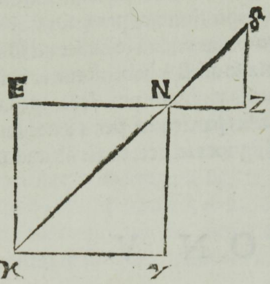
PROBLEMA VI.

3 Cognoscere quanta sit profunditas quælibet.



SIt Eκ profunditas, cuius quantitatem cognoscere oporteat, ponaturq; oculus in δ, à quo procedat radius δNκ, in profũdum, & a puncto δ ducatur δζ, quæ sit parallela ipsi Eκ. Cùm igitur in rectas lineas Eκ, & δζ parallelas recta linea δκ incidat, alternos angulos EκN, & Nδζ æquales inter se facit (per 29 primi Element.) Sunt vero anguli ENκ, & δNζ, qui circa verticẽ, inter se

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2



ſe æquales (per 15. primi Element.) reliquus igitur angulus ad ζ reliquo qui ad E æqualis eſt (per 23 primi Element.) ſunt igitur duo triangula æquiangula EκN, & Nδζ. Quare (per 4 ſexti Elem.) erit vt ζN ad ζδ, ſic EN ad Eκ. datur autem ratio ipſius ζN ad ζδ, dabitur ergo etiam ratio ipſius NE ad Eκ. datur verò quãtitas ipſius NE, ergo etiam dabitur quantitas ipſius E profunditatis.

§. XVII.

COROLLARIVM VII.

Quod eſt propugnatorium abſtractionis, & philoſophationis Geometricæ.

PRædicta ex Opticis Euclidis dum docent operationes, ac altitudines, longitudines, profunditates metiri, & ſpectant operationes etiam organicas, profectò problemata ſunt tamen in græco Euclidis codice ſemper inſcriptionẽ habent ΘΕΩΡΗΜΑ, & altitudinem, longitudinem, &c. non metiri, ſed cognoſcere, γνῶναι, quia ſcilicet contemplationem abſtractam ab operationibus phyſicis, dum philoſophatur Geometra ſcientificus, ſpectat, & intendit; quidquid ſit de effectu phyſico operationis organicæ, ad quem non ſe abijcit Theoricus, ac verè Philoſophus. Hæc nota, & appone ad ea, quæ habes à nobis in vlt. cap. prolegom. to. 1. huius Ærarij, & ad 5 propoſ. lib. 1. Eucl.

Idem Euclid. problema de vſtione à ſphærico ſpeculo in centro, inſcribit: θεώρημα, vt appareat ſpectari veritatem theoricam, & abſtractam geometricæ demõſtrationis, non experimentum phyſicæ operationis, &c.

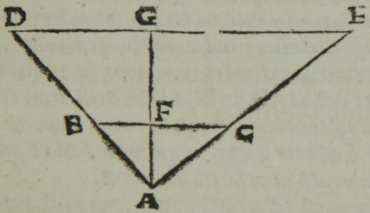
§ 18.

§. XVIII.

PROBLEMA VII.

Latitudines obiectas dimetiri.

EVclides in Opticis altitudines, profunditates, lõgitudines per latera parallela, & æquiangula triangula, dimensus omisit latitudinum dimensionem. Quæ tamen facile ex hac 4 propos. & ab exemplis opticis Euclidis deduci potest. Exemplum accipe ab Aguillonio Optic. lib. 4. consectario 4 post propos. 24, quod ille addidit exemplis Euclidianis.



Esto proposita latitudo DE, aspicientis verò oculus A, e cuius regione signum quoddam in proposita latitudine notetur G. in hoc signum regula dirigatur AF, cui alia quædam regula adiungatur BC ipsi DE parallela, eoque loci firmetur, vnde susceptos oculi radios AB, & AC in D, & E transmittat: sit verò AF modulorum 10, BC autem modulorum 20, at AG per accessam terræ superficiem reperta sit modulorum 30. erit ergo per regulam proportionum latitudo proposita modulorum 60. Quoniam enim BC ipsi DE constituta est parallela, erunt anguli ABC, & ADE, item ACB, & AED æquales. est vero angulus DAE vtrique triangulo BAC, & DAE communis; æquiangula sunt igitur hæc ipsa triangula. ergo, per 4 sexti Euclidis, vt AB ad AD, ita BC ad DE, sed vt AB ad AD, ita quoq; est AF ad AG, per 2 sexti Euclidis, Itaq; vt AF ad AG, ita est BC ad DE: & alternatim vt AF modulorum 10 ad BC modulorum 20, ita AG modulorũ 30 ad DE modulorum 60. quod erat demonstrandum.

§.XIX.

SCHOLION VI.

Vindicatio Aguillonij, & confirmatio proximè ab eo præcedentis demonstrationis indicata Tyronibus.

EN specimen, in quo Tyrones hallucinari queant, & dubitando hærere, propter quod (& fortasse alia) cautè legendum quis Aguillonem censeat; non quasi errantem, sed more veterum doctiorum Geometricorum philosophorum geometricè ratiocinãtem, tacitis aliquarum argumentationum modis, & solum ijs vsurpantiũ, qui non videantur esse in citatis elementarijs propositionibus, à quibus tamen dependent.

Ergo, per 4 sext. Eucl. vt AB ad AD, ita BC ad DE. *Scilicet, vt dictum est in antecedentibus à nobis in demonstratione circini proportionum, ac vsuum ab eo §. 8, & 9 ad hanc 4. Eucl. ex qua vt AB ad BC, ita AD ad DE, & permutando vt AB ad AD, ita BC ad DE.*

Sed vt AB ad AC, ita quoq; est AF ad AG, per 2 sexti Eucl. *Verè cautè legendæ demonstrationes Geometricæ, in quibus vnius literulæ à typographo error redundare possit apud incautos censores in ipsum demonstrationis Authorem. Itaq; typographi errorem hìc corrige, qui posuit C pro D; sitq; vt AB ad AD, &c. Per 2, vt AB ad BD, ita AF ad FG, ergo componendo contrariè (vide Schol. Clauij ad defin. 14, & ad propos. 18 lib. 5) vt AB ad AD, ita AF ad AG.*

Itaq; vt AF ad AG, ita est BC ad DE, *scilicet per 11 Quinti. Hìc sistere poterat demonstrationem Aguillonius, sed maluit etiam, permutando, ordinem magnitudinum sic instituere, atq; concludere: vt AF ad BC, sic AG ad DE. Igitur geometricus doctor cautè legendus, sed ex parte potius Lectoris, quam Authoris; ne scilicet qui parum geometricè instructus nõ statim prouidet quę latẽt in doctis geometris demonstrationibus, suã hallucinationẽ alienæ impingat doctrinæ.*

Hæc appone ijs, quæ pro eodem Aguillonio à nobis habes in to. 1 huius Aerarij ad prop. 21, §7.

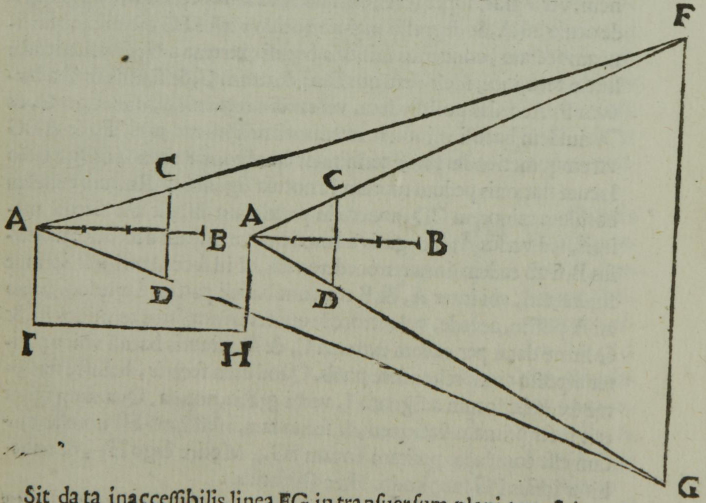
§. 20.

§. XX.

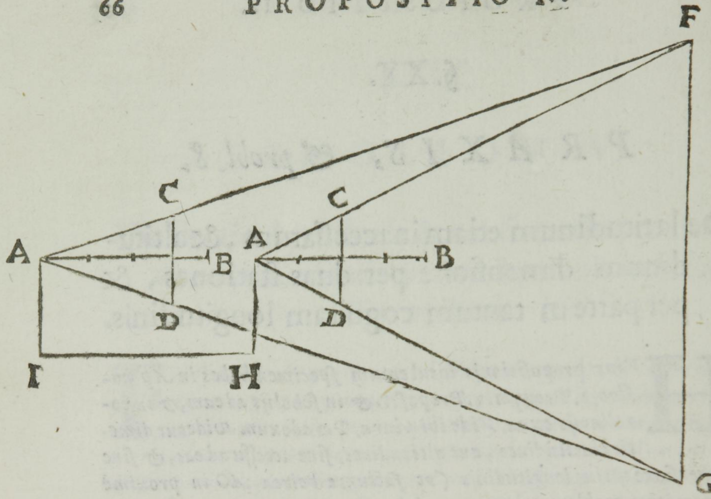
PRAXIS, & probl. 8.

De latitudinum etiam inaccessarum, & altitudinum dimensione per duas stationes, & per partem tantum cognitam longitudinis.

HVius propositionis luculentum specimen habes in Ap. nostro 2. Progym. 3. Propos. 1. & in scholijs ad eam, & in corollarijs ex ea. Vide ibi plura. Paradoxum videtur dimetiri latitudines, aut altitudines, sine accessu ad eas, & sine dimensione totius longitudinis (vt factum est circa AG in proximè antecedenti problemate) per quam ad eas acceditur. Tamen exemplum accipe cum vsu 4 huius propos. Eucl. ex Orontio, & atq; ex eius verbis.



Sit data inaccessibilis linea FG in transuersum plani terrestris collocata: hanc si per datum volueris metiri baculum, ita facito Moue to



baculum minorem CD super quā libuerit maioris baculi distinctionem, verb grat. super secundam ab A termino versus B, posito deinde oculo ad A, & depresso maiore baculo versus FG mensurandam lineam rectam, conuertas minoris baculi extrema ad ipsius metiendæ lineæ terminos, idest dextrum D ad dextrum G, & sinistrum C ad læuum F. Accedas postmodum, vel tandiu retrocedas, donec per C, & D eiusdem baculi minoris extrema visualibus radijs ACF, & ADG vtrumq; metiendæ lineæ terminum simul compræhendas. Quo facto locum stationis pedum tuorum H notula signabis. Rursum eundem baculum minorem CD moueto in proximam distantiam baculi maioris, sed versus A, si cogaris ad metiendam lineam accedere; aut versus B, si ab eadem linea retrocedere velis, vt in succedenti descriptione figurarum, vbi inter A, & E tres sunt baculi partes. Et rursum oculo ad A posito, accede, vel retrocede quatenus præfatos terminos F, & G lineæ datæ per eadem extrema C, & D minoris baculi vnico pariter aspectu comprehendere possis. Quod dum feceris, huiusce stationis secundæ locum assignato I, verbi gratia, notula. Quantum igitur erit inter primam stationem, & secundam, idest inter HI notulas, tantam esse concludas positam lineam FG. Metire ergo HI, & habebitur ipsius FG longitudo. Hæc Orontius.

Vide apud nos in cit. Apiar. praxim, quam Orontius particularem docuit, factam vniuersalem. Vide ibidem eiusdem praxis demonstratio-

tio-

tionem, quam Orontius non affert, quã nos tamen Tyronum captui explicauimus, & confiruauimus. Hìc interim ad rem vides dimensionem fieri per minorum triangulorum latera CD parallela maioris trianguli basi FG, & per minora triangula æquiangula maiori.

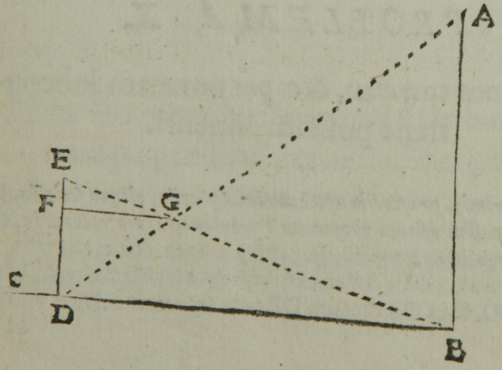
Si latitudinem FG horizonti parallelam, fingas eße perpendicularem, operatio èadem per duas stationes notam dabit perpendicularem altitudinem. Vide in citato Apiario.

§. XXI.

PARADOXVM, & Problema 9.

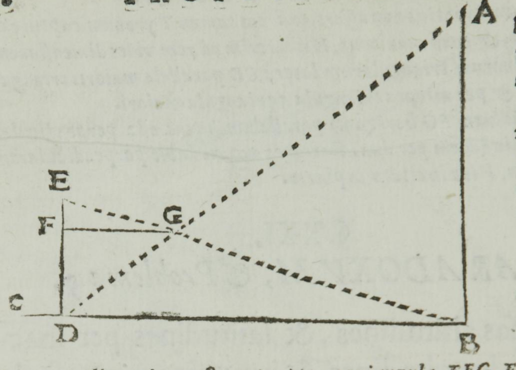
Inaccessas altitudines, & latitudines per inaccessas longitudines, & per vnicam mensoris stationem facillimè dimetiri.

HVius Geometrici paradoxi exemplum habes apud nos in Ap 2. in extrema propositione, vbi dimensiones per specula docemus. Si quando accidat propositam altitudinem, ver. gr. turris, esse in scopulo, & mensorem in littore, siue turrim in rupe inaceßa, inter quam, & mensorem interſint vallis decliuia, & mensor vix tantillum planæ areæ habeat in colle, vnde turrim prospectat, nec illi liceat stationem mutare, accipe hìc quid agat immotus, vt innaccessum per inaccessum metiatur. Cuius quidem paradoxi à nobis propositi (etiam sine speculis) & facillimè soluendi nondum vidi apud alios exemplum.



Altitudo sit AB, areola CD. Constituat Geometra bacillos DE, FG ita decussatos ad angulos rectos in F, vt FG sit parallelus horizõti, DE perpendicu-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2



laris, ac parallelus altitudini AB. Oculus mẽsoris primò in E spectet per verticem G in B. Tunc vt EF ad FG, ita ED ad DB longitudinem, siue intercapedinem inaccessam, propter æquiangula EFG, EDB, &c. Secundo ponat oculum mensor in D, vel in alio puncto inter, D & G in rectà directà per artẽ ita, vt per G spectet verticem A Agnosce, Tyro, duo triangula FDG, DBA, & angulos rectos ad B, & ad F, & cadente rectà visuali in parallelas FG, DB, anguli alterni FGD, GDB. sunt æquales, ergo & tertij FDG, DAB. Ergo vt GF ad FD, ita DB nuper cognita, ad BA. Igitur mensor in eàdem statione agnoscit primo inaccessam DB, deinde ex ea inaccessam secundam BA. Quod erat propositum, nec ab alijs, quos hactenus vidi, vsurpatum, & iucundum in Geometricà Philosophia paradoxum.

§.XXII.

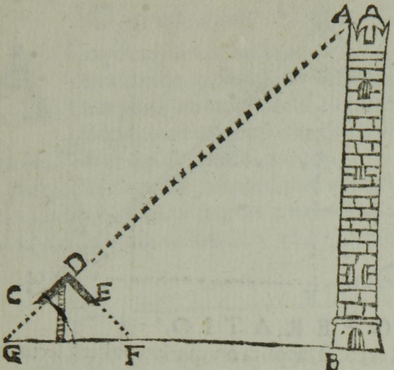
PROBLEMA X.

Altitudines turrium, &c. per normam subcontrariè positam dimetiri.

E *Plurimis, præsertim apud nos in Apiarijs, aliqua selecta, & non passim vsitata proponam Tyronibus, cætera videant in Apiarijs. Nos igitur in Ap. 2. Prog. 3 Prop. 2, &c.*

Propositæ altitudinis AB verticẽ A spectato secũdum alterum normæ latus CD, & ex D secundum DE nota signum in F. Dico vt GD

ad



ad DF, ſic eſſe GB ad BA altitudinem propoſitam, & ignotam. Nam æquiangula ſunt triangula GDF, GBA, propter angulos D, & B rectos, G eſt cõmunis, &c. *Vide cit. Apiar.*

SCHOLION.

Quid ſit normam ſubcontrariè ponere, & locutionis eius conicæ interpretationem habes in cit: Ap ibidem, & ex ea ſubcontrariatione metimur etiam latitudines, ſiue diſtantias inacceſſas.

§. XXIII.

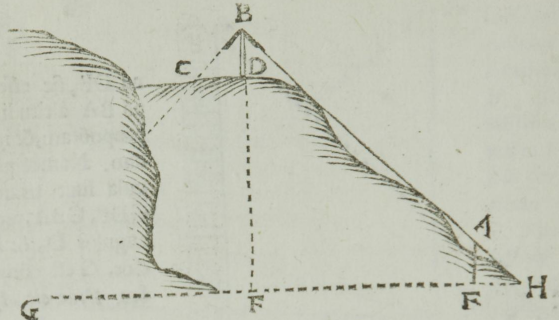
PROBLEMA XI.

Plana ſub montibus latentia, & latentes montium perpendiculares altitudines per normam metiri.

Omitto alios modos, vnum atq; alterum appono ex Ap. 2 Prog. 2. Propoſ 4, & 5.

OPE-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2



OPERATIO,

Protensà chordà ad A, & B, applica normæ latus alterũ ſecundum chordæ longitudinem ſic, vt cum ea vnam rectã conſtituat, tum oculo ad B appoſito deſpice in ſubiectum planum, & nota ſignum C, ex quo ad ipſam BD ſit, aut fiat planum CD parallelum plano EG. Tum mere latus BC. Quàm enim rationem habebit BC ad reliqua duo CD, DB, eamdem habebit chorda BH ad HF, & ad FB. Idem operare circa dorſum BG, vt totam HG, vel EG notam habeas.

DEMONSTRATIO.

QVoniam in triangulis HFB, & BDC anguli F, & D ſunt recti propter perpendiculares BF, & BD ad plana parallela EG, DC, & in triangulo minore DBC reliqui duo anguli DCB, CBD æquales ſunt vni recto; eſt autem & angulus normalis CBH rectus, ſi auferatur communis DBC, remanebunt æquales inter ſe HBD angulus trianguli maioris, & DCB angulus minoris. Ergo & reliqui duo DBC, & BHF erunt æquales. Quare ſunt æquiangula triangula HFB, BDC, &c. *Ex quibus conſtat demonſtratio operationis poſitæ in antecedenti problemate.*

§. XXIV.

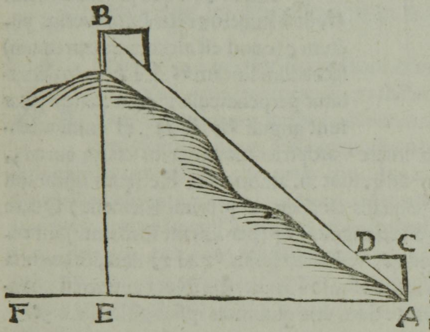
PROBLEMA XII.

Montes aliter metiri per vnicam normæ applicationem.

Operatio, ac Demonſtratio.

ACcipe modum etiam hunc nõ inuenuſtum, & facillimũ, ex vnica normæ applicatione ad chordam, vt ſimul & diſtantiam plani horizontalis, & altitudinem perpendicularem montis conſequare, poſita cognitione, ſeu dimenſione chordæ. Vide in Ap.2, Prog.2, propoſ.3.

Ad protẽsã chordam AB applicatã normã ACD vel ad partes A, vel ad partes B, quam proportionẽ habet DA ad DC, eandem habet BA ad AE, & quam eadem DA ad AC habet & AB ad BE. Demõſtratio patet; nã normæ latus AC perpendiculariter erectũ ſupponitur, eſtq; parallelum ipſi perpendiculari BE, item CD parallelum ipſi AE; ergo cadens BA in parallelas CA, BE, CD, AE facit angulos alternos CAD, DBE, CDA, DAE æquales in duobus triãgulis ADC, ABE; reliqui verò duo ad CD, & ad E ſunt recti, &c. Quare in æquiangulis duobus triangulis erunt latera circa æquales angulos proportionalia. Idem operabere circa dorſum BF, vt totam AF aſſequare.



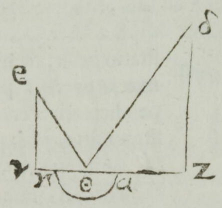
SCHOLION.

Pro praxibus antecedentibus.

VT chorda ſit ita protenſa inter extrema, vt conficiat rectã, & quam poſſit minimè curuam, habes remedium in citat. Ap.2, progym.2. propoſ.3, ſcilicet crebris palis ſuffulcire, ac intendere in rectam partes chordæ intermedias, &c. Illuc viſe.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§ XXV.
PROBLEMA XIII.
Cognoscere quanta sit altitudo alio modo, quã per Solem, scilicet per speculum. &c.



Sit $\gamma\epsilon$ altitudo, cuius quantitatem vestigare operæ pretium sit, & ponatur speculum $\kappa\alpha$, oculus autem sit δ, à quo procedat radius $\delta\theta$, & à puncto θ reflectatur versus pũctum ϵ (quod est altitudinis extremum) secuudum lineam $\theta\epsilon$, & à δ oculo demittatur perpendicularis $\delta\zeta$ æquales igitur sunt anguli $\epsilon\theta\gamma$, & $\delta\theta\zeta$. id enim ostensum est in primo theoremate Catoptricorum; angulus etiam, qui ad γ, æqualis est angulo qui ad ζ, sunt .n. ambo recti. Reliquus igitur, qui ad ϵ, reliquo qui ad δ æqualis est (per 32. p. primi Element.) Quare triangulus $\epsilon\gamma\theta$ similis est triangulo $\delta\theta\zeta$ (per 4. sexti Element.) Est ergo vt $\theta\gamma$ ad $\gamma\epsilon$, ita $\theta\zeta$ ad $\zeta\delta$. Sed ratio ipsius $\theta\zeta$ ad $\zeta\delta$ data, & cognita est, igitur ratio etiam ipsius $\gamma\theta$ ad $\gamma\epsilon$ innotescet. Nota autem est quantitas ipsius $\gamma\theta$, ergo nota etiam erit quantitas ipsius altitudinis $\gamma\epsilon$.

SCHOLION.

Non solum cum parallela obiecto ducitur intra triangulum, vt hactenus vidisti in anteced. problematibus, sed etiam cum extra triãgulum, valet vsus corollarij 1 antepositi ex 4 huius. Exemplũ habes hic ab Opticis Euclidis, vbi per speculum metitur altitudines per duo triangula extra se posita, & habentia duo latera perpendicularia, idest parallela opposita.

SCHOLION.
Confirmatio, hypothesis catoptricæ apud Euclidem pro dimensione per specula, ex hac 4 propos.

Reuisè § 8 ad propos. 15. to. 1 huius Aerarij.

Vsus

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

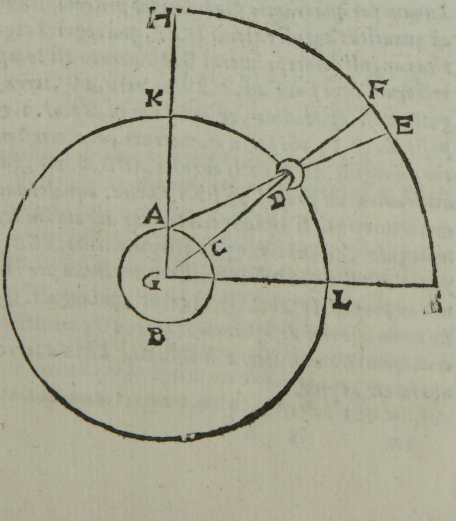
Vsus 4 Prop. pro præcipuis, & admirandis problematibus, & theorematibus Astronomicis.

§. XXVI.
PROBLEMA XIV.

Lunæ à terris distantiam agnoscere per constructionẽ organicã trianguli geometrici ęquianguli triangulo parallactico Astronomico.

A Terrenis ad celestes dimensiones ascendamus. Hæc propos. 4 Euclid. fundamentum esse potest omnium Astronomicarum dimensionum, quibus Astronomi globorum cælestium vel quantitates, vel distantias dimetiuntur. Vnicum pro cæteris omnibus exemplum afferamus circa Lunæ a terris distantiam, Qua pro re vide nos in nostris Apiarijs in nono præsertim, Prog. 3, prop. 9. & prog. 6. propos. 4. num. 2. Vbi docemus triangulis parallacticis, & alijs, quæ fiunt per instrumenta in astronomicis aliquibus operationibus, æquiangula triangula geometrice constituere à notis duobus angulis, & vno latere, vel a notis duobus lateribus, & angulo sub ijs. &c.

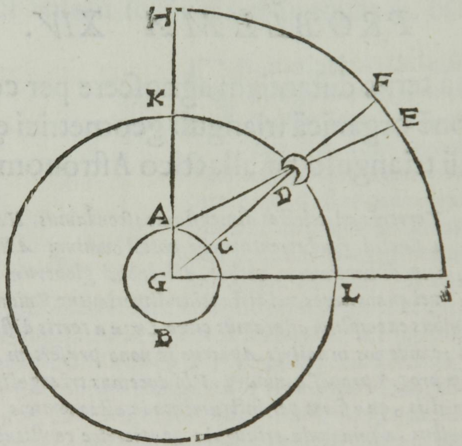
Igitur in apposita figura oculus A in terrę superficie Lunam in D suspicit per quadrantem, vel aliud instrumentũ astronomicum, per quod altitudines cælestium luminarium venari licet. Si à cẽtro terræ G fingas



K

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

adium visualem protendi ad eandem Lunam D, en ti bi triangulum conficitur AGD. Pro cuius angulorũ cognitione sic operare. E tabulis calculatoriæ Astronomiæ notus fit verus Lunæ locus sub firmamento, & vera eius altitudo in F, quo radius visualis à centro G iret. Itaq; quantitas anguli AGF, siue AGD, nota fit ex gradibus inter HF.



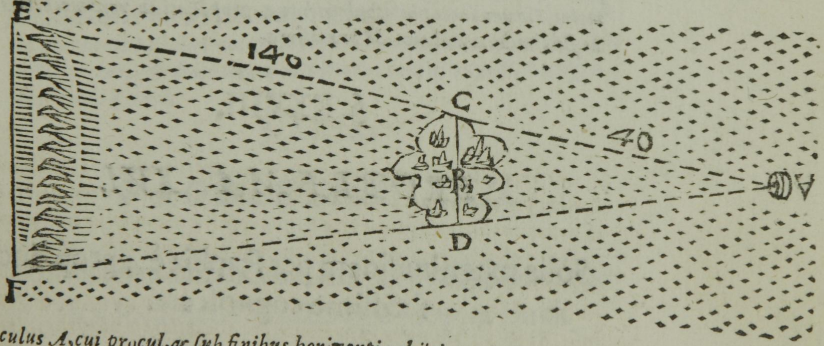
At vero altitudo apparens in E, quæ accidit oculo in A spectanti Lunam per quadrantis pinnulas; dat pro complemento arcum EH, quæ est quantitas anguli externi HAE, quà cognità cognoscitur etiã quantitas anguli deinceps interni GAD; nam ea est complementum duorum rectorum, qui fiunt ad A. Latus vero AG, terræ semidiameter, cognitum est apud alios, & apud nos in Apiar. 2. & inferius ad proposit. 8, & 13 vbi terræ diametrum, ac dimensionem docemus. Igitur trianguli AGD notis angulis AGD, DAG, fiant per modos a nobis traditos ad propos. 23. lib. 1. Euclid. æquales duo ad datam lineam, & tertio etiam D æqualis erit tertius angulus in designato geometricè triangulo Ac duo triangula astronomicum AGD, & geometricum, in pagella (vel organicè constructum in tabella per instrumentum, de quo nos ad propos. 23. Eucl. lib. 1) erunt æquiangula. Quoties igitur (finge figuram esse ritè designatum) latus AG continebitur in AD, totidem erunt semidiametri terræ in distantia Lunæ à terra. Plura vide apud nos in cit. Apiar.

§. XXVII.

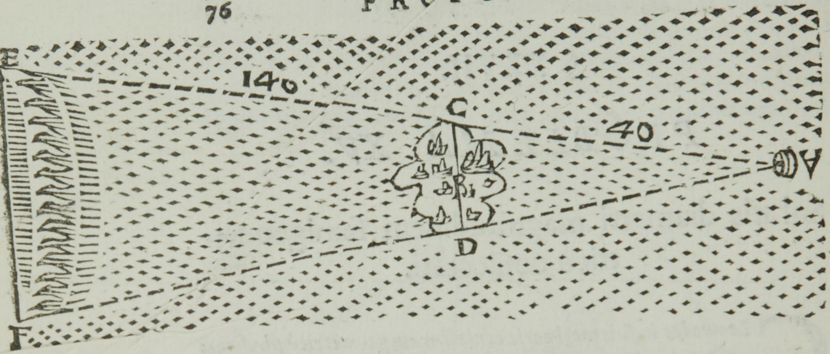
PROBLEMA XV.

Solaris diametri magnitudinem semigeometricè coniectari.

CLeomedes in suis metheoris coniecturam geometricè physicam affert, qua Tyro, non præcisè quidem (præcisiora inferius dabimus ad hanc 4 propos. Eucl.) sed tamen aptè possit philosophari geometricè ad concipiendam animo solaris diametri amplitudinem. In Oceani vasta, & tranquilla vndarum planitie esto



oculus A, cui procul, ac sub finibus horizontis obijciatur insula B. Accidit aliquando, So e post insulam oriente, apparere extra insulæ latera extrema C, D solaris globi radios aa E, & F, & in oculum A incidere. Geometricè, iuxta hanc propos. & eius corollarium sic philosophare, o Tyro: Radij siue visuales ab A, siue solares ab E F constituunt duo triangula, quorum basis minor est insulæ B diameter CD, maior solaris diameter EF, atq; inter se parallelæ. Puta distantiam ab A ad B esse maximi horizontis circiter milliaria 40, insulæ verò diametrū finge protendi circiter 30 milliarijs. Quantum distantiæ fingis ab oculo ad solem? Si fingis minimum triplam ipsius AC, erit 120 millia-



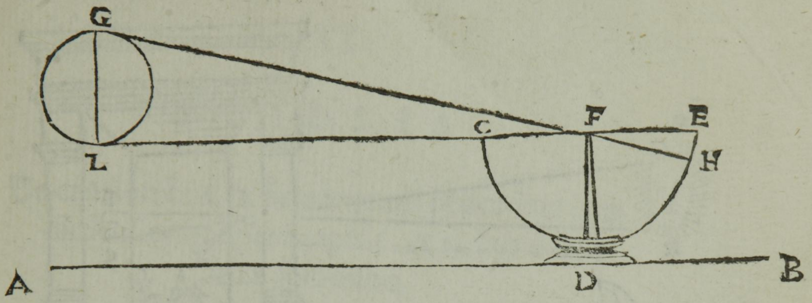
riorum. Igitur vt AC 40 ad CD 30, ita AE 120 ad EF, quæ, iuxta regulas proportionum, erit milliariorum 90. At verò cùm distantia ab oculo ad Solem quodammodo infinities maior sit, quàm AE, vides, productâ AE longissime, necesse esse amplissimam basim solaris diametri. Sic nos docet philosophari hæc 4. prop. Eucl. in verè metheoris, ac sublimibus. Sed mox ad præcisiora.

§. XXVIII.

PROBLEMA XVI.

Solis magnitudinem per scaphia è 4 prop. Eucl. facillime cognoscere.

VIde nos in Apiar. 8. Prog. 3. propos. 8. vbi plura, quorum hîc tantum aliqua. Vas hemisphæricum concauum, quod scaphium appellant, CDE collocetur in aperto plano, vbi primos orientis Solis radios excipere possit. Sitq; horizonti parallelum latus CE. Cum primum sol (puta à mari) oritur, vmbrà e styli, siue semidiametri vertice F proijcitur in latus ED, ac statim emerserit totus globus solaris GL, notetur vmbræ terminus in H. Quasi esset (nihil refert ad sensum, vt demonstrauimus in initio Apiarij 9 nostri Gnomonici) F in terræ cẽtro, & orbis CDE esset cõcentricus orbi



orbi cæli solaris, est latus DE parallelum cœlo vbi sol suam habet diametrum. Itaq; duo æquiangula sunt triangula, propter æquales angulos ad verticem F, & angulos æquales ad bases parallelas EH, GL, in quas cadunt rectæ GH, LE. Ergo vt FH ad HE, ita FL distantia Solis a terris ad eiusdem solis diametrum GL. Quoties igitur pars ipsius alterutrius vel GF, vel FE est ipsa EH, erit & toties GL in LF. At quanta est LF? Mox docebo in seq. probl. vnde etiam in numeris Solis distantiam, & diametrum docebimus, eadem terentes vestigia prop huius 4. Eucl.

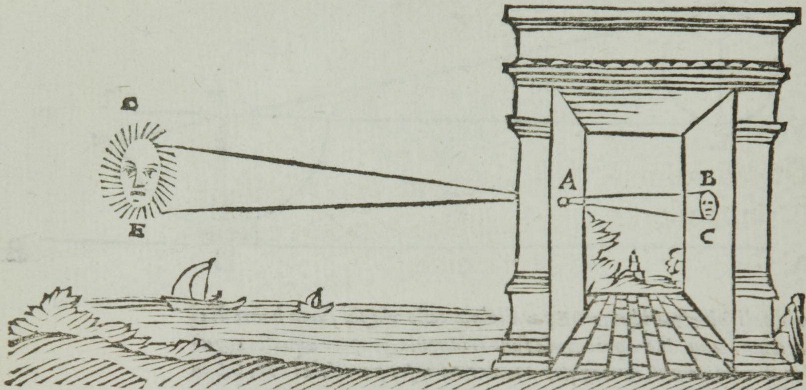
§. XXIX.

PROBLEMA XVII.

Solis a terra distantiam metiri è radijs per fenestræ foramen traiectis ope prop. 4. Eucl.

Qvemadmodum solis diameter accepta per Scaphia in antecedenti propositione, supponit cognitam Solis a terrà distantiã, ità distantia hìc accipienda supponit Solis notam diametrum. Ergone circulo ludemus? Minimè verò. Nam solis diameter, quam in hac propositione supponimus, ea præcisius accepta supponitur per alios modos extra scaphia, quos vide in Apiar. nostro 8 Astronomico Prog. 3. proposit. 11. In eodem Progym. propositio 10 est quam hìc paucis expediemus. Vide plura ibi.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2



Radiosus conus ABC accipiatur (vt Apollonius in conicis) pro triangulo, cui ad verticem , vbi foramen A , alterum triangulum ADE(habens pro base solarem diametrum) æquiangulum est eodem modo , quo nuper in scaphio; si tamen planum CB parallelum constituatur solari disco DE, iuxta modum , quem tradimus in Schol. 3 ad 10 prop.cit.prog.3. Ap 8. Igitur vt BC, ad CA, ita ED ad DA. At BC, CA quantitates sciri facilè possunt , & ED Solis diameter per modos propos. 11. cit. Apiar. nota est, ergo & distantia DA nota fiet.

Affirmatur in Apiar. 8 proposit. 10 tempore Aequinoctij verni, dum Sol est in mediocri a terris distantia, aliquando compertum esse basim, siue diametrũ BC centies, & quater ferè contineri in CA , siue BA; ergo & Solis diameter DE continebitur centies, & quater in EA, vel DA. At Solis diameter , iuxta recentiores Astronomos , continet vndecim semidiametros terræ , ergo media , siue mediocris distantia Solis à terra, DA, vel EA erit 1144 semidiametri terræ, quæ ad stadia redacta dat 44 844 228 quadraginta quatuor milliones , octingenta quadraginta quatuor millia ducenta vicena octona stadiorum . Vide plura, & præcisiora in cit. prop. 10 Apiar. 8. & hic in seq. Schol.

§. XXX.

SCHOLIA

De cautionibus, & firmamentis præcedentium dimensionum per Scaphia, & radios è fenestræ foramine.

1 *IN Apiar. 2 nostro Prog. 3. prop. 7 inuenimus per modū ibi nostrum terræ diametrum 78399 stadiorū, quæ dimidiata dabit terræ semidiametrum pro mensuris diametri solaris, & solaris a terra distantiæ.*

2 Eodem modo licebit, & summam, & minimam distantiam solis a terra, cum in alterutro solstitio est vel apogæus, vel perigæus, dimetiri.

3 Circa vsum scaphij, quem dedimus, vide plura in cit Apiar. 8 tum ex Macrobio, tum à nobis spectantia ad cautiones, vt recta fiat operatio.

4 Pariter ibidem modum per fenestræ foramen cognoscendi Solis à terra distantiam. &c. in Scholijs ad 10 propos. ad exactionem redegimus, qualem laudatissimæ Veterum dioptræ habuerunt; immo & exactius, quàm Antiqui, eam ibi operationem peregimus; scilicet ob maius radiosum nostrum triangulum intra conclaue, Ibi vide.

§. XXXI.

COROLLARIVM VIII.

De rerum extra positarum quantitate metiēda e simulacris intra obscurum cubiculum per foramen fonestræ traiectis. &c.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

IN citat. Apiar. 8. vide corollarium propos. 10, citatæ, vbi per similia triãgula ostendimus modum, quo quis possit intra obscurum cubiculum positus scire magnitudinem hominum per extra positas vias, vel plateas prætereuntium, dum illi claro aere, vel solis lumine perfusi proijciunt per finestræ angustum foramen sui simulacra. Vide ibi figuram, in qua, velut ad verticem styli in scaphijs, ad foramen fenestræ copulantur duo triangula similia, & quã habet rationem distantia a foramine ad obiecta extra posita eandem habet distantia ab eodem foramine ad tabellam intra cubiculum, quà tabellà excipiuntur simulacra. Vide ibi.

§.XXXII.

SCHOLION VII.

Astronomica plura alia problemata e 4 propos. Euclid.

VMbras terræ, ac Lunæ, Lunarium montium (si qui sint) altitudines, & alia plura per æquiangula, & similia triangula facillimè metimur in nostris Apiarijs. Vide modos, & figuras in Apiar. 2, Prog. 2, in corollar. 3, & Schol. 1. ad propos. 8. Apiar. 8. Prog. 3 propos. 11, corol. 1, 2, & Schol. 1. in eod. Ap. 8. Prog. 6. prop. 4. & corollar. & prop. 9. &c. E quibus locis licet tibi Euclidem diuitare. Nos hic finem facimus infiniti vsus huius prop. 4. & corollariorum ex ea apud nos. Alij alia, si habent, & meliora.

§.XXXIII.

SHOLION, & Corollarium =

= In quibus è 4 prop. &c. indicatur theorice precipuorum mensoriorum instrumentorum Geometricorum, & Astronomicorum.

QVadrata, Quadrantes, Anuli, siue Armillæ, Astrolabia, Dioptræ, Radij, & alia instrumenta, quibus vel Geometræ, vel Astronomi vtũtur in admirandis suis operationibus ad vniuersi demensiones, vim habent, ac demonstrationem ab hac 4 prop. Eucl. Omnia enim per parallelas siue rectas, siue circulares, & per æquiangulas, & proportionales figuras operantur. Cæteris omissis, radium famosissimum, & antiquissimum Geometricum (cuius vestigium habes in dimensione in antecedentib. in §. 20. tradità ex Orontio ad latitudines, &c.) & Astronomicum (de quo copiosè, ac doctè Gemmafrisius librum perscripsit) inspice, atq; in eo videbis organicè exhibitam 4. propos. huius Eucl. Ex quà habes modum circa ea omnia instrumenta geometricè philosophandi, èademq; vel corrigendi, vel amplificandi, vel noua inueniendi, ac denique, vt decet Philosophum sciendi quid, & de quo agas cum ijs instrumentis vtèris, vt è scientiæ potius, quam operationum merito ijs adnumereris qui —

— Admouere oculis distantia sydera nostris,
Aetheraq; ingenio supposuere suo. *Ouid.*

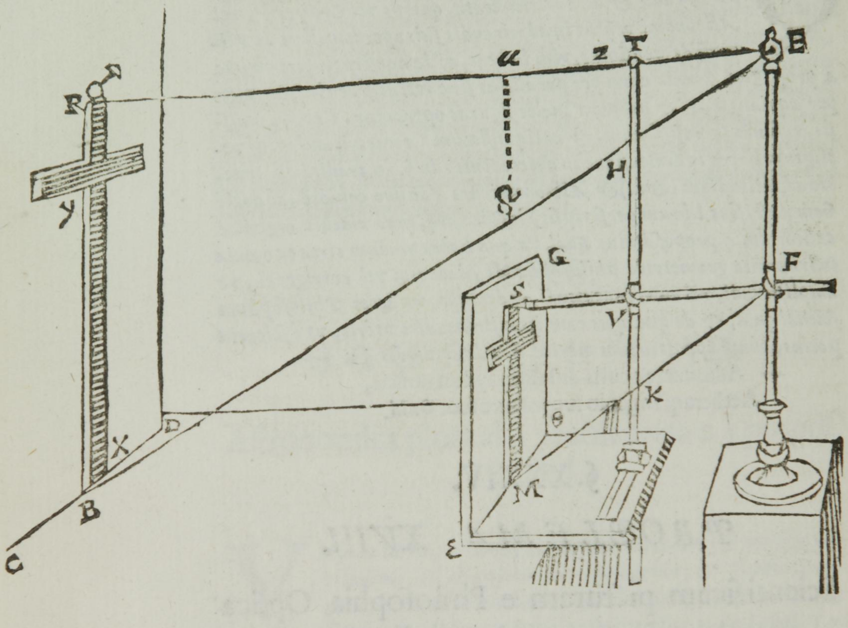
§. XXXIV.

PROBLEMA XVIII.

Scientificam picturam e Philosophia Optica exercere ope prop. 4, & corollarij apud nos primi ex eà.

IN Apiar. 5 nostro, in parte 2 Progymnatis 2, à cap. 3 vsque ad 10, habes a nobis constructiones, vsus, demonstrationes instrumenti nostri scenographici, quo pictura scientifica exercetur, & obiecta procul posita designantur in tabella obiectis parallela per æquiangula, & similia vel triangula, vel polygona. Omissis operosioribus, & perfectioribus figuris in citato 5 Ap. hìc aspice hãc vnã, in qua apparet similẽ prototypo imaginẽ in minori tabella designare nihil aliud esse, quàm conum, siue pyramidem visualem, v. g. EBRT intercidi parallellos basi à tabella pictoria, quæ v. g. in FMSV auferat pyramidem minorem EBRT æquiangulam, & similem maiori,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2



iuxta corollarium apud nos ex propos. 4. Euclid. Quod vero imaginariè fieret per sectionem in αδ parallelam ipsi RB, fit in inferiori tabella ε G dum oculus in E libere spectat singulas partes crucis maioris. Demonstrationes, & plura huc spectantia ad praxim, & theoricen mirifici huius vsus ex 4 hac prop. Eucl vide in cit. Ap. 5 Hic tantùm tam diuitis fluenti Euclidianum fontem indico. Vide id nostrum scenographicum instrumentum perfectum in cap. 6. cit. Apiar. prog. 2.

§. XXXV.

SCHOLION VIII.

Visionis intra oculum arcana prodita ex 4 prop.

Hoc

HOc arcanum habes apud nos in Apiar. 6 Prog. 3. cap. 2. Hic tantùm innuo, vt videas hanc Eucl. prop. 4. non solum cœlũ, & terras, sed etiã ipsos animaliũ oculos penetrare, atq; in ijs perfectã visionem exercere. Quæ fit per similia triangula, quorum alterum maius basim habet extrinsecus in obiecto, alterum minus intra oculum basim habet in retina, sub qua basi repræsentantur imaginatiuæ, atq; æstimatiuæ virtuti obiectum, & eius partes in proportionibus perfectissimis minorum ad maiora, velut in naturæ arcana quadam pictura. Habetq; retina vim mouendi, ac fingendi se in omnia genera basium, quæ sint parallelæ, & figuris persimiles figurationibus obiectorum externorum.

Ac quamuis non vna fiat decussatio radiorum, siue specierum repræsentabilium ab obiectis, & variè per oculi humores refringantur, vnde videri possit non fieri perfectam angulorum opticorum ad verticem æqualitatem, nec esse omnimodam triangulorum intra oculum similitudinem, tamen id miro naturæ consilio efficitur, vt obiectorum vera mensura, & quantitas repræsentetur, quæ verà minor appareret (propter geometricas rationes in eo cap. 2 citato) nisi corrigeretur per eas refractionum dilatationes. &c. vt expressius hæc omnia habes in rationibus, demonstrationibus, & figuris in cap. cit. Ap. 6. Satis hic nunc esto tantùm indicare vnde ornamenta possis adducere ad hanc propos. 4. Euclid. spectantia. Tu illa in nostris Apiarijs visito, & hic exponito.

§. XXXVI.

SCHOLION IX.

Fallacia sunt optica experimenta in oculo cadaueraceo, (hoc est animalis mortui) etiam conglaciato, vel in oculo viuo, sed morboso, idest male affecto ab aliqua corporis ægritudine.

VIde nos in Ap. 6. Progym. 2, præsertim cap. 3.

Qua etiam ex causà nostra problemata Astronomica in Apiar. 8 nos vt plurimum soluimus, non tam ex opticis instrumentis, in quibus oculi arcana interiora immiscent

suas fallacias, quàm è sciotericis, qualia veterum prudentiorum, atque Antistitum Astronomorum scaphia, dioptræ radios solares admittentes, cælestium luminarium eclypses, vel aspectus inter se geometricis figuris expressi, ac demonstrati &c.

Iuuat hìc postremo loco addere theoremata aliqua selecta, quæ demonstrantur ex hac 4 propos, præsertim à Villalpando nostro.

§. XXXVII.

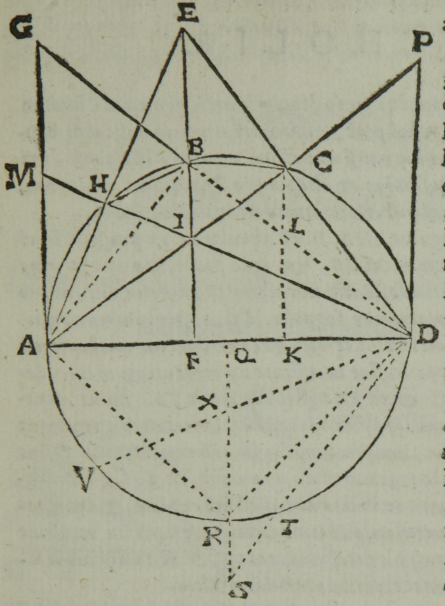
THEOREMA I.

Recta in semicirculo a quolibet puncto diametri ad ipsam diametrum perpendiculari, & ab vno terminorum eiusdem diametri ductis pluribus lineis, quæ secent circumferentiam, & perpendicularem, siue intra, siue extra semicirculum: illa linea quæ transit per intersectionem perpēdicularis cum circumferentia, est media proportionalis inter illam cuiusuis alterius lineæ partem, quæ continetur inter terminum diametri & circumferentiam, & illam quæ intercipitur inter eundem terminum, & perpendicularem.

HVius theorematis nobis plurimus erit vsus in sequentibus ad hunc librum sextum.

A quouis puncto F, diametri AD, semicirculi ABCD, erigatur perpendicularis FB, & a termino D ducantur plures lineę, vna ad punctū B qualis est DB, reliquæ vtcunq; quales sunt DH, DE secantes circumferentiam in H, C, & perpendicularem in E. Dico rectam BD esse mediā proportionalem tum inter rectas HD, DI, tum inter rectas ED, DC. Iungatur AB, & nectantur HB, BC.

Quo-



Quoniã igitur duo anguli DHB, DAB, sunt in eodem segmẽto DTAB, ipsi erunt inter se æquales (vide Schol. 2 post hoc theorema) sed eidem angulo DAB æqualis est angulus DBF, eo quod in triangulo rectangulo ABD in semicirculo angulus ABD est b rectus, & in triãgulo BFD, propter erectã in cõstructione perpendicularem FB, angulus BFD est rectus, & angulus BDA vtrique triangulo est communis, ergo reliquus DBF est reliquo DAB æqualis. Igitur & anguli DHB, DBI, in triangulis DBH, DBI æquales erunt. Habent autem eadem triangula præterea angulum communem ad pũctum D, & consequenter reliquum reliquo æqualem. Ergo triangula dicta sunt æquiangula, habentique latera c propoportionalia, nempe HD ad DB, vt DB, ad DI. Non aliter si ex puncto C demittatur perpendicularis CK secans BD n L, ostendẽtur triangula DBC, DCL, esse æquiangula, & insuper d esse æquiangula triangulo DBE, atq; iccirco esse eandem proportionem ED ad DB, quæ DB ad DC.

b (per § 6 ad 32 pri. in 1. to. Aerary.)

c 4 pri. hu.

d 2 sexti

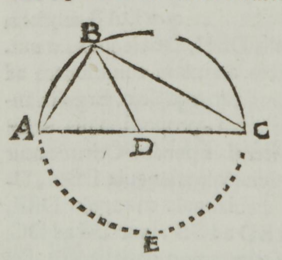
Quod si perpendicularis educta fuisset ex altero terminorum diametri, verb. gr. ex A, qualis est AG tangens circumferentiam in A, adhuc recta AD, quæ ex reliquo termino D ducitur ad punctum contactus, media est proportionalis inter segmenta GD, DB, quæ in recta, ver. gr. DG intercipiuntur inter circumferentiam, & perpendicularem, interq; terminum D. Siquidem vt prius triangula ABD, DAG sunt æquiangula, & similia. &c.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

SCHOLIA.

1 VTitur Villalpandus modo demonſtrandi, quo apud Clauium prop. 19 in Schol. poſt 13 huius lib. 6 vtitur Iohannes Baptiſta Benedictus. Nos hic omiſimus alium modum Villalpandi, qui eget 16, 17, 18, propoſ. huius, & aliquid pro Tyronibus appoſuimus, ſine neceſſitate 8 propoſ. huius lib. 6. quam citat Villalpandus.

2 Idem probat angulos DHB, DAB æquales ex 27 propoſit. libri 3, quia inſiſtunt eidem arcui DB. Nos quia propoſitio 27 eget alijs antecedentibus aliquibus eiuſdem libri tertij propoſitionibus, ne pro vna pluribus abuti videremur ſuppoſit. è li. 3 probauimus angulos DHB, DAB æquales ex 21 tertij, quæ corollarium quoddam eſt antecedentis 20, & ipſa 20 ſine neceſſitate antecedentium in lib. 3 deducitur ex 32 prop. li. 1 & ex § 6 noſtro ad eam in To. huius Aerarij. Ac licet potuiſſemus, propter vſus multiplices earum, vtramque 20, & 21 è lib. 3 illuc transferre, quemadmodū tranſtulimus ipſius 31 partē de angulo recto in ſemicirculo, quæ omnes ex 32 l. 1 deducuntur, & probantur; tamen ne videremur affectare copiam, & transpoſitiones ſine extremà neceſſitate, ſatius duximus ex prima occaſione (quæ hìc nunc ſeſe offert) hìc neceſſaria, eas 21, & 20 tamquam lemmata explicare ex antecedentibus in 1 libro Elem.



Itaq; in figura hìc repoſità è § 6 ad 21 facile patet, angulum ACB ad peripheriam eſſe dimidium anguli ADB ad centrum ſuper communi arcu AB. Nā propter æquales ſemidametros DB, DC, triangulum BDC eſt iſoſceles, & habet angulos C, CBD æquales, angulus verò ADB externus cum, ex 32 pr. ſit æqualis internis DBC, BCD, detracto dimidio DBC, remanet dimidium, ideſt angulus BCD dimidius anguli ADB.

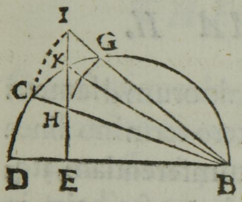
Quoniam verò in eodem ſegmento BCEA ad quodcumq; punctum arcus BCEA ducantur ab A, B duæ angulum facientes, ille angulus eſt dimidius vnius, eiuſdemq; anguli ADB ad centrum B, patet omnes eos angulos eſſe inter ſe æquales. Quare hic habes, mi Tyro, indicatas, & demōſtratas ex 32 pri. & primis principijs, propoſitiones 20, & 21

& 21 tertij, fine vlla ignorantia protelata per suppositionem vsq; ad lib. 3, quem nos huic 6 posponimus in nostra methodo, propter rationes, quas habes in præfatione ad Lectorem ante hunc 2 Tomum.

§. XXXVIII.

SCHOLION X.

Demonstratio praxis (in § 3 ad 12 primi) demittendi perpendicularem.



SInt applicatæ BC,BG, & descripti arcus CI,GH centro B secantes applicatas in I, H. Dico rectam IH protractam vsq; ad E, perpendicularem esse ad diametrum DB. Ex puncto enim I intelligatur in diametrum demissa perpendicularis, secans circumferentiam, ducaturq; recta BK quæ per proximè hic antecedens theorema in § 37, erit media proportionalis tã inter rectas IB, BG, quàm inter rectas CB, BH, sumendo BH pro ea, quæ intercipitur inter punctum B, & inter perpendicularem IE, hoc est, vt BI ad KB, vel CB ad KB, ita erit KB ad BG, & ad BH, ac proinde IE, perpendicularis abscindet ex CB rectam HB æqualem ipsi BG: Sed etiã recta IH abscindit ex eadem CB, rectam HB ipsi BG æqualem: ergo recta IH coincidet cum rectã IE: & idcirco ad diametrum DB perpẽdicularis existet.

Eodem modo si ex puncto H fuisset ducta ad diametrum perpendicularis HE, quæ protracta secet circumferentiam in K, & BG protractam in I, iunctaq; fuisset BK, ea esset media proportionalis tam inter BH, BC, quàm inter BG, BI, hoc est, vt BH ad BK vel BG ad BK, ita foret eadem BK ad BC, & ad BI, ac proinde BC, BI æquales existerent, vel, quod idem est, perpendicularis EH transiret per I, in quo rectam BG secat arcus BI. Quod erat demonstrandũ. *Ait Vill.*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

SCHOLIA.

1 *ANtecedentis theorematis posteriorem partem hic nostræ figuræ aptauimus, priorem verò partem, qua vtitur Villalpandus, & qua nos non egemus, omisimus.*

2 Vis est in constructione, qua per arcus CI, GH æquales fiunt CB, BI, & HB, BG. Itaq; KB habet eandem proportionẽ ad maiores æquales CB, BI, vel ad minores HB, BG; ac proinde ipsa IHE abscindit æquales minores ab æqualibus maioribus, vel æqualibus minoribus apponit æquales maiores, ad quas KB habet eandem rationem.

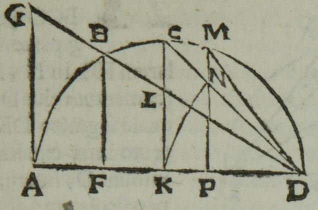
§. XXXIX.

THEOREMA II.

Si in semicirculo ex vno terminorum diametri ducatur tangens, & ex altero termino linea secans tangentem, & circumferentiam, atq; a puncto intersectionis circumferentiæ in diametrum demittatur perpendicularis, tota secans, diameter, segmentum secantis intra semicirculum, nec non segmentum diametri inter secantem, & perpendicularẽ, erunt quatuor lineæ continuæ proportionales.

SEmicirculum ABCD tangat recta AG in A; recta verò DG eandem tangentem secet in G, & circumferentiam in B, & ex B demissa sit in diametrum perpendicularis BF. Dico secantem GD, diametrum DA, segmentum secantis DB, nec non DF segmentum diametri inter secantem, & perpendicularem, esse continuè proportionales. Nam AD, est a media proportionalis inter GD, BD. hoc est, vt GD ad AD, ita est AD ad BD: sed vt GD, ad

a per theor. antec. § 37.



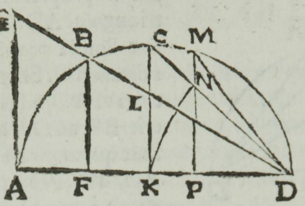
ad AD, ita eſt BD ad DF; propterea quod triangula ADG, FDB ſint ſimilia propter parallelas AG, FB: ergo etiam vt AD ad BD, ita erit BD ad DF; ac proinde quatuor rectę GD, AD, BD, FD erũt continuè proportionales. Quod erat demonſtrandum.

§. XXXX.

THEOREMA III.

Si in ſemicirculo recta quæpiam ab alterutro termino diametri ad circumferentiam applicata, ſecet perpendicularem quampiam ſuper diametrum eductam; ſitq; ſegmentum eius interceptum inter terminum diametri, & dictam perpendicularem æquale ſegmẽto diametri inter eundem terminum, & perpendicularem, quæ in ipſam diametrum cadit a puncto applicatæ in circumferentia; eàdem applicata eiuſdemq; ſegmentum inter terminum diametri, & priorem perpendicularem, erunt duæ mediæ proportionales inter diametrum, & illud eius ſegmentũ, quod continetur inter eundem terminum diametri, eandẽq; illam priorem perpendicularem.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

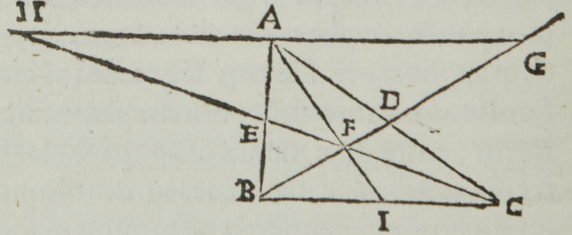


APplicata DC in semicirculo ABCD secet, v. g. perpendicularem PM in N, sitque segmentum eius DN æquale segmēto DK cōtento inter eundem terminum D, interq; perpendicularem CK, quæ ex C cadit in diametrum DA; dico rectas DC, DK medias esse proportionales inter diametrum DA, & segmentū eius DP interceptum inter eundem terminum D, & inter priorem perpendicularem PM. Nam per theor. § 37 ad hanc 4 prop. Eucl. erit vt DA ad DC, ita DC ad DK, hoc est, ad DN, & DN ad DP habet eandem rationē; propterea quod triangula DCK, DPN sint similia, habeantque latera proportionalia. Quod erat demonstrandum.

§. XXXXI.

THEOREMA IV.

In omni triangulo tres rectæ ab angulis productæ, ac bifariantes opposita latera secant se in communi puncto.



SIt triangulum ABC, in quo ab angulis B, & C, ducantur duæ rectæ BD, CE bifariantes latera opposita AC, AB in D, &

E, &

E, & secantes se in F. Ducatur recta AI per F. Dico etiam ipsam diuidere latus BC bifariam in I.

Ducatur HAG parallela ipsi BC, & producantur BD, CE donec ipsi HAG occurrant in H, G. Triangula BEC, HEA sunt æquiangula propter angulos ad verticem E, & propter alternos EHA, ECB, & HAB, EBC æquales; ergo vt EB ad BC, sic EA ad AH, & permutãdo vt BE ad EA, ita BC ad AH; sed BE, EA sunt æqualia, ergo etiã BC, HA; Pariter triangula BDC, ADG sunt æquiangula, & (vt in antecedentibus) sicut DC est æqualis ipsi DA, sic BC ipsi AG. Cùm ergo HA, & AG æqualia sint eidem BC, erunt etiã inter se æqualia.

Rursus triangula, AHF, IFC sunt & ipsa æquiangula iuxta præmonstrata de æquiangulis antecedentibus; ergo vt HA ad AF, ita CI ad IF. Item triangula AFG, BFI sunt æquiangula, & vt GA ad AF, ita BI ad IF; ergo ex æquali, vt HA ad AG, ita CI ad IB; sed HA, & AG sunt demonstrata æqualia, ergo etiam IC, & IB erunt æqualia. Quod erat demonstrandum. Ergo rectæ ab angulis quæ bifariant bases secant se in communi puncto.

COROLLARIVM IX.

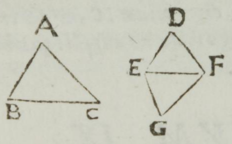
Ad vsus infinitos in Stereometria, & Machinaria.

FIat antecedens ex theoremate problema, seu porisma, & inuenisti in puncto communi F centrum grauitatis, iuxta Archimedem in propos. 14. primi æquiponderantium. Cui quasi lemma est theorema nostrum antecedens Id porro punctum inuentum, præter vsus alios in Machinaria, est vsui ad inueniendas quantitates, proportiones, & plurima alia circa numerum ingentem solidorum geometricorum, quæ fingi possunt ex rotatione trianguli varijs modis conceptà, iuxta nouam doctrinam nostri Guldini de vsu, & fructu geometrici cẽtri grauitatis in geometricis figuris. Exempla aliqua indicauimus in huius Aerarij vtroq; tomo, & regulam vniuersalem attulimus. Relege. Hic tantũ indico lucrum ex antecedenti theoremate.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Propos. V. Theor. V.

Si duo triangula latera proportionalia habuerint, æquiangula erunt, habebuntque angulos, quibus homologa latera subtenduntur, æquales.



HAbeant triangula ABC, DEF latera proportionalia, nempe, vt AB ad BC; ita DE ad EF. Et vt BC ad CA; ita EF ad FD: atque vt BA ad AC, ita ED ad DF. Dico triangula ABC, DEF æquiangula esse, æqualesque habere angulos, quibus homologa latera subtenduntur, vnde æquales erunt anguli ABC, DEF; & BCA, EFD; & BAC, EDF. [a] Constituantur enim ad puncta E, F rectæ EF anguli FEG, EFG æquales angulis ABC, BCA; erunt ergo & reliqui BAC, EGF æquales: triangula ergo ABC, EGF sunt æquiangula: [b] habent igitur latera circa æquales angulos proportionalia, eruntque latera æqualibus angulis subtensa, homologa. Ergo vt AB ad BC, ita EG ad EF: Sed vt AB ad BC, ita ponitur DE ad EF: [c] vt igitur DE ad EF, ita GE ad EF. Vtraque ergo DE, GE ad EF eandem habet proportionem; [d] æquales igitur sunt DE, GE. Eadem de causa DF, GF æquales erunt. Cum igitur DE, EG æquales sint, communis EF, erunt duæ DE, EF duabus GE, EF æquales, & basis DF basi GF æqualis; [e] erit ergo angulus DEF angulo GEF æqualis, & triangulum DEF triãgulo GEF æquale, & reliqui anguli reliquis, quibus æqualia latera subtenduntur: anguli ergo DFE, GFE

a propos. 33.1.

b prop.4.6.

c propos. 11.5.

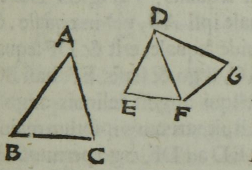
d prop.9.5.

e prop.8.1.

FE sunt æquales, item EDF, EGF: & cum angulus FED æqualis sit angulo GEF, & GEF ipsi ABC, [f] erit & ABC ipsi FED æqualis. Eadé de causa erit angulo ACB æqualis angulus DFE, & angulus ad A angulo ad D. Triangula ergo ABC, DEF æquiangula sunt. Si ergo duo triangula, &c. Quod oportuit demonstrare. f *ax.1.*

Propos. VI. Theor. VI.

Si duo triãgula vnum angulum vni æqualem, & circa æquales angulos latera proportionalia habuerint, æquiangula erunt, habebuntq; angulos, quos homologa latera subtendunt, æquales.



Sint duo triangula ABC, DEF angulos BAC, EDF habẽtia ęquales, & circa ipsos latera proportinalia, vt BA ad AC, ita ED ad DF. Dico triangula ABC, DEF esse æquiãgula, adeoque angulum ABC angulo DEF, & ACD ipsi DFE, æqualem habere. [a] Constituatur enim ad puncta D, F rectæ DF alterutri angulorum BAC, EDF æqualis FDG, angulo verò ACB æqualis DFG: erit igitur & reliquus ad B reliquo ad G æqualis. [b] Triangula ergo ABC, DGF sunt æquiangula. Est ergo vt BA ad AC, ita GD ad DF; ponitur autem vt BA ad AC, ita ED ad DF; ergo vt ED ad DF, ita est GD ad DF; [c] æqualis ergo est ED ipsi GD, communis DF. Duæ ergo ED, DF duabus GD, DF sunt æquales, & angulus EDF angulo GDF æqualis; [d] erit ergo & basis EF basi GF æqualis, & triangulum DEF triãgulos GDF: quare reliqui anguli reliquis ęquales

a *propos. 23.1.*
b *prop. 8. 1.*
c *prop. 9. 5.*
d *prop. 8.*

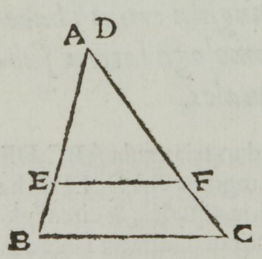
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

les erunt, alter alteri, quibus æqualia latera subtendun-
tur. Angulus ergo DFG æqualis est angulo DFE; & qui
ad G illi, qui ad E. Sed DFG æqualis est ACB angulo, ergo & ACB ipsi DFE æqualis erit; ponitur autem & BAC ipsi EDF æqualis, reliquus ergo ad B æqualis erit reliquo ad E. Triangula ergo ABC, DEF æquiangula sunt. Si ergo duo triangula, &c. Quod oportuit demonstrare.

c ax. 1

§. I.

SCHOLION I.



SVnt qui hoc th. 6. etiam aliter demonstrent. Nam imposito latere DE lateri AB, cadet DF in AC, quoniam angulus ad punctum D angulo ad A est æqualis. Vel igitur DE est æquale ipsi AB, vel inæquale. & si quidē æquale, erit & DF æquale AC, ergo & basis EF basi BC, & reliqui anguli reliquis angulis æquales. Si vero DE sit inæquale ipsi AB, sit vtrumuis ipsorum maius, verbi causa AB: tunc vt BA ad AC, sic ED ad DF. ergo permutando vt BA ad AE, sic CA ad AF: & diuidendo vt BE ad EA, sic CF ad FA. quare latus EF parallelum est lateri BC, & idcirco angulus AEF angulo ABC, & angulus AFE angulo ACB est æqualis, quod ostensum oportuit. *Hæc ad hanc 6 Commandinus.*

SCHOLION II.

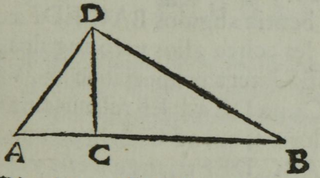
COnfer inter se 4 propos. lib. 1. Eucl. & 6 hic propositionem, atq; earum similitudines agnosce, dum id, quod in li. 1 demonstratur de lateribus æqualibus, hic de proportionalibus, &c.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§. II.

THEOREMA.

Si tres lineæ rectæ continuè proportionales ad idem punctum conueniant, & media ad reliquas sit perpendicularis: rectæ quæ illarum couiungunt terminos, continebunt angulum rectum.



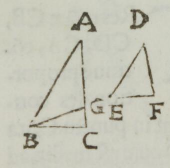
TRes rectæ CB, CD, CA, cõtinuè proportionales conueniant in puncto C, ita vt CD quæ est media, ad reliquas sit perpendicularis. Dico ductas AD, DB continere angulum rectum in D. Nam rectæ in primis AC, CB constituent vnam rectam lineam. Deinde quoniam circa æquales angulos, nempè rectos DCB, DCA latera DC, CB proportionalia sunt lateribus DC, CA, [a] erunt triangula DCB, DCA æquiangula, æqualesq; habebunt angulos CBD, CDA, sub quibus subtenduntur latera homologa CD, CA; atqui angulus CBD cum angulo CDB æquiualet recto DCB, propterea quod omnes tres anguli trianguli DCB æquales sint duobus rectis: ergo & angulus ADC constituet cum angulo CDB rectum ADB. Quod erat demonstrandum. *Villalp. cap. 2. prop. 5.*

[a] *6 sexti Eucl.*

Pro-

Propos. VII. Theor. VII.

Si duo triangula vnum angulum vni angulo æqualem, & circa alios angulos latera proportionalia habuerint, reliquorum vero vtrunque aut minorem, aut non minorem recto, æquiangula erunt triangula, & angulos, circa quos latera ſunt proportionalia, æquales habebunt.



SInt duo triangula ABC, DEF habentia angulos BAC, EDF æquales, circa alios vero angulos ABC, DEF latera proportionalia. Vt AB ad BC, ita DE ad EF reliquorum verò angulorum, qui ad C, & F, primũ vtrũque minorẽ recto. Dico ABC, DEF triangula eſſe æquiangula, angulumque ABC angulo DEF, & qui eſt ad C, illi qui eſt ad F, æqualem. Quod ſi anguli ABC, DEF inæqua-
a propoſ. 23.1. les ſint, erit vnus maior. Sit maior ABC; & [a] conſtituatur ad punctum B rectæ AB angulus ABG æqualis angulo D-
b propoſ. 32.1. EF. Et cum anguli A, D æquales ſint, item ABG, DEF, [b] erunt & reliqui AGB, DFE æquales. Triangula ergo ABG, DEF æquiangula ſunt. Eſt ergo vt AB ad BG, ita DE
c prop. 4. 1. ad EF, ſed vt DE ad EF, ita ponitur AB ad BC: ergo vt AB
d prop. 9. 5. ad BC, ita eſt AB ad BG. [d] Cum ergo AB ad vtrãque BC, BG eandem habeat proportionem, erunt BC, BG æquales,
e prop. 5. 1. [e] ergo & anguli BGC, BCG æquales erunt. At BGC mi-
f propoſ. 13.1. nor recto ponitur, erit ergo & BGC recto minor: [f] quare angulus AGB ei deinceps maior erit recto: oſtenſus eſt autem æqualis angulo F; erit igitur & angulus F maior recto; at minor ponitur, quod eſt abſurdum: anguli ergo ABC,

DEF

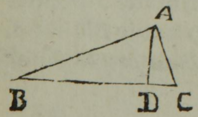
DEF non sunt inæquales: æquales ergo. g sunt verò & an- g propos. 32.1.
guli A, D æquales: ergo & qui ad C,& F æquales erunt.
Quare triangula ABC, DEF æquiangula erunt. Sit rursus vterq; angulus ad C,& F nō minor recto. Dico & sic triangula ABC,DEF æquiangula esse; iisdem enim constructis, ostendemus rectas BC, BG esse æquales, vt prius: h erunt h prop. 5. 1.
igitur & anguli C, BGC æquales. Cum ergo C recto non sit minor, nec BGC recto minor erit. Sunt ergo trianguli BGC duo anguli non minores duobus rectis, i quod fieri i prop. 17 1.
non potest; non ergo anguli ABC, DEF inæquales sunt: æquales ergo. Sunt vero & anguli ad A,& D æquales; erūt k igitur & reliqui ad C,& F æquales. Quare triangula AB- K propos. 32.1.
C,DEF sunt æquiangula. Si ergo duo triangula, &c. Quod oportuit demonstrare.

SCHOLION.

Habes in Apiar. 3, Progym. 10 lem. 1, & 2, & coroll. 2, vnde augeas has propositiones Euclidis 5, 6, 7, asserendo, & probando etiam de parallelogrammis similia eorum, quæ demonstrat Euclides de triangulis.

Propos. VIII. Theor. VIII.

In rectangulo triangulo si ab angulo recto ad basim perpendicularis ducatur, quæ ad perpendicularem sunt triangula & toti, & inter se similia sunt.



Esto triangulum rectangulum ABC rectum habens BAC, ducaturq; ab A ad BC perpendicularis AD. Dico triangula ABD, ADC,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

& toti ABC, & inter se esse similia. Cum enim angulus BAC æqualis sit angulo ADB; rectus enim est vterque: & angulus ad B cõmunis vtriq; triangulo ABC, ABD; [a] erit & reliquus ACB reliquo BAD æqualis: æquiangula ergo sunt triangula ABC, ABD. [b] Est ergo vt BC rectum trianguli ABC subtendens ad BA rectum trianguli ABD subtendentem, ita ipsa AB angulum C trianguli ABC subtendens ad BD subtendentem angulum BAD triãguli ABD. Et ita AC ad AD subtendentem angulum B communem vtriusque trianguli. Triangula ergo ABC, ABD æquiangula sunt, habentque latera circa æquales angulos proportionalia, [c] similia ergo sunt triangnla ABC, ABD. Eodem modo ostendemus triangulum ADC triangulo ABC simile esse. Vtrumque ergo triangulum ABD, ADC toti ABC simile est. Dico quod & inter se similia sint ABD, ADC triangula. Cum enim anguli BDA, ADC recti sint, erunt & æquales: ostensus est autem & BAD ipsi C æqualis: [d] ergo & reliquus ad B reliquo DAC æqualis erit. Triangula ergo ABD, ADC æquiangula sunt. [e] Est ergo vt BD subtendens angulum BAD trianguli ABD ad DA subtendententem angulum C trianguli ADC æqualem angulo BAD, ita ipsa AD subtendens trianguli ABD angulum B, ad DC subtendentem angulum DAC trianguli ADC æqualem angulo B; & ita BA ad AC subtendeutem rectum ADC. Triangula ergo ABD, ADC similia sunt. Si ergo in triangulo rectangulo, &c. Quod oportuit demonstrare.

a colligitur ex 32.1.
b prop.4.6.
c def.1.6.
d colligitur ex 32.1.
e prop.4.6.

Corollarium.

EX his manifestum est, si in triangulo rectãgulo ab angulo recto ad basim perpendicularis ducatur, ipsam inter basis partes mediam proportionalem esse. Et inter basim, & partem basis, medium proportionale esse latus, quod ad partem. *Vt inter BC, BD medium proportionale est latus BA; Inter BC, CD latus CA.*

§. I.

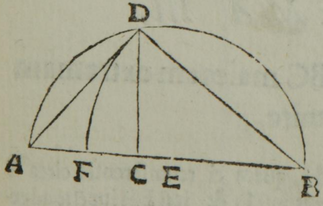
Vſus propoſ. 8, & Corollarij ex ea pro facillima inuentione tertiæ, quartæ, mediæ, ac duarum etiam mediarum linearum proportionalium.

Poſſet hoc etiam collocari inter cætera paradoxa, quæ plurima (vt & ad 2, & ad 4 propoſitiones oſtendimus) nos habemus in noſtris Apiarijs. Nam Euclides in hac etiam 8 prop. tacitè prædocet (vt patet ingenio acutè, ac geometricè prouidenti) linearum proportionalium inuentiones, antequam eas doceat inferius in propoſ. 11, 12, 13. Exempla omnia de meis daturus incidi in aliqua apud Pappum lib. 3. propoſit. 6, 7, 8, in quibus quia Clauij verſio expreſſiora habet ad rē noſtrā, hic partem eius verſionis accipe applicatam ſecundæ figuræ Pappi. Ampliſſimos verò vſus linearum proportionalium in praxibus, ac theorijs artium, ac ſcientiarum indicatos videbis inferius, præſertim ad 13. prop. huius lib. 6.

§. II.

PROBLEMA I.

Datis duabus rectis lineis mediam proportionalem inuenire.



Sint datæ rectæ AB, BC eũdem terminum B habẽtes, inter quas inuenienda ſit media proportionalis. Bifariam ſecetur AB in E, & deſcripto circa eam ſemicirculo ADB, excitetur ex C ad AB perpendicularis CD, & ex B per D arcus deſcribatur ſecãs AB in F. Dico BF

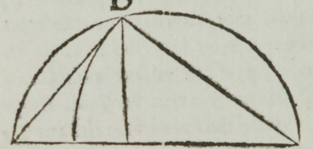
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

mediam proportionalem esse inter AB, BC. Ductis enim rectis AD, BD; erit angulus ADB in semicirculo rectus. Igitur ex coroll. prop. 8 huius lib. recta BD, hoc est, ipsi æqualis BF, media proportionalis erit inter AB, BC. Quod est propositum.

§ III.

PROBLEMA II.

Datis duabus rectis lineis tertiam minorē proportionalem inuenire.



Sint in ead. fig. datæ rectæ AB, BF, eu ndem possidentes terminum B, quibus inuenienda sit minor tertia proportionalis. Descripto circa maiorem AB semicirculo ADB, describatur ex B per F arcus secans circumferentiā ADB in D puncto, ex quo ad AB perpendicularis demittatur DC. Dico BC tertiam minorem proportionalem esse ipsis AB, BF. Ductis enim rectis AD, BD, erit angulus ADB rectus. Igitur ex coroll. prop. 8 huius lib. erit BD, hoc est, ipsi æqualis BF media proportionalis inter AB, BC. Ideſt, erit AB ad BF, vt BF ad BC. Quod est propositum. *Maiorē vero extremam proportionalem accipe, vt iacet, apud Pappum.*

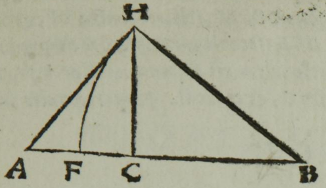
§. IV.

PROBLEMA III.

Datis rectis lineis FB, BC maiorem extremam inuenire.

DVcatur ad rectos angulos CH, quam circumferentia circa B centrum per F descripta secet in H, & ipsi BH iunctæ ad re-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2



ctos angulos ducatur H-A. Ergo AB est tertià proportionalis ipsarum CB, BF, hoc enim ex antedemonstratis perspicuè constat. *Nam vt CB ad BH, idest ad BF, ita B-F, idest BH ad BA. &c. è corollar. huius prop. 8.*

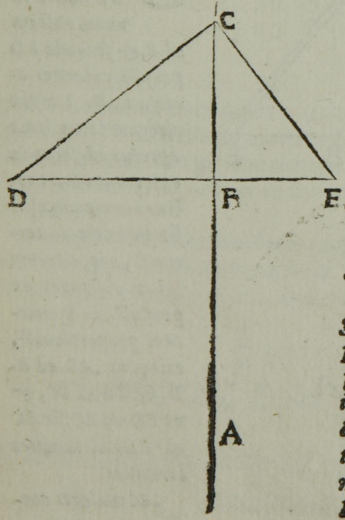
SCHOLION.

Modum tertij antecedentis problematis, qui in casibus Pappi est allegatus inuentioni tantùm maioris tertiæ proportionalis nos traducemus etiam ad inuentionem & minoris & maioris tertiæ, & quartæ proportionalium in seq. coroll.

§. V.

COROLLARIVM, seu Problema IV.

Tribus datis quartam proportionalē minorem, ac maiorē e coroll. propos. 8 adiungere.



Lubet quasi per modum corollarij ex antecedēti 3. problemate quartum hoc problema expedire geometricè, atq; etiam in seq. problematibus organicè. Sint prima AB, & tertia BC iunctæ in B, ac productæ in vnam rectam AC, hoc est in AC infinità seretur AB, BC æquales prima, ac tertia, &c. Sit secunda BD perpendiculariter erecta ex

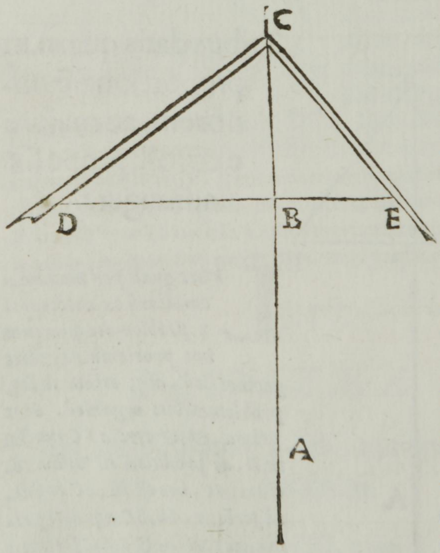
B,

B; Iuxta modos antecedentium problematum inueniatur tertia proportionalis, etiam minor, duabus DB, BC, scilicet iuncta DC, & adiuncta CE ad angulum rectum DCE; secabit enim ipsa CE ex producta DB ipsam BE quartam proportionalem. est enim ex corollar. 8 propos. pendicularis CB ab angulo recto C, &c. media proportionalis inter DB, BE ergo. &c.

§.VI.

PROBLEMA V.

Tribus datis lineis quartam maiorem, vel minorem proportionalem organicè facillimè per normam inuenire, iuxta corollar. huius oct. propos. Eucl.



Sint prima AB, & tertia BC iunctæ in vnam rectam ad B, & secunda BD perpẽdiculariter erecta ex B. Normæ alterum latus ita aptetur ad secundæ extremum D, vt rectus normę angulus sit in extremo tertiæ C, atq; alterum latus abscindet ex producta in E quartam proportionalẽ, eritq; vt AB ad BD, sic BD ad BC, & vt BD ad BC, sic BC ad BE, ad minores terminos.

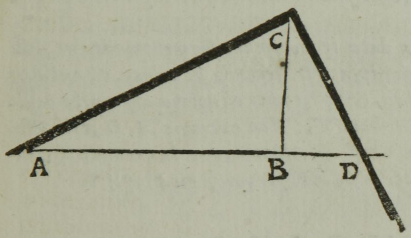
Ad maiores contra-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

traria via operabere, Datis prima BE, secunda BC, tertia BD; angulus enim rectus normæ tunc ad D appositus secabit è productâ CB quartam maiorem BA.

§. VII.
PROBLEMA VI.

Duabus datis tertiam proportionalem lineam inuenire organicè per normam.

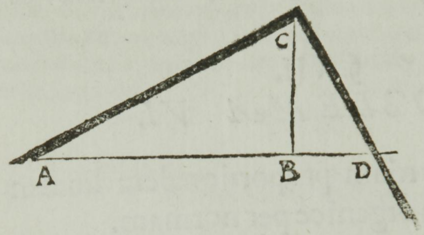


DVæ datæ AB, BC iungantur ad rectum in B. Aptata normâ ita, vt angulus eius rectus sit in C extremo minoris, & alterũ latus attingat alterum extremum A, alterum latus abscindet ex producta AB. ipsam BD tertiam proportionalem minimam. Tertiam maximam abscindet ex CB producta ad partes B, si normæ rectus angulus aptetur ad A, & latus alterum ad extremum C. Vel posita primâ minore BD, & secundâ BC ad rectum in B, erit tertia maior abscissa BA à normâ. &c.

Patet demonstratio ex corollar. propos 8 huius. Nam perpendicularis CB ab angulo recto est media proportionalis inter duo segmenta AB, BD basis AD trianguli rectanguli ACD.

§. VIII.
PROBLEMA VII.

Duabus mediam proportionalem per normam interponere.



IVngantur in unam datæ rectæ AB, BD. Ex communi iunctura B erigatur perpendicularis BC infinita. Norma ita applicetur, vt & lateribus AC, CD, cõtingat extrema A, D, & angulus rectus C sit in perpẽdiculari CB. Pars perpendicularis intercepta inter angulum normæ rectum C, & inter B, erit media proportionalis inter AB, BD per cit. 8 propos. huius, & eius coroll.

Iungantur aliter duæ datæ in commune segmentum ita vt, in exemplo, prima sit maior ipsa AD, secunda sit minor AB vel BD. Ex B erectà perpendiculari, & aptato per eã normæ angulo, vt paullo ante dictum est, & lateribus AC, CD ad extrema A, D, erit alterutrum latus normæ medium proportionale, &c. in exemplo, CD inter AD, BD, & AC inter AD, AB, per coroll. cit. propos. 8.

SCHOLION.

POtes ex ipsomet Euclide ipsum condire modum, quo ille vtitur inferius in inuentione mediæ proportionalis, ostendendo esse vsum corollarij huius octauæ, à quo demonstratur. &c.

§. IX.

PROBLEMA VIII.

Lineas non solum quartam, sed plures etiam in eadem proportione continuare ad maiores, & minores terminos.

Ex

Ex hac 8 propos. & eius schol. licet plures lineas proportionales inter se in eadem proportione cõtinuare ad maiores, & minores terminos per eum modum, quem tradimus loco secundo ad 12 propos. Euclidis. Hîc indico, vt si quis velit vti ad condimentum, & vsum huius 8 propositionis, eum huc transferat, quem nos putauimus esse satius apponere prop. 12. Pendet ille ab hac 8, & sine alijs subsequentibus, eo hîc etiam licet vti demonstratiuè.

SCHOLION, in quo---

Proludium duabus medijs rectis lineis proportionalibus inueniendis inter duas datas.

SI attentè notaris modum antecedentis 6 problematis faculam habebis ad duarum mediarum inuentionem, quæ tibi clarè elucebit in paulo post sequenti 7 problemate, vt indicatum habebis in scholio post id problema.

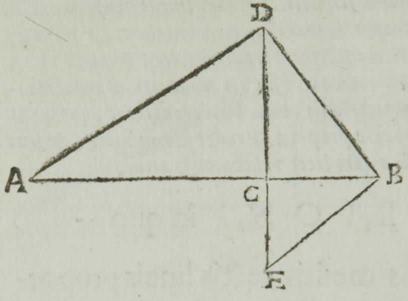
§. X.

THEOREMA I,—

—ac præuium inuentioni duarum linearũ mediarum proportionalium.

VT Tyrones maiori adhuc in luce quasi præuideant problema de inuentione duarum mediarum proportionalium, theorema hoc ex Villalpando non inuenustum præmittendum censui.

Si tres lineæ continuè proportionales sibi inuicẽ in terminis eodem ordine ad angulos rectos insistãt, quæ illarũ terminos nectũt duę rectæ lineę se se mutuo secabunt ad angulos rectos, & in quatuor partes cõtinuè proportionales.



TRes rectæ AD, DB, BE sint continuè proportionales, & constituant angulos rectos in D, B, nectanturque AB, DE se mutuo secantes in C, erit [a] triangulum ABD simile triangulo DEB, æqualesq; habebunt angulos ABD, DEB, itēq; angulos BAD, EDB; sed angulus EDB cum angulo CDA æqualis est recto ADB: Ergo etiam anguli CAD, CDA recto ęquales erunt, ergo [b] & reliquus angulus ACD in triangulo ACD rectus erit. Cùm igitur recta DC perpēdicularis sit ad AB, & viciſſim AB perpendicularis ad DE, triangula ACD, DCB, BCE [c] ſimilia erunt triangulis ADB, DBE, habebūtq; latera circa æquales angulos proportionalia, hoc eſt vt AC ad CD, ita erit CD ad CB, & CB ad CE. Quod erat demonſtrādū.

a 6 ſexti Eucl.
b 32 primi Eucl.
c 8 ſexti Eucl.

§. XI.

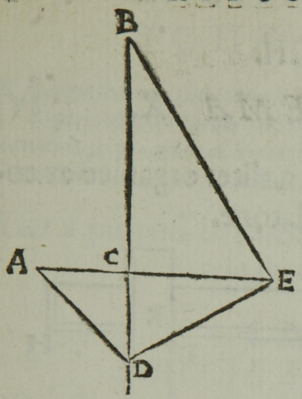
PROBLEMA IX.

Duabus datis rectis lineis duas medias proportionales in eadem proportione interponere iuxta modum Platonis, è corollar. propoſ. 8.

APud eos, qui perſecuti ſunt inuentiones veterum Philoſophorum Geometrarum circa duas medias proportionales duabus datis interponendas, inueniētes modū Platonis facillimum, ingenioſiſſimum, & Tyronum intelligentiæ accommodatiſſimum tam geometricè, quam organicè, vnde cum eruditione geometricà condias hanc 8 propoſ & eius corollarium.

Ac geometricè quidem ſic. Duæ datæ AC, BC iungantur ad angulum rectum in C, & producantur indefinitè etiam vltra D, & E. Ab extremis datarum A, & B educantur parallelæ AD, BE ita, vt iuncta DE faciat cum vtraq; angulos rectos in D, & E; erunt CA, CD,

CE,



CE, CB cõtinuè inter se proportionales. Nam in triangulis rectãgulis ADE, DEB ab angulis rectis D, & E perpendiculares DC, EC ductæ sunt ad bases, ergo, per corollar. 8 prop. vt AC ad CD, ita CD ad CE, & vt CD ad CE, ita CE ad CB. Quod erat faciendum, ac demonstrandum.

§. XII.

SCHOLION.

Ad lucem, & cautionem geometricam.

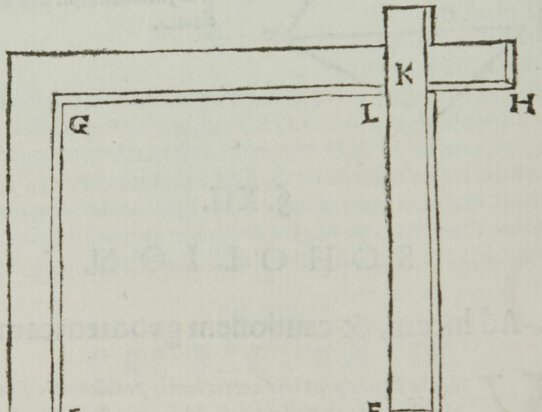
Vides in figura proximè antecedentis problematis figuram theorematis ex Villalpando. Nam quæ Platonis est ADEBC, est Villalpandi EBDAC. &c. Confer etiam Platonicam cum figuris antecedentium probl. per normam, & prima vestigia huius problematis ibi agnosce. &c.

Quemadmodum vero aliorum veterum Geometrarum problemata de duabus medijs passa sunt difficultates non exiguas à præcisè philosophantibus in Geometricà Philosophia, pariter etiam in hoc Platonico problemate nõ tam facilis, quã videtur, est operatio geometrica, quæ angulos rectum in D, & rectum in E cum duabus AD, EB ita cõstituat, vt CA, DA in extremũ A, & EB, CB in extremum B conueniant. Quam ad rem, propter varia tentamenta linearum ducendarum, aptiorem organicam operationem fortasse arbitratus est Plato, quam mox hìc addo.

§. XIII.

PROBLEMA X.

Duabus duas medias, &c. aliter organicè ex eodem Platone.



INgenium, & facilitatem pariter iunxit idem Plato etiam in instrumento ad soluendum problema propositum aptissimo. Normæ IGH addatur latus tertium FK ita aptum, vt sine luxatione percurrere possit in partibus ad K per latus GH, ac semper permaneant parallela inter se latera IG, FK, & semper sit in L angulus rectus, quemadmodum in norma ad G. Vsus instrumenti est, vt apposito latere IG ad extremum alterutrius datarum, v.g. ad A(in figura geometrica antec. Probl. in §. 11, & angulo recto G aptato ad rectam CD, & altero latere GH normæ secanti rectam CE, regula FK (instar rectæ EB in fig. geom.) moueatur donec & angulum rectum constituat in recta CE, & simul latere LF tangat præcisè extremum rectæ CB in B, motis interim, vt opus fuerit, angulo recto G sursum, vel deorsum per rectam CD, & moto latere IG semper iuxta extremum A; sic enim anguli recti G, & L secabunt in D, & E terminos duarum mediarum proportionalium. Quod erat faciendum.

Scho-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

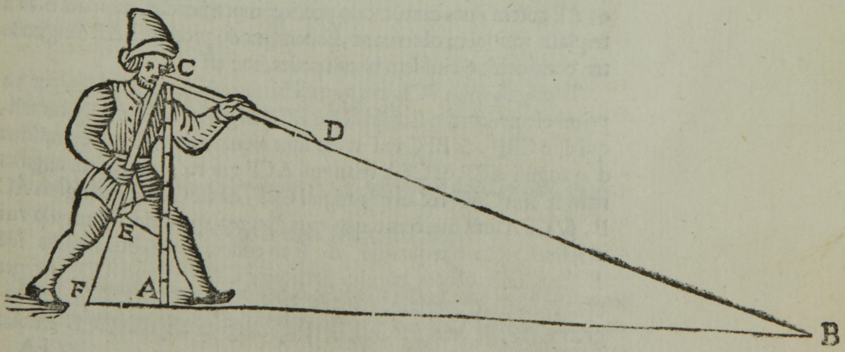
SCHOLION.

Magnificiendæ sunt inuentiones Linearum proportionalium propter infinitas earum vtilitates in vniuersa Philosophia Mathematica, & in artibus ad humanum conuictum spectantibus, vt partim videbis in sequentibus ad hanc 8, & ad 11, 12, 13 propos.

Vsus 8 propos. & Corollarij ex ea in Geometria practica.

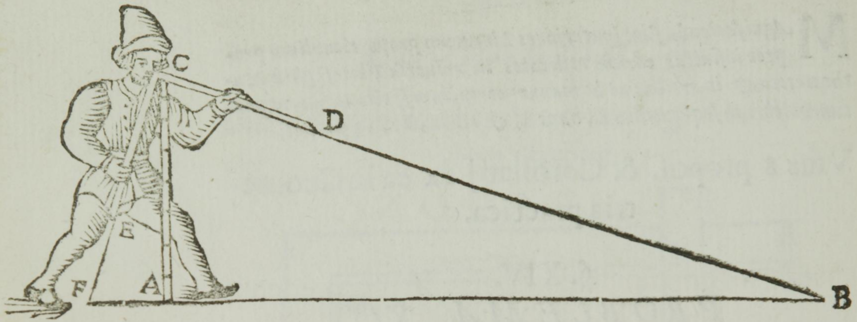
§. XIV.
PROBLEMA XI.
Distantias (*etiam inaccessas*) metiri è corollario 8 propos.

Orontius: Placet alium metiendi subiungere modum, quo linearum in plano terrestri constitutarum agnoscetur longitudo: adminiculo videlicet gnomonis, seu rectanguli, quo solent mechanici vulgariter vti. Hanc enim metiendi viam data prætererire noluimus opera, quia facilis est. Detur ergo linea recta, cuius desideras habere longitudinem, sitq; AB. Erige itaq; ab alterutro datæ lineæ termino, vtpote A, baculum AC, in liberam cubitorũ, aut pedũ



sepa-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2



ſeparationem diſtributum. Sumpto deinde gnomone DCE, ponito interiorem ipſius gnomonis angulum ſuper extremum baculi faſtigiū C, & conuerſo alterutro gnomonis latere, vtpote CD, verſus reliquum terminum B, iungito alterum oculorum puncto C, & leuato, aut deprimito gnomonē DCE, donec in longum, rectumq; CD incidens radius viſualis pertingat reliquum terminum B ipſius datæ lineæ AB. Inuariato poſt modum gnomone, vtraq; linearum AB, & CE, propoſita videlicet linea, & reliquum gnomonis latus in rectum continuumq; perducatur, adplicatà in longum brachij CE regulà quouſq; dictæ lineæ conueniant ad punctum F. Quibus abſolutis, quam rationem habebit erectus baculus AC ad partem AF, eam ſeruabit & data AB linea ad ipſius baculi quantitatem. Vt ſi baculus fuerit pedum 6, AF autem duos tantūmodo pedes compræhendat, quoniam 6. ad 2 triplam rationem obſeruant, eodem modo propoſita AB longitudo ter continebit 6 eiuſdem baculi pedes, hoc eſt 18.

Trianguli enim BCF tres anguli binis rectis ſunt æquales, per 32 primi elementorum Euclidis, ſed BCF angulus rectus eſt, igitur reliqui duo CBF, & BFC vni recto ſunt æquales: eadem quoq; ratione duo anguli ACF, & CFA trianguli ACF vni recto æquantur angulos nam tertius CAF rectus eſt; anguli CBF, & BFC duobus angulis ACF, & CFA ſunt inuicem æquales propterea quod eidem angulo vni videlicet recto coæquantur. Ac ſi ab eiſdem æqualibus angulis idē B communis tollatur angulus, reliquus CBF reliquo ACF erit, per communem ſententiam, æqualis. Atqui angulus BAC æquus eſt angulo CAF, nā vterq; rectus, & reliquus igitur angulus ACB reliquo

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

CFA erit itidem æqualis. Aequiangula igitur ſunt bina triangula ABC,& ACF; quare & quæ circum æquales angulos latera proportionalia, per 4 ſexti elementorum eiuſdem Euclidis. Ergo ſicut AC baculus ad lineunculam AF, ita ſe habet AB propoſita longitudo ad erectum baculum AC; quod oportuit demonſtraſſe.

§. XV.

SCHOLION.

Modus dimetiendi diſtantias in antecedente problemate pro vitandis fallacijs aliter vſurpatus.

IN Apiar. 2, Progym. 1. Propoſ 6 nos præcedentem modum dimetiendi diſtantias horizontales vſurpauimus per abiectionem normæ ſupra horizontem, & pro baculo perpendiculari accepimus diſtantiam non modicam horizontalem perpendiculariter ad diſtantiam dimetiendam. Vide ibi luculentum exemplum. Idq; fecimus ad vitandas dubitationes, ſeu fallaces dimenſiones, quibus obnoxia videtur altitudo baculi perpendicularis parum ab horizonte eleuati. Vide ſcholia poſt 2 propoſ. progym. 1, & corollarium poſt 9 propoſ progym. 2. cit. Apiar.

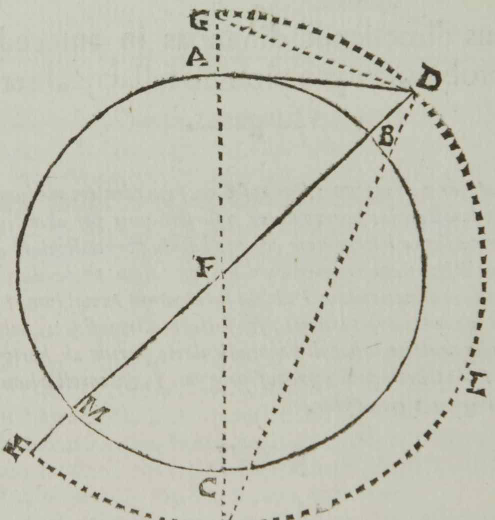
§. XVI.

PROBLEMA XII.

Totius orbis terrarum diametrum inuenire e corollar. propoſ 8.

MAximi momenti, præſertim apud Coſmographos, & Aſtronomos, eſt inuentio diametri terrarum orbis; eſt enim communis menſu-

mensura terræ semidiameter, qua metiuntur non solum orbis terreni, sed etiam cœlestium orbium, & globorum distantias, diametros, peripherias, superficies, soliditates, &c. Varios autem modos inueniẽdæ diametri terrarum orbis apud alios missos facio, ac nostrum, ni fallor, facillimum hic tantùm indico, quo vsi sumus (paullo aliter, quã hic) in Apiar. 2. Progym. 3. propos. 7, & scholijs, vbi vniuersum terræ globum trinà dimensione comprehendimus. Vide etiam analecta ad citatam propositionem in additionibus ad quartam editionem iam vulgatam Apiariorum. &c.



Esto pro terrarum orbe circulus ABC, & ex A puncto horizontali protendatur linea visualis AD, in A quasi tangens, & in D occurrens altitudini perpendiculariter eleuatæ verticis vel turriti, vel montani in terris, vel mali nautici in mari. Notæq; tibi sint in communi aliqua mensura ipsæ AD, DB iuxta ea, quæ docemus in citato Apiario. Ac deinde sic ratiocinare. Vt BD ad DA, sic eadem AD ad DE. Vt

cui-

euidentior appareat Tyronibus ratiocinatio, finge DE gyratam circa F yſſe in GI, tunc vides iunctis imaginarijs GD, DI in imaginario ſemicirculo GDLI angulum GDI rectum, a quo tangens, ſiue perpendicularis DA iuxta corollar. huius 8 propoſ. Eucl. eſt media proportionalis inter GA, AI, i deſt inter DB, BE, quæ ſunt æquales, ſiue eædē cum GA, AI. Quare ratiocinatio geometrica recta eſt: vt BD ad DA, ſic AD ad DE. Vnde habes in menſuris ipſarum AD, DB notam etiā diametrum DE imaginarij maioris circuli DLIE, à qua DE ſi notam BD bis ſubtrahas (ideſt æquales BD, MF) reliqua erit nota diameter BM, orbis terreni. Cuius deinde ope metiri etiam licebit & totum terræ ambitū, & ſuperficiem, & ſoliditatem, iuxtà ea quæ apud nos habes ex Archimede in citat. Apiar.

§. XVII.

SCHOLION.

Inacceſſas altitudines, & profunditates metiri è corollar. 8 propoſ.

M*Odum diſtantiarum horizontalium dimetiendarum, quē vidiſti in § 14 & perfectum habes inſeq § 15, nos traduximus etiam ad inacceſſas altitudines, verb. grat. turrium, vel profunditatum, puta puteorum &c. dimetiendas. Hic tantum indicamus, ne huc transſcribamus quę habes in corollar. propoſitionis 2, progy. 3, Apiar. 2 cit. Quo viſe, vt inde condias, ornes, applices corollarium huius octauæ propoſitionis Euclideæ.*

§. XVIII.

Selecta theoremata Geometrica ex octaua propoſ. & eius corollario demonſtrata.

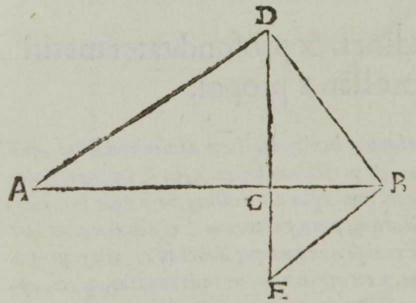
D*Itando Theoremati octauo huius libri ſexti elementorum Geometricorum apponere libet ſelecta aliqua theoremata è noſtro Villalpando, vt quæ quaſi latent inter moles ingen-*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

tes trium tomorum in Ezechielem Prophetam, vbi de antiquo Hierosolymano Templo, hic patentiora fiant cum laude sui Auctoris.

THEOREMA II.

Si duæ lineę rectæ se se ita ad angulos rectos secent, vt quatuor illarum partes sint ordine, & continuè proportionales: tres rectę, quæ eodem ordine earum terminos coniungunt, & ipsæ sunt continuæ proportionales, in ratione partium.



Qvuattuor rectę continuè proportionales CA, CD, CB, CE constituant angulos rectos in C ita, vt prima, & tertia, itemq; secūda, & quarta iaceāt in directum, hoc est, cōstituant rectas AB, DE. Dico etiam iūctas AD, DB, DE, quæ nectunt earum puncta extrema, esse continuè proportionales in proportione AC ad CD, vel CD ad CB, vel CB ad CE. Cum enim CD media sit proportionalis inter AC, CB, & CB media proportionalis inter DC, CE, [a] erunt anguli ADB, DBE, recti; ac proinde [b] triangula ADB, DBE, eidem triangulo DCB, & inter se similia: habebuntq; æquales angulos ABD, DEB, itemq; angulos BAD, EDB. Quare eadem erit proportio AD ad DB, quæ DB ad BE, hoc est AD, DB, BE erunt continuè proportionales: & quidem in ratione CD ad CB, quæ eadem est cum proportione AD ad DB, vel DB ad BE, propter similitudinem triangulorum ADB, DBE cum triangulo DCB, quod erat demonstrandum.

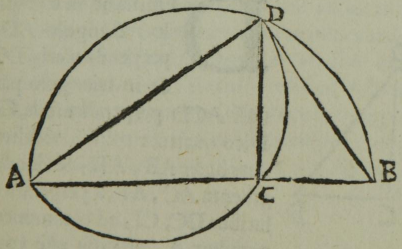
a per theor. ad 6. huius; § 2.

b per hāc 8. Eucl.

§. XIX.

THEOREMA III.

Si ſint tres lineæ continuè proportionales, & ſuper maxima deſcribatur ſemicirculus, ad quē ex termino diametri applicetur media, ab eodemque termino diametri ex diametro abſcindatur æqualis minimæ; quæ connectit terminos mediæ,& minimæ ex diametro abſciſſæ, perpendicularis erit ad diametrum, & eadem media proportionalis exiſtet inter minimam, & exceſſum maximæ ſuper minimam.



SInt tres rectæ continuè proportionales AB, BD, BC,& ſuper maximam AB deſcribatur ſemicirculus ADB, in quo applicetur media BD,& minima BC ſit pars diametri AB,ita vt AC ſit differentia inter maximam, & minimam. Dico ductam CD eſſe perpendicularem ad AB, & mediam proportionalem inter AC, CB. Nam ſi inſuper nectatur AD, erit a angulus ADB in ſemicirculo rectus. Et quoniam duo triangula ABD, DBC habent circa communē angulum B proportionalia latera, nempe vt AB ad BD, ita BD ad BC, ipſa b erunt æquiangula; ac proinde angulus BCD æqualis erit recto ADB. Cùm

a § 6 ad 31 li. 1.

b 6 hu.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

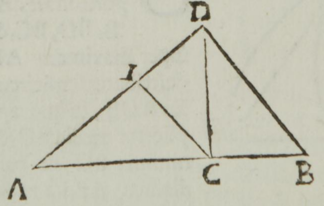
ergo in triangulo rectãgulo ADB ex recto angulo D demissa sit perpendicularis DC, ipsa c erit media proportionalis inter segmenta AC, CB. Quod erat demonstrandum.

c coroll. 8 hu.

§. XX.

THEOREMA IV.

Si in triangulo rectangulo ab angulo recto in basim cadat perpendicularis, & rursum ex angulo recto vnius triangulorum partialiũ alia perpendicularis in suam basim, constitutæ erunt quattuor lineæ continuè proportionales: nempè basis trianguli totalis, & basis partialis, nec non duo earundem basium segmenta intercepta inter perpendiculares, & angulum communem.



Demissa sit in triangulo rectangulo ADB perpendicularis DC, & in triangulo partiali ACD perpendicularis CI. Dico quattuor rectas, videlicet duas bases AB, AD, & duo segmenta AC, AI, a perpendicularibus DC, CI, ad communem angulum A, abscissa esse continuè proportionales. Cum enim tria angula ABD, ACD, AIC, sint æquiangula, a erunt latera circa communem angulum A proportionalia, hoc est, vt BA ad AD, sic erit AD ad AC, & AC ad AI. Quod erat demonstrandum.

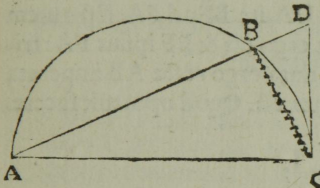
a coroll. 8 hu.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§. XXI.

THEOREMA V.

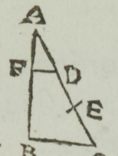
Diameter, & tangens sunt mediæ proportionales inter secantē, & segmenta adiacentia, siue intercepta intra, & extra peripheriam. &c.



Hoc theorema pluribus expositum, & demonstratum habes in Ap. 3, progym. 10, Prop. 6, quod hic quasi corollarium apponimus è corollario huius 8 propos. Eucl. In semicirculo ABC ab altero extremo C diametri AC sit educta sit tāgēs CD, cui occurrat in D secans educta ex altero extremo A. Dico diametrum AC esse mediam proportionalem inter secantem AD, & inter segmentum AB interceptum intra peripheriam, siue adiacens ipsi AC; tangentem verò CD esse mediam proportionalem inter eandem secantem AD, & inter segmentum BD extra peripheriam, siue adiacens ipsi tangenti CD. Si enim imagineris ex C eductā rectā ad B, faciet in semicirculo angulū rectum, eritq; perpendicularis. Ergo in triangulo rectangulo ACD, per corollar. 8 prop. Eucl. vtrūlibet laterum CA, vel CD erit medium proportionale inter totam basim AD, & segmentum adiacens, &c.

Propos. IX. Probl. I.

A data recta linea imperatam partem auferre.



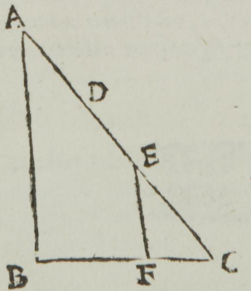
OPorteat à data recta AB imperatã partem auferre. Sit auferenda pars tertia. Ducatur ab A recta AC cum AB quẽcũq; angulũ cõtinens;& accipiatur in AC quodcumq; punctum D, [a] ponanturq; ipsi AD æquales DE, EC. Ducatur CB,[b] eiq; per D parallela ducatur DF. Cum ergo lateri BC trianguli ABC parallela sit ducta DF,[c] erit vt CD ad DA, ita BF ad FA. Est autem DC ipsius DA dupla, dupla ergo est & BF ipsius FA: tripla ergo est BA ipsius AF. A data ergo recta AB imperata pars, nimirum tertia AF, ablata est. Quod oportuit facere.

a prop. 3. 1.
b propos. 31. 1.
c propos. 2. 6.

§. I.

SCHOLION I.

Aliter 9 propos. Eucl. exercere, ad demonstrare per ductam parallelam diuidendæ. &c.



IN Ecul. figura (vt hic in apposita) postquam secta fuerit in tres partes æquales ipsa AC (omissa ex D parallela basi BC) agatur ex D, vel ex E parallela ipsi AB diuidendæ, sitq; in apposita hic fig. recta EF, quæ erit tertia pars ipsius AB: nam propter parallelas EF, AB interni anguli ABC, CAB sunt equales externis EFC, CEF alter alteri, & communis est angulus ad C, ergo æquiangula triangula, & vt CE ad EF, ita CA ad AB, per 4 huius; &

per-

permutando, vt CE ad CA ita EF ad AB: sed CE, per constructionem, est tertia pars ipsius CA, ergo & EF ipsius AB.

Si ex D demissa fuerit parallela ipsi AB, erit quemadmodum CD duæ tertiæ ipsius CA, ita parallela ex D duæ tertiæ ipsius AB. Secta igitur BA ad quantitatem parallelæ ex D, dabit reliquum pro tertia sui parte.

§. II.

COROLLARIVM I. & Problema.

In triangulo, ductà vni laterum parallelà, imperatam partem ex omnibus trianguli lateribus auferre.

IN triangulo CAB, ductà vni laterum parallelà, velut EF, est etiam vt AE ad EC, ita BF ad FC, per 2 huius. Atq; etiam sunt singula trianguli minoris latera tertia pars singulorum laterum homologorum maioris trianguli. Sic trianguli minoris CEF latus CE pars tertia est lateris CA trianguli maioris CAB, latus EF tertia lateris AB, latus FC tertia pars lateris BC. Quare imperata pars in eadem ratione secta est in tribus trianguli lateribus.

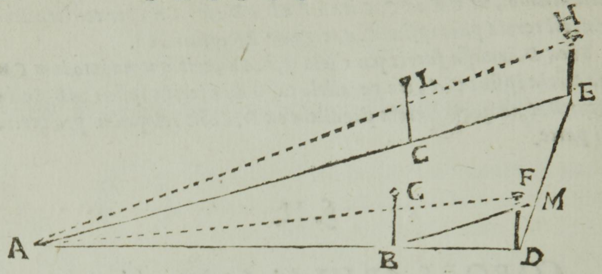
§. III.

COROLLARIVM II. ac Problema.

Vsus propositionis 9 Euclidis in Geometria practica pro inaccessis distantijs, altitudinibus, profunditatibus metiendis.

IN modo, quem indicauimus ad propos. 2, distantiarum, altitudinum profunditatum inaccessarum dimetiendarum §3, atq; in figura

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2



gurà ibi posità, hic repositâ distantia EA quasi esset linea à qua imperata pars sit auferenda, ductâ parallelâ BM, non solum est, vel per 2 prop. vt DM ad ME, ita DB ad DA vel per 4, vt DM ad MB, ita DE ad EA; sed etiam est permutando vt DM ad DE, ita MB ad EA. Igitur per ductam parallelam distantiæ quæsitæ habetur mensura totius AE in mensura ipsius MB, quæ quasi partem imperatam sibi æqualem aufert ab EA, & notum dat numerum partium sibi æqualium componentium totam EA.

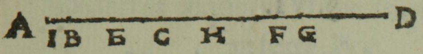
Eodem modo, ac proportionali res procedet si altitudinibus, vel profunditatibus parallelam obducas breuem quæ dabit mensuras earum. Finge AE esse vel altitudinem, vel profunditatem, &c. ac tute applica, &c.

§. IV.

PROBLEMA III.

Ex qualibet lineola, quamuis minima, auferre partem, vel partes imperatas, cum vsu instrumenti partium, siue apud nos circini proportionum.

SIt ex lineola AB detrahenda tertia pars. Sumatur ipsius AB tripla AE, quæ si videbitur nimis exigua, multiplicetur vt libet. In exemplo quadruplicata est vsque ad D; ita vt AD sit ipsius AB,



AB duodecupla: (quod scietur si numerus partiũ AE, nimirum 3 ducatur in numerum partium ipsius AD ipsi AE æqualium, nimirum 4.) ac proinde si AB diuisa esse intelligatur in 3 partes, tota AD continebit tales partes 36. Quo circa si in instrumento partium (vbi diuisa est recta in partes æquales) interuallum AD statuatur inter partes 36; deinde interuallum inter 35, 35 (nimirum tota AD vna parte minus) transferatur ex D ad I, erit AI tertia pars ipsius AB, hoc est pars trigesima sexta totius AD. Cum ergo AB contineat tres trigesimas sextas partes totius AD, erit AI ipsius AB pars tertia. Quod est probandum. *Clauius Geom. pract. lib. 8. propos. 24.*

§. V.

PROBLEMA IV.

Aliter 1.

A data recta imperatam partem auferre in circino proportionum.

IN circini facie vbi linea secta est in 100 partes æquales, sit excẽpli gratia ex linea aliqua datà auferẽda, vel in ea secanda quinta pars. Interuallum, siue longitudo datæ lineæ transferatur in vltimos numeros circini 100, & 100; deinde numerando à cẽtro, accipiatur 5 pars sectæ lineæ lateralis in circino, nempè numerus 20; atq; interuallum inter 20, & 20 erit 5 pars quæsita. *Ex Apiar. 12. in applicat. 28. &c. Applica tu, mi Tyro, figuris, & vsibus in circino proportionum prædicta in hoc §.*

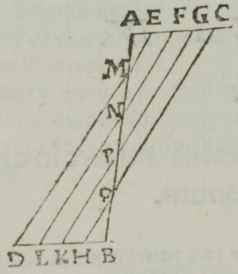
§. VI.

PROBLEMA V.

Aliter 2.

Ex Maurolyco datam rectam in partes ęquales quotlibet facillimè secare, siue imperatam partem auferre.

INgeniosissimus Franciscus Maurolycus lib. 2 de lineis horarijs cap. 6 datam rectam in quotlibet imperatas æquales partes sic diuidit: Si datam quamuis lineam AB velim in quotcumq; vt-pote quinq; partes æquales diuidere, tunc per eius extrema A-B ducam in diuersum duas ei perpendiculares, seu inter se æquidistantes, & indefinitas AC, BD, de quibus singulis assumam per circinum quatuor (vna scilicet minus proposito partium numero) continuas portiones hinc inde AE, EF, FG, GC, nec non DL, LK, KH, HB, & coniungam puncta diuisionum per totidem lineas, ita vt parallelogramma faciant. Sintque iam coniunctæ ED, FL, GK, CH, quæ secabunt lineam AB in totidem punctis M, N, P, Q. Sic enim ipsa AB in ipsis punctis in quinq; partes æquales, iuxta propositum, diuiditur.



Propositum problema idem est, ac si dicas: à data quintam partem auferre, scilicet quæ, quater replicata totam datam rectam in 5 partes æquales diuidat. Quasi propositio hæc 9 posset proponi iuxta Maurolyci problema.

§. VII.

PROBLEMA VI.

Aliter 3.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Ac facilius ſecare demonſtratiuè datam in lubitas partes æquales, ſiue imperatam partem auferre. &c.

QVod Maurolycus exequitur per duas rectas ductas ad rectos angulos ab extremis diuidendæ, & demonſtratum indicat ex 12 huius, poteſt facilius, & ſimplicius expediri, ac demonſtrari ex 2 prop huius. Atq; ideo modum hunc hic appoſuimus, quia non eum reuocamus ad inferiores propoſitiones, nempè ad 12 vt Maurolycus.

Itaque vt diuidatur AQ puta in 4 (non in 5 vt Maurolycus) partes, fiat in A lubitus angulus, & iunctis extremitatibus C, Q, ex diuiſæ partibus E, F, G agantur parallelæ ipſi iungenti extremitates CQ; tunc enim, è 2 hu. illæ parallelæ ſecabunt in partes proportionaliter ſibi reſpondentes latera AC, AQ triangulorum, atque vt AC in partes æquales eſt diuiſum, ſic AQ in totidem inter ſe æquales. &c.

Quod ſi velis inſiſtere inuentioni Maurolycanæ, qua per diuiſionem duarum rectarum in partes æquales vnà minus numero partium, in quas æqualiter eſt diuidenda linea propoſita, & anguli alterni ad A, & B ſint ſiue recti cum Maurolyco, ſiue non recti, modò ſint æquales, ac proinde parallelæ AC, DB; ſic etiam e 2. Eucl expeditur demonſtratio. Nam ED, FL, GK, CH, quæ iungunt æquales, & parallelas per conſtructionem, ſunt & ipſæ parallelæ; ergo in triangulo NAF vt AE ad EF, ita AM, ad MN per 2 huius; in PAG vt AF ad FG, ita AN ad NP; in QAC vt AG ad GC, ita AP ad PQ, at AE, EF ſunt æquales, ergo AM, MN. Item FG eſt dimidia ipſius AF in æquales AE, EF diuiſæ, hoc eſt tertia æqualis pars totius AG; ergo & NP dimidia eſt in vnà AN æqualium AM, AN, hoc eſt earũ vtriq; æqualis. Pariter de PQ. &c. Reliqua eſt QB probanda æqualis ipſi PQ. Quod eodem modo probatur in triangulo inferiori KBP, vt enim BH ad HK, ita BQ ad QP; at BH, HK ſunt æquales, vt in AC ſunt, & c. Ergo & æquales BQ, QP, &c.

§. VIII.

Vſus, & praxis 9 prop. Eucl. ex circino proport.

pro vniuersę Musicę practico compendio in vnicæ lineę varijs partibus auferendis, seu signandis, &c. & pro modo attemparandi harmonicè fidium instrumenta ope circini, &c.

Diuisionis harmonicæ in linea sonora pro genere Diatonico hìc compendium accipe, vt suauis fiat etiam auribus Tyronum hæc 9 propos. Euclid. Vide plurima circa hoc apud nos in Apiar. 10 vbi musicas suauitates geometricè tractamus.

A —— D E F C —— B

1 *In linea AB geometricè, & subducta fidiculæ sonoræ, partem dimidiam accipe in C, & habebis principem consonantiarum Diapason, siue Octauam; pulsata enim linea sonora (quam finge esse eandem AB) liberè, ac tota, non in partes concisa, dat primam vocem Hypaten, siue* Vt, Don. *Posito deinde tactu ad dimidiam in C, vtralibet AC, vel CB resonabit Netem, siue octauam. &c.*

Eam autem dimidiam partem AC, carpes ope circini proportionũ in ea circini facie, in qua diuisio est rectæ lineæ in 100 partes æquales, si primo interuallum lineæ AB interponas inter numeros 100, & 100, deinde, sic diducto circino, si in eius latere inter numeros 50, & 50 (vbi est dimidium totius diuisæ lineæ in 100 partes) accipias interuallum, quod erit dimidia pars ipsius AB, per demonstrata ex 4 huius.

2 *Accipe interuallum inter 25, & 25, (qui numerus est 4 pars ipsius 100) & habebis quartam partem totius AB ab A in D, siue tres quartas à B ad D; vbi posito tactu, resonabit diatessaron harmonia,* quarta, fà.

3 *Accipe interuallum inter numeros* $33\frac{1}{3}$, & $33\frac{1}{3}$ *(qui numerus est 3 pars ipsius 100) & habebis tertiam partem totius AB ab A in E, siue duas tertias à B ad E, vbi posito tactu resonabit consonantia Diapente,* sol. *Habesq; per imperatas has partes ablatas à data AB quattuor præcipuas consonantias.*

4 *Pro reliquis, ac pro reliquo vsu, & praxi hac harmonica 9 propos. Eucl. vide quæ in Apiar. 10 (ne hic iteremus iam a nobis vulgata in editionibus nostrorum Apiariorum) posuimus Prog. 1, & 2, & in earum corollarijs, & Scholijs.*

5 *Hic*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

5 *Hic tamen pro Tyronibus ad reliquas consonantias pro genere suauissimo Diatonico (vide cit. Ap.) non omittam apponere numeros diuisionum rectæ lineæ in circino proportionum, inter quarum diuisionum numeros accepta interualla dabũt diuisiones reliquas harmonicas in fidicula AB, iuxta numeros, & ordinem, quem habes in cit. Ap. 10 in Schol. post propos. 2 paullo aliter, quàm hìc nos instituimus. Numeri sunt* $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$. *Quæ sunt consonãtiæ Diapason, Disdiapason, Diatessaron, Diapasondiatessaron, Hexachordum minus, siue Sexta minor, Tonus maior, Diapasondiapente, Diapente, Semiditonus, siue Tertia minor, Tonus maior, Hexachordum maius, Ditonus maior, siue Tertia maior. Itaq; ipsius 100 est* $\frac{1}{2}$ *in circino proportionum interuallum inter 50, & 50. Est* $\frac{1}{4}$ *interuallum inter 25, & 25. Sunt* $\frac{3}{4}$ *interuallũ inter 75, & 75. Sunt* $\frac{3}{8}$ *interuallũ inter* $37\frac{1}{2}$, *&* $37\frac{1}{2}$. *Sunt* $\frac{5}{8}$ *interuallũ inter* $62\frac{1}{2}$, *&* $62\frac{1}{2}$. *Est* $\frac{1}{16}$ *interuallũ inter* $6\frac{1}{4}$, *&* $6\frac{1}{4}$. *Est* $\frac{1}{3}$ *interuallum inter* $33\frac{1}{3}$, *&* $33\frac{1}{3}$. *Sunt* $\frac{2}{3}$ *interuallum inter* $66\frac{2}{3}$, *&* $66\frac{2}{3}$. *Est* $\frac{1}{6}$ *interuallũ inter* $16\frac{1}{4}$, *&* $16\frac{1}{4}$. *Est* $\frac{1}{9}$ *interuallũ inter* $11\frac{1}{9}$, *&* $11\frac{1}{9}$. *Sunt* $\frac{3}{5}$ *interuallũ inter 60, & 60. Sunt* $\frac{4}{5}$ *interuallum inter 80, & 80. Vides nostram diligentiam affectantem pro Tyronibus omnem facilitatem, & suauitatem in ieiunis geometricis elementis.*

6 *Igitur si Tyro ad prædicta interualla carpat, siue partes accipiat, iuxta 9 propos. Eucl. in recta AB, habebit duodecim consonãtias siue fides sonoras per tonos, & interualla harmonica suauissima. Ac verè licet affirmare in instrumentis fidium musicã exercere nihil aliud esse, quàm vsum quendam 9 propos. Euclid in lineis sonoris, dum digitis, & tactibus fides sonoræ per varias partes carpuntur, & diuiduntur, &c.*

7 *Ad facilitatem diuisionis harmonicæ in linea AB, etiam sine circino proportionum, notandum id, quod in cit. Apiar. nostro musico indicauimus, nempe positos esse a nobis numeros eo ordine, vt fiant diuisiones ipsius AB per binas, & binarum sectiones, ac partes aliquotas &c. per ternas, & earum sectiones, & partes aliquotas, &c. per nonam, & quinas.*

Præterea ne fallare, vide in Apiar. cit. terminos, à quibus faciendæ sunt illæ sectiones variæ modò ab A, modò à B. Nempè omnes incipiũt à B versus A, præter $\frac{1}{6}$, *&* $\frac{1}{9}$ *pro semiditono, & pro Tono maiori, qui incipiunt ab A; tamen pro* $\frac{1}{6}$, *accipe* $\frac{5}{6}$, *& pro* $\frac{1}{9}$ *accipe* $\frac{8}{9}$ *incipiendo à B, & omnes diuisiones incipient sic ab eodem termino B, præter tamen vnam* $\frac{1}{18}$ *quæ incipit à C, & terminat in G: potest & ipsa incipere à B, numerando* $\frac{9}{18}$ *vsq; ad G. Vide Ap. cit. 10. prop. 2, & Schol. post eam.*

§. IX.

SCHOLION II.

Remedium, & compendium pro lineis quibusuis longioribus in vsu circini proportionum.

SI quando accidat vt lineæ siue geometricæ, siue sonoræ longitudo ea sit, quæ facilè non possit transferri inter extremos numeros 100, & 100, (vel etiam pro subtensis in inter 90, & 90) & tantum fiat interuallum, quantum non admittant extrema diducta vtriuslibet lateris circini proportionum; tunc facillimum est remedium, & compendium si vel dimidia, vel quarta, vel alia aliquota pars lineæ AB transferatur inter extrema circini, & interualla reliqua inter numeros superiores circini capiantur, quasi essent partes totius integræ lineæ AB, ac deinde proportione replicentur. &c Exemplum: translata sit, pro tota AB, AD quarta pars ipsius AB inter extremos numeros 100, & 100 circini. Interuallum inter 50, & 50 erit diapason ad AD, non ad AB. Quemadmodum igitur accepta fuit AD quarta pars pro tota AB, ita interuallum, quod est dimidium ipsius AD, erit quater replicandum in lineâ AB, vt habeatur consonantia diapason in C respectu totius AB. Ac pari ratione de cæteris, &c.

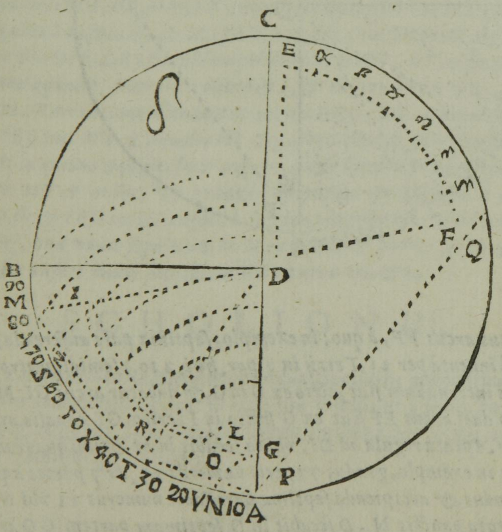
§. X.

PROBLEMA VII, & praxis geometrica

A data circulari linea imperatam partem auferendi. Exemplum in ablatione septimę partis, siue in septifariatione dati arcús.

Quod

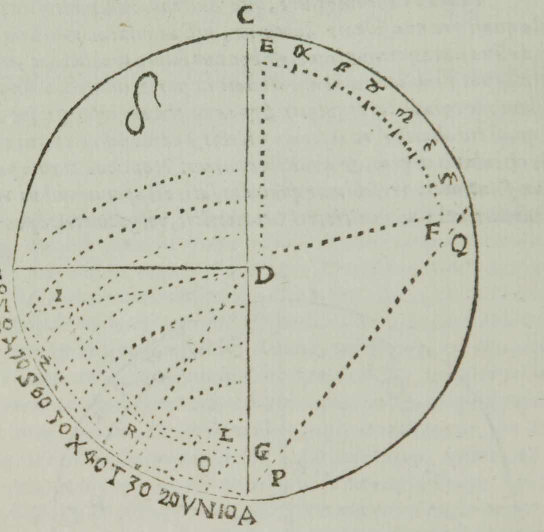
Qvod Euclides de recta, nos hic etiam de circulari linea problema soluemus, ac quidē hic paullo geometricè magis quod organicè ad 9, & 10 propos. li. 1 præstitimus. Est hoc problema ex eorum genere, quæ hactenus in Geometrica philosophia quasi pro nonsolutis habentur, nisi ad mixtas punctuatas incerti ductus lineas confugiatur; & hoc non soluto problemate, insoluta etiam sunt problemata de anguli dati in partes lubitas, vel æquales diuisione, de cuiuslibet regularis figuræ in circulo inscriptione, &c. quæ quasi corollaria (vt inferius videbis) deducuntnr ex partitione arcùs circularis in quot, & quaslibet partes. Nos circa eorum problematum solutionem versabimur quatenus satis est operationibus vel Astronomicis, vel Gnomonicis, vel Geometricis, vel geometricè practicis



Repono hic figurā (♌) ex initio Apiarij 12, in qua chordæ, siue subtensæ arcuum quadrantis AB, centro communi A, translatæ sunt in rectam, siue diametrum AC, vt hic vides saltem per denos gradus. Diuisionem verò quadrantis in 90 gradus æquales (& ex eo totius peri-

phe-

pheriæ in gra. 360) geometricè peractam ex inſcriptionibus figurarũ aliquarum in circulo videbis in 3 par: hui. 2 To. poſt propoſ. 16 lib. 4 ſuo in loco.



Sit datus arcus EF, à quo, in exemplo, ſeptima pars auferenda ſit. Datà (vel inuentà per 21, Tertÿ in 3 par. hui. 2 to.) ſemidiametro ED, ad eius interuallum fiat ſectio ex D in G, & ducatur arcus GI Mox interuallo dati arcus EF fiat ex G ſectio in I; eritq; GI æqualis arcui dato EF. Aptatà regula ad DI, vbi ea ſecabit in M arcum quadrantis AB, puta in exemplo, gradus 77, erit numerus 77 per 7 partes æquales diuidendus, & accipienda ſeptima pars, ideſt numerus 11 vbi N, & regula aptata punctis N, D ſecabit in O ſeptimam partem GO arcus GI, qui ſectus eſt æqualis dato EF.

Eadem erit operatio etiam cum dati arcus ſemidiameter excesserit ſemidiametrum DB, velut ipſa PQ. Nam aptata regula ad centrum D, & ad terminos arcus dati, & ſignati extra quadrantem AB, ſecabit in peripheria AB gradus, & quantitatem diuiſam dati arcus.

De-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Demonstratio pendet à vulgata propositione: Rectæ ductæ à centro communi concentricorum circulorum ad peripherias, intercipiunt arcus similes. *Quam propositionem licet alij è 3, & 6 lib. demonstrarint, nos hic aliter, ac facillimè demonstrabimus ope theoremati prioris, quod habes in propos 6 præl.b: 2, vbi Aranea apud nos geometrizat; eritq; nostra demõstratio ingratiam, Tyronum, sine anticipatione, cum vsu tantum libri , solà suppositâ 11 definitione lib. 3, in qua definiuntur (quod ibi nos etiam demonstrauimus) segmenta circulorum similia quæ æquales capiunt angulos. &c. Et euidentiæ maioris gratia, in figura, comparabimus ternas, & quaternas septimas pro vnicis in vtroque arcu maiore, & minore.*

Ducatur igitur per grad. 33 recta ad centrum commune D, quæ secet in R arcum IG, & iungantur rectæ IR, RG, MT, TA. Quoniam à communi centro D ad concentricas peripherias IR, MT, æquales sunt semidiametri DI, DR, DM, DT, erunt triangula DIR, DMT isoscelia, & angulus I angulo R, & M ipsi T æquales: communis est angulus ad D; ergo duo DIR, DRI simul sumpti duobus DMT, DTM simul sumptis sunt æquales. Detractis dimidijs I, & M, remanent DRI, DTM æquales. Pari ratione ostendentur anguli DRG, DTA æquales; ergo totus IRG toti MTA æqualis est. Ergo segmenta & peripheriæ IRG, MTA, in quibus æquales sunt anguli, sunt similia; hoc est quemadmodum MTA aufert 77 gradus, ac partes peripheriæ à circulo maiori, sic & IRG totidẽ aufert à suo circulo minore. Eodẽ modo recta DN, quæ vnam septimam in N aufert à peripheria graduum 77 AM, sic aufert vnam septimam GO ab arcu GI. &c.

SCHOLION III.

Ex nostra demonstratione deducuntur corollaria geometrica facilius demonstrata, quam ab alijs quæ videbis in 3 parte hu. 2 To. ad propos. 26, & 27 Tertij; præsertim de similibus, non solum segmentis, sed etiam peripherijs. &c.

§ XI.

SCHOLION IV.

Circa alia exempla in ablaitone tertiæ, quintæ, &c. partis a dato arcu.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Quod factum est circa septifariationem dati arcus, proportione faciendum est etiam circa ablationem cuiuslibet alterius partis ab arcu dato. Ac res quidem feliciter cedit quando arcus datus, ac diuidendus est similis arcui (quadrãte diuiso in 90) qui facilè diuidi possit per integros numeros graduũ vel etiam cum aliqua fractione aliquorum minutorum facili diuisione sumendorum; at verò cum, præter gradus integros, vel graduum partes facile diuidendas, inciditur in residua aliqua, vel particulas difficilioris diuisionis, tunc faciendum est quod alij omnes Geometrici philosophi præcipiunt vbi Lẽmata habẽt ante Astrolabia, ante Astronomica, ante Geometrica practica; scilicet physica oculi æstimatione vtẽdum, quæ physicè geometricis operationibus non officit; ac res in calculos numerorum quàm fieri potest minimos resoluenda est; vt etiam Archimedes, & alij faciunt in circuli dimensione potius quàm quadratione, dum rectæ lineæ cum circulari æqualitatem proximè persequuntur, si non assequuntur.

Interim hìc habes numeros in quadrante AB non paucos aptos diuisioni pro exemplo allato in septem partes: 84 habet septimam 12; 77, 11; 70, 10; 63, 9. &c.

§. XII.

COROLLARIVM III.

Datum arcum circularem in lubitas æquales partes diuidere.

Consequitur ex antecedenti problemate 7. Nam accepta pars multiplex ipsius arcus, & replicata diuidit arcum. Velut in exemplo antepositoseptima GO translata in Eα diuidit arcum EF in septem partes æquales. Proportione fient aliæ diuisiones arcuum iuxta cauta in Schol. 4. anteced.

§. 13.

§.XIII.

COROLLARIVM IV.

Datum angulum rectilineum in lubitas, ac æquales partes diuidere.

COnſequitur & hoc. Nam ex $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta$ ductis ſemidiametris ad angulum D, ſi concipias ſubtenſas rectas partibus $E\alpha$, $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, $\gamma\delta$, $\delta\varepsilon$, $\varepsilon\zeta$, ζF æquales, fiunt ſeptem iſoſcelia æqualia, ac per 8 propoſ. lib. 1. anguli verticales ad D ſunt æquales; ergo angulus D in ſeptem diuiſus eſt æquales. Proportione fient aliæ diuiſiones angulorum, iuxta cauta in Schol. 4 anteced.

§. XIV.

COROLLARIVM V.

De inſcriptione cuiuslibet regularis figuræ in circulo.

LIcet hocce corollarium etiam ipſum conſequatur ex ablatione partis à circulo, ſiue à diuiſione circuli in partes, verbi gratia, inſcriptio heptagoni è diuiſione circuli in 7 partes, quarum vnam ſubtendit latus heptagoni; tamen in opportuniorem locum transferendum eſt, nempe poſt propoſ. 16 lib. 4, è quo demonſtratiua fit diuiſio circuli, quam ſupponit hæc figurarum vniuerſalis deſcriptio in circulo. Illuc viſe, mi Tyro.

§. XV.

SCHOLION V.

Mixtæ lineæ punctuatæ ab antiquis, & doctiori-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

bus Philosophis Geometricis iure ineptæ habitæ sunt solutionibus problematum, & corollariorum proximè antecedentium.

*Q*Vamuis Pappus Alexandrinus lib. 4. Math. Colect. Probl. 25 solidis rationibus reyciat mixtam punctuatam quadratricem ab vsibus geometricis (quemamodum & spirales pūtuatim ductæ ineptæ sunt pro geometricè præcisè, ac demonstratiuè operantibus) tamen parum sibi constans in propos. 35 vtitur quadratrice linea, & spirali pro sectione circūferentiæ in data ratione, atque in sequentibus pro inscriptione cuiuslibet polygoni in circulo, pro quadratione circuli &c. Opinor contentus mechanicè potius, quàm geometricè operari ad praxes, vt ipsemet affirmat in fine citatæ propos. 25 lib. 4.

Lineæ mixtæ punctuatæ cur ab Antiquis Geometris reiectæ. &c.

Ac sanè lineæ mixtæ punctuatæ (conchois Nicomedis licet mixta, ductu tamen continuato, ac certo perfacile, ac firmū instrumentum, nō minus quàm circinus, ducitur non per incerta puncta) meritò ab Antiquis Philosophis Geometris reiectæ sunt à certitudine geometricæ demonstrationis, cùm propter alia, tum in primis propter incertam earum lineationem, quæ fit per puncta potius æstimatæ, quàm certæ, ac demonstratæ situationis. Ac quod speciatim spectat ad lineam mixtam Dinonstrati, apud Pappum lib. 4 citato post propos. 25, reyciitur tamquam inepta ipsimet circuli quadraturæ, cuius tamen in primis gratià inuenta, & appellata est τετραγωνίζουσα, & cuius formam habes etiam apud nos sub finem Apiarij 2, & preterea etiam in Analectis nostris ad quartam Apiariorum iam vulgatam editionem, Analecto 9, § 1, vbi ostendimus eam ex ortu, & ductu suo esse in sui extremo asympoton ad rectam, siue diametrum circuli quadrandi, idest non posse vmquam ab ea diametrum circuli contingi; quare non potest in semidiametro facere vllam sectionem tertiæ proportionalis, quæ per eam queritur pro circuli quadratura. Vt hęc in figuris, & exemplis intelligas (quorum nulla hìc nobis nunc est necessitas) vide cit. Pappum. Cùm igitur in cit. Analecto sit demonstrata Dinostrati mixta linea nunquam attingens, siue asymptotos rectæ, cum quà deberet coincidere, implicat, & sui natura inepta est, vt possit inseruire circuli quadrationi, pro qua debet esse non asymptotos.

Implicantia est in vsu quadratricis Dinostrati. &c.

Sed quod ad rem nostram facit nullo modo geometricæ certitudini potest inseruire pro diuisione vel circuli, vel dati anguli in partes

æqua-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

æquales, vel pro inscriptione regularium figurarum in circulo non solum ob prędictas causas, sed etiam in primis quia, vt rectè opponit Pappus, supponit id, ad quod est assumpta, idest proportionem rectę ad circularem lineam. Prꝍterea quemadmodum non potest inseruire circuli quadraturæ propter extrema puncta, quæ nec habet, nec certo, nec continuato ductu signari possunt vsq; ad sectionem semidiametri, cum qua est asymptotos, ita ob easdem causas, & propter reliqua omnia sui puncta (vide eius descriptionem apud nos in cit. Ap. 2.) quæ discretè, ac geometricè incerta positione signantur, nullo modo apta est geometricæ scientificæ diuisioni anguli, vel circuli, vel figurarum regularium in eo inscriptione. Atq; hoc est quod de ea affirmauimus in citat. Apiar. 2 ruere cætera, quæ pendent à falsà quadratura.s.quam in primis profitetur linea Dinostrati ab aliquibus traducta ad alia &c. Ac ne quisquam nos reprehendat, licet nos prædictæ causę tueantur, imus etiam sub vmbram magnorum Philosophorum Geometrarum nobiscum sentientium. Quorum vnus Pappus, præter cætera, de Dinostrati pseudoquadraticis mixtę linęę descriptione sic pronũtiat. Quodam modo Mechanica est. *Ac proinde benigne accipienda est saltem ad aliquas operationes in Physica materia, quę geometricam præcisionem semper vel non requirit, vel non patitur. Addit Pappus:* Ad multa problemata ipsis Mechanicis conducit. *Ac quod a nobis hic asseritur de Dinostratèa, intellige pariter de quacũq; mixta punctuata, siue illæ sectiones conicæ sint, siue quęcunq; alię mixtarum non continuato, & certo ductu descriptarum. Ineptæ enim sunt discretis illis punctis, & incertis ductibus ad geometricas demonstrationes, non secus ac circularis linea non esset certa, & legitima pro geometricis problematibus, quæ sine circino signaretur punctis, vel ductibus interpositis inter alia aliqua puncta circino signata, &c. Nos nullis mixtis pũctuatis, sed certo, ac firmo ductu designatis lineis rectis, & circularibus vsi sumus, vt habes in antecedentibus pro circularis arcus, vel anguli diuisionibus. Vide & post propos. 16. lib. 4.*

Vsus quadratricis. Dinostrati mechanicus est

§. XVI.

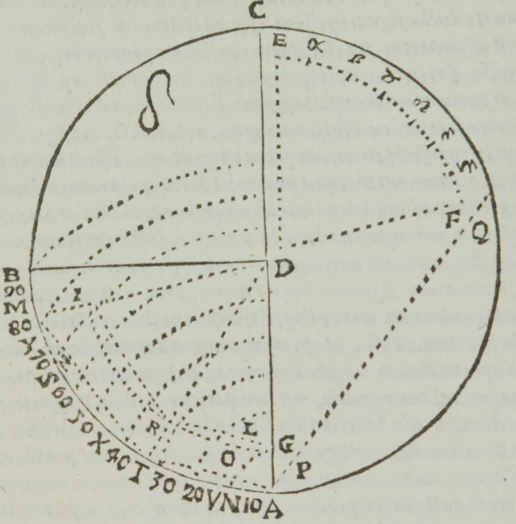
COROLLARIVM VI.

Dati ex eadem semidiametro arcus, quam inter se proportionem habeant.

Ve-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Velut arcus IR, RO, qui ex eadem ſemidiametro DG aptati ad DA, vel DB oſtendunt in numeris inter AT, TM, quæ inter ſe proportione ſint.



Aliter

In circino proportionum grad. 90.

Interpoſità enim ſemidiametro DG inter numeros 60, & 60, & acceptis interuallis GR, RI, ſi ea aptentur inter numeros circini proportionum, ij indicabunt proportiones eorum arcuum. Interuallum arcus GR cadet inter 33, & 33; interuallum arcus RI cadet inter 44, & 44. eſt ergo proportio arcus IR ad arcum RG, quæ 44 ad 33. &c.

§. XVII.

COROLLARIVM VII.

Datus arcus quot gradus contineat.

Patet ex antecedentibus. Dum enim arcus IG fit concentricus arcui AB, recta DI producta in M, ibi signat numerum graduũ arcûs etiam minoris IG.

Aliter

In circino proportionum.

Interpositâ semidiametro DG inter 60, 60, interuallum IG in quos cadet numeros crurium circini, veiut inter 77, 77, accipiet ab ijs numerum graduum arcus IG.

§. XVIII.

SCHOLION VI.

De proportione arcuum similium, & peripheriarum e vsu circini proportionum.

At quam proportionem habent inter se arcus, non eiusdem circuli, sed diuersorum circulorum, similes tamen, hoc est qui æquales capiant angulos iuxta defin. 11. li. 3? Nempe quam habent inter se peripheriæ circulorum; scilicet quam ex antiquis Pappus lib. 5 propos. 11 dupliciter, & li. 8 propos. 22 tertio demonstrat. Peripheriæ circulorum sunt inter se vt diametri. *Quoniam*

autem

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

autem Archimedes de dimensione circuli demonstrat diametrum triplicatam cum ferè septima diametri parte æqualem esse circuli peripheriæ, si duorum inæqualium circulorum diametros triplicatas cũ fere septima diametri parte in duas inæquales rectas extenderis, & maioris interuallum interposueris inter numeros extremos 100, & 100 in circini proportionum ea facie, in qua est diuisio rectæ lineæ in 100 partes æquales; minoris vero interuallum aptetur inter superiores aliquos numeros, inter quos (immotà diductione inter 100, & 100) præcisè ceciderit, puta inrer 50, 50, erit duarum peripheriarũ proportio subdupla minoris ad maiorem. Ac pariter arcuum similium minoris ād maiorem

Ad praxim vero expeditorem satis erit ex arte prædicta interponere dati arcus, vel ci culi semidiametrum inter numeros circini. Est autẽ proportio peripheriarum, & arcuum similium èadem quæ semidiametrorum, velut est æquemultiplicium, idest diametrorum.

§.XIX.

Geometricorum Paradoxorum amplissimus campus indicatus, in quo seges est de solutis pene omnibus problematibus Geometricæ Philosophiæ vnicà, eàq; datà & non variatà circini diductione.

PRimum huius Ærarij tomum iam typis expresseram, cum incidi forte fortuna in librum tertium quartæ partis de numeris, & mensuris à Nicolao Tartalia italicè perscriptæ. In quo libro profitetur (ac præstat toto eo libro) se soluere pene omnia problemata non solum Euclidis, sed alia plurima geometrica, datà qualibet, & inuariatà circini diductione. Post Tartaliam incidi in libellos quinq; Io. Bapt. Benedicti, in quibus & ipse omnia Euclidis problemata (eius verbis vtar) vnà circini datà aperturà resoluit. Exultaui dum vidi re ipsa confirmata ea paradoxa, quę ego indicaueram in to. 1. huius Ærarij ad prop. 12, § 11, & 12. Ac censui ad hãc propos 9, (in qua est primum huius libri 6 problema, quod facile soluitur vnica datà, & inuariata circini diductione) non fraudandos Tyrones

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

vones hac amplissima cognitione paradoxorum numero infinitorum, quibus instructi à Doctore Geometrico liceat iucundâ, & variâ nouitate condire, ac ornare singula, & omnia problemata Euclidis Elementaria, & alia plurima extra hæc elementa. Vide, amabo, ad singula citatos Authores, vt vulgata problemata modis non vulgatis exerceas. Nos ne Tomi augmentum, ac molem affectare videamur, omittimus hìc, & alibi in hoc Aerario apponere quæ satius ducimus saltem, ac tantùm indicare vnde habeantur. &c.

Propos. X. Probl. II.

Datam rectam lineam insectam datæ rectæ sectæ similiter secare.

OPorteat datam insectam AB similiter secare, vt secta est AC. Sit AC in punctis D, E secta. Collocentur AB, AC vt angulum quemcumque contineant, & ducatur CB; atq; per D, E agantur ipsi BC parallelæ DF, EG; & per D ipsi AB ducatur parallela DH ; & erit vtrumque FH, HB parallelogrãmum. [a] Sunt ergo tam DH, FG; quàm HK, GB æquales: & cum ipsi KC trianguli DKC ducta sit parallela HE, [b] erit vt CE ad ED, ita KH ad HD. [c] Est autem tam KH ipsi BG, quàm HD ipsi GF æqualis; est ergo vt CE ad ED, ita BG ad GF. Rursus [d] cùm lateri EG trianguli AGE ducta sit parallela FD, erit vt ED ad DA, ita GF ad FA. Ostensum est autem esse vt CE ad ED, ita BG ad GF; est ergo vt CE ad ED, ita BG ad GF; vt verò ED ad DA, ita GF ad FA: data ergo recta insecta AB similiter secta est vt secta AC. Quod oportuit facere.

a prop os. 34.1.
b prop.2. 6.
c propos. 34.1.
d prop.2. 6.

§. I.

SCHOLION I.

Conueniunt 9,& 10 Propositiones.

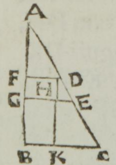
Nam propositio 10 ipsa etiam docet, vt 9, imperatas partes auferre, siue secare in linea data; & 9, dum iuxta sectum alterum trianguli latus etiam alterum secat, docet, vt in 10, secare lineam datam iuxta proportionem alterius sectæ.

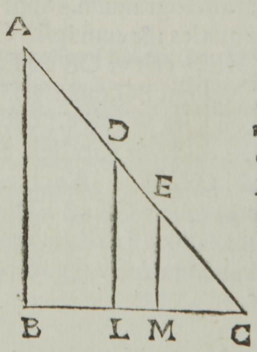
§. II.

PROBLEMA I.

Aliter demonstrare prop. 10.

Euclidis constructio, & demonstratio in prop. 10 nititur 2 propos. huius, quemadmodum & antecedens 9. Nos, quemadmodum ad 9, constructionem, & demonstrationem ex 4 propos. deduximus, ita & nunc ad hanc 10.





Nam in figura Euclidis, omissis parallelis DF, EG, nos e diuisæ AC punctis D, & E ducimus DL, DM parallelas datæ, ac diuidendæ AB, suntque eæ parallelæ partes sectæ AB similiter vt AC.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§. III.

COROLLARIVM I.

EAdemq; opera singula latera trianguli ABC secta sunt in proportione secti lateris AC. Nam & per 2 huius, propter EM, DL parallelas basi AB, secta sunt in eadem proportione latera CA, CB, & per 4 huius, propter triangula æquiangula ABC, DLC, EMC, vt CE ad EM, & vt CD ad DL, sic CA ad AB; & permutando, vt CE, CD ad CA, sic EM, DL ad AB; ergo AB secta ad quãtitates ipsarum EM, DL, erit secta in proportione lateris secti AC.

§. IV.

COROLLARIVM II, &

compendium ex 10 prop. Eucl. pro expeditissimà Harmonicà, Gnomonicà, siue horarià, & quacunq; alia linearum diuisione.

SI vtraq; vel saltem altera linearum diuisarum in 100 partes, in circino proportionum, semel notata sit aliquibus signis ad numeros diuisionum, & consonantiarum harmonicarum, quas paullo ante ad antec. 9 propos. in §8, in eo circino indicauimus, statim quæcunq; data recta linea poterit harmonicè diuidi iuxta vsum, quem docuimus, & iuxta cautiones in Scholio positas.

Sic, notatis in vtroque circini latere diuisionibus lineæ Aequinoctialis, habebis in promptu quo diuidas, pro horis describendis, datæ cuiuscunq; lineæ Aequinoctialis quantitatem, ad horaria, præsertim horizontalia expeditissimè designanda; ac pari ratione pro aliis linearum diuisionibus ad vsus quoscunq; insignes.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§.V.

PROBLEMA II.

Aliter 1.—

--- Datam in ſectam ſecare vt altera ſecta eſt, ex vſu circini proportionum.

Vide inferius § 14, 15, 16, 17, vbi ex circino proportionum ſecamus datam in qualibet trium proportionalitatum, non ſolum geometricà, ſed Harmon. Arith. &c.

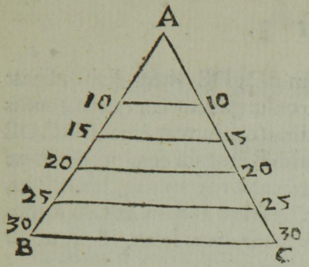
§.VI.

SCHOLION II.

Theorice, atq; vniuerſa inuentio, & ars linearũ in, & ex circino proportionum prodit ab vſu 10 propoſ. Eucl. iuxta noſtram conſtructionem eius propoſitionis è quarta propoſ. huius lib. 6.

Dum docet Euclides datam rectam ſimiliter ſecare, vt altera data ſecta eſt, fontem aperit ingenioſo compendio circini proportionum. Nam quæcunq; lineæ in lateribus eius circini ductæ, ac ſectæ ſunt, ſiue Metallicæ, ſiue Geometricæ, ſiue Arithmeticæ, (vt aliqui eas variè vocant pro vſibus, ac diuiſionibus varijs earum linearum) ſunt exemplaria, iuxta quæ ſecantur quæcunq; aliæ datæ lineæ, dum eæ transferuntur inter extremos circini numeros, & fiunt quaſi baſes trianguli, cuius latera ſunt circini crura, ac deinde eæ baſes & diuiſæ, & ſectæ intelliguntur ab interuallis, quæ accipiuntur parallela baſibus diuidendis, ad eum ſcilicet modum, quem nos vſurpauimus in conſtructionibus, & demonſtrationibus aliter inſtitututis, quam ab Euclide in prop. 9. & 10.

Vide



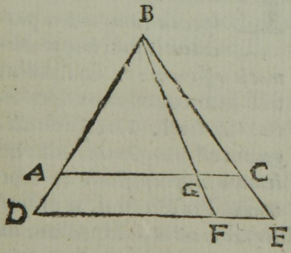
Vide figuram trianguli æquilateri ABC, cuius duo latera AB, AC sint quasi crura circini diuisa in 30 partes æquales. Spatium rectæ diuidendæ aptatur inter B, & C ad extrema laterũ iuxta id spatium diductorum. Atq; vt ipsa BC diuidatur similiter vt latera AB, AC in 10, 15 25, &c. per eas diuisiones ducãtur parallelæ basi, quæ, secta ad quantitates earum parallelarum, erit similiter diuisa, vt AB, AC, per 4 propos. huius permutando vsurpatam, iuxta ea quæ habes in demonstratis aliter hisce propos. 9, & 10 huius.

§. VII.

PROBLEMA III.

Aliter 2.

Ex Maurolyco datam rectam secare similiter, ac altera secta est.



SI oporteat lineam BE secare secundum proportionem ipsius BD sectæ in puncto A; tunc coniũgam DE, ipsiq; æquidistantem ducam AC, quæ secet ipsam BE in puncto C. Eritq; sicut BA, AD, sic BC, CE.

SCHOLION.

DEmonstratio est à prop. 2 huius latera enim AD, AE à parallelà AC secta sunt proportionaliter in A, & C.

Ali-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

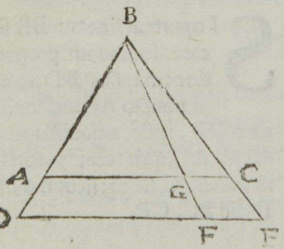
Aliter 3.

Vel si linearum æquidistantium AC, DE alterà diuisâ, libeat reliquam similiter diuidere, coniungam earum extrema ductis DA, EC ad punctum B concurrentibus (concurrent enim, si AC, DE sunt inæquales) & punctum concursus B iungam cum puncto lineæ diuisæ, ducta BG, quæ continuata secabit reliquam in puncto F ita, vt sicut est AG, GC, sic sit DF, FG. Quod ex similitudine triangulorum, per secundam sexti, constat. *Sic Maurolycus in cit. lib. 2. c. 6. de lineis horarys.*

§. VIII.

LEMMA.

In triangulo quouis si vni laterum parallela recta agatur, & ex quocumque puncto illius lateris ad angulum oppositum recta educatur linea, diuidentur linea parallela, & latus illud in easdem rationes.



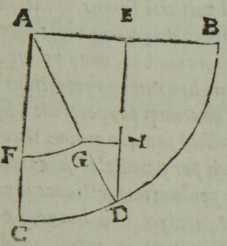
Erit hoc Lẽma confirmatorium assertionis Maurolycanæ, dum in fine præcedentis proximè problematis affirmat: ex similitudine triangulorum constare per secundam sexti. *Fortasse intelligendus est de 4 sexti. Est vero lemma hic propositum ex Commandino in comment. ad propos. 6 lib. 1. Conic. Apollon. Quod nos aliter, ac breuius sic expedimus. Ex corollario 1. apud nos ad 4 propos. huius. Triangula BAG, BDF, item BGC, BFE sunt similia, propter parallelam AC basi DE. Ergo vt DF ad FB, sic AG ad GB; & vt EF ad FB, sic CG ad GB. Ergo ex æquo, per 22 quinti, vt DF ad AG, ita FE ad GC. Ergo rectè Maurolycus duas parallelas AC, DE diuisit proportionaliter in G, F.*

§. IX.

PROBLEMA IV.

Aliter 4.—

—In Quadrante circuli lineam parallelam semidiametro similiter, ac secta est semidiameter, ingeniosè secare.



Accipe ab eodem Mauro-lyco. Sit in quadrante circuli ABC linea DE alteri semidiametrorũ, vtpote ipsi AC, æquidistans: Sitq; AC vtcunq; secta in puncto F. Si velim ipsam DE similiter secare, tunc coniugam AD, ponamque per circinum ipsi AF æqualẽ AG de ipsa AD abscissam: & a puncto G ducam ipsi DE perpendicularem GH. Sic enim GH secabit in puncto H ipsam DE ad proportionem ipsius AD (per secundam sexti) & ideo ipsius AC. Erit enim, sicut AG, GD, hoc est, sicut AF, FC, sic EH, HD; sicut facere volui.

Contra verò proponatur DE secta in puncto H. Si velim similiter secare AC, coniuncta tunc prius AD, excitabo a puncto H ipsi DE perpendicularem, quæ secet ipsam AD in puncto G. Et per circinum faciam ipsi AG ęqualem ipsam AF. Sic enim eodem Syllogismo fiet sicut EH, HD, sic AF, FC. Quod faciendum fuit. Sed hæc, & alia huiusmodi notiora sunt, quàm canibus (vt aiunt) Delia nostris.

SCHOLION.

Datas rectas quotcumque, ac inæquales, quarum tamen maxima sit minor, quàm ea, ad cuius similitudinem secandæ sunt, similiter,

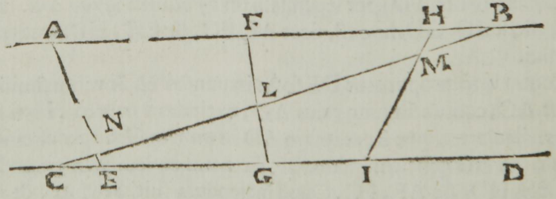
liter, ac altera, simul omnes secare; etiam aliter, quàm in antecedentibus modis, vide ad 31 tertij, in tertia parte huius 2 Tomi, vbi ex 31 propos. demonstratur.

§. X.

THEOREMA.

Inter easdem parallelas lineæ mutuo secant se in eadem proportione.

Q*Vod ad 33 propos. lib. prim. § 5, iuxta exigentiam eius loci, demonstrauimus de sola bifariatione mutuà linearum inter easdem parallelas, hìc, vt ibi polliciti sumus, vniuersaliter proponimus, & demonstramus de sectione in eadem, ac qualibet proportione. Theorema hoc, quod potuissemus apponere ad 4 huius, à qua demonstratur, huc tamen protulimus, vbi ex praxibus diuidendarum linearum in quacunq; proportione, figuræ aliquæ (præsertim à Maurolyco constructæ) sunt, in quibus theorema etiam hoc licet demonstrare; scilicet, dum per parallelas siue inter parallelas diuiduntur lineæ, diuidi etiam per mutuas sectiones in eadem proportione. Inspice, si lubet, figuram Maurolyci ad 9 huius, § 6, atque eidem applica quæ nos hic demonstrauimus in apposita nostra figura.*



Sint parallelæ AB, CD, & inter eas variè ductæ AE, FG, HI, quas transuersè secet inter easdem parallelas recta BC; dico in sectionibus N, L, M mutuò secari in eadem proportione ita, vt quemodmodum se habet HM ad MI, ita BM ad MC, & vt FL ad LG sit BL ad LC, & vt AN ad NE ita sit BN ad NC.

Nam

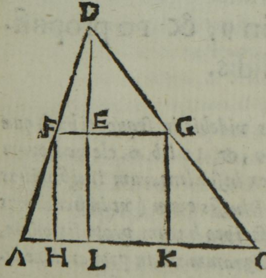
Nam triangula HBM, MCI, item FBL, LCG, item ABN, NCE sunt bina inter se æquiangula. Sunt enim alterni ad B, & C, ad H, & I; ad F, & G, ad A, & E, & ad sectiones, N, L, M oppositi æquales.

Tu singillatim, mi, Tyro, persequere quæ nos breuitatis gratia, in re perfacili tantùm indicauimus. Itaq; in duobus æquiangulis triangulis HBM, MCI, vt BM ad MH, sic CM ad MI, per 4 huius, ergo permutando, vt BM ad MC, sic HM ad MI. In æquiangulis BFL, LCG vt BL ad LF, sic CL ad LG, & permutando vt BL ad LC, sic FL ad LG. In æquiangulis BAN, NEC vt BN ad NA, sic CN ad NE, & permut. vt BN ad NC, sic AN ad NE. Quare in mutuis sectionibus inter easdem parallelas secant se rectæ binæ in eadem proportione.

§. XI.

VSVS 10 Propositionis, & Praxis describendi quadratum in dato triangulo.

IN Scholio ad hanc 10 proposit. Eucl. Commandinus demonstrat praxim, quæ vtitur hac eàdem propositione 10 pro descriptione quadrati in dato triangulo. Saltem praxim hìc libet indicare.

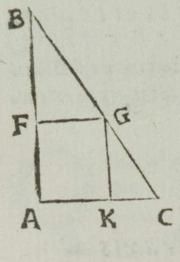


Sit datum triangulum acutangulũ ADC, in quo proponatur descriptio quadrati. A quolibet angulorum D in appositam basim demittatur occulta perpendicularis DL, eaq; secetur in E secundum proportionem, quam habet basis ad perpẽdicularem (quasi ex basi AC, & perpendiculari DL vna esset recta composita, & secta, secundum quam secanda sit DL, iuxta hanc 10 propos.) ita vt sint segmenta DE, EL inter se, velut est DL ad AC; & per sectionem E agatur FG parallela basi AC. Itemq; ex punctis F, G demittantur in basim duæ FH, GK parallelæ perpendiculari DL; eritq; quadratum GH inscriptum triangulo acutangulo ADC.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Pari modo peragenda erit praxis pro descriptione quadrati in obtusangulo, demissà perpendiculari ab angulo obtuso in basim, & diuisà secun dum proportionem basis ad perpendicularem. &c.

Pari m odo & in triangulo rectangulō dem ssa perpendiculari ab angulo recto. &c.



Sin autem lubeat in rectangulo triangulo quadratum ita inscribere, vt duo quadrati latera sint communia segmentis laterum angulum rectum constituentium, vt in triangulo rectangulo ABC, alterutrum laterum AB secandum erit in F similiter vt se habent latera AB, AC inter se, ductisq; FG, GK parallelis perpēdiculari AB, & basi AC, erit quadratum FK, habens communia duo latera AF, AK, communia cum segmentis perpendicularis, & basis, inscriptum in triangulo rectangulo ABC.

Quarum praxeωn demonstrationem ingeniosam h abes apud Commandinum ad hanc 10, sed hìc à nobis non necessario describendam, vbi nunc Tyronibus solummodo praxim vtilem, & iucundam in vsu huius 10 propos. posuimus.

§.XII.

SCHOLION III.

Fundamentum Geodesiæ in 9, & 10 propositione Euclidis.

INter cæteras vtilitates (vt aliquas videbis in sequenti bus) quæ manant ex hisce propositionibus 9, & 10 lib. 6. elementorum geometr illa non exigua est, quòd ex hisce linearum diuisionibus pendet Geodesiæ pars maxima. Diuisis enim (vt indicauimus ad 1 propos. huius) lineis basium è præscripto harum propositionum, diuiduntur etiam triangula, & parallelogrammata in proportione diuisionis basium, atq; etiam diuiduntur reliquæ planæ figuræ, quibus parallelogrammata, & triangula constituta sunt æqualia. Quorum exempla habes apud nos ad 1 prop. huius in trapezijs aliquibus, in pentagonis. &c.

§.13.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§. XIII.

SCHOLION IV.

Lemmatica de ſpeciebus Proportionalitatum pro vſu 9, & 10 propoſit. huius in linearum partibus carpendis, ſiue lineis in partes trium præcipuarum Proportionalita tũ diuidendis.

1 *HÆ 9, & 10. propoſitiones dũ docent datæ lineæ partẽ lubitam carpere, eàdem opera docẽt lineam datam diuidere in lubitas partes, quæ carpuntur in data recta; vnde etiã prodit diuiſio lineæ datæ iuxtà diuiſam alterã, vt in ſequentibus problematibus videbis. Iam vſum aliquem indicauimus in linea carpenda, ſiue diuidenda per partes in ſonora chorda muſicè reſonantes; mox docebimus etiam diuidere lineam in proportionalitate harmonica, cuius diuiſio differt à diuiſione priori muſica, non ſolum quòd muſica potius praxi, ac auribus, harmonicæ proportionalitatis diuiſio potius intellectui, ac theoriæ proponitur; ſed etiam, quòd muſica diuiſio lineæ certi ordinis, ac formæ eſt in ſuo quoq; genere, qualem nos in genere diatonico exhibuimus, at harmonicæ proportionalitatis in lineà diuiſio eſt varij ordinis partium inter ſe, in quarum numeris quoniã non ſemper, vt in muſica diuiſione, ſed plerumq; ſolent eſſe proportiones, quæ in chorda ſonora indicãt muſicas conſonãtias, ideò harmonica earum partium, ac numerorum proportionalitas apellata eſt. Inferius videbis exemplum aliquod ex Tappo.*

Quid differat lineam diuidere in partes harmonicas, & diuidere in harmonicà proportionalitate.

2 *Ac licet in Philoſophia Geometrica pręcipui vſus ſint lineę diuiſæ potiùs in proportionalitate Geometricà, quàm in alijs generibus Proportionalitatum, tamen ad indicandam copiam, quæ manat ab hiſce 9, & 10 propoſ. ac præterea quia reliquorum generum, etiam præter geometricam, proportionalitates habent mirificas proprietates (quales produnt qui de ijs copiosè perſcripſerunt in numeris, à quibus etiam ad linearum partes transferri poſſunt, vt à nobis exempla videbis in 3 parte huius 2 tomi ad 5 propoſ lib. 2. Eucl. vbi de affectionibus rectæ lineæ in arithmetica proportionalitate) ideò non diſſimulandum duximus afferre breuiter exemplum ſaltem aliquod diuiſionis*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

linearum in præcipuis generibus proportionalitatum, eoque libentiùs, quod hæc linearum diuisio (præsertim modis, qui mox à nobis tradentur) in triplici proportionalitatum genere ab alijs intacta est.

Decem genera proportionalitatum apud Pappũ. Proportionis cuiusq; prĩcipium est à proportione æqualitatis.

3 Pappus lib. 3. in definitionibus post prop. 5, & 6 proponit 10 genera proportionalitatum, ac de singulis varias habet propositiones, atq; ostendit quo pacto vnaquęq; earum 10 proportionalitatum per geometricam analogiam, siue proportionalitatem inueniri possit. Affirmat proportionis cuiusq; principium esse à proportione ęqualitatis, & reliquas omnes proportionalitates prodire à geometrica. Quarum affirmationum demonstrationes geometricas affert: atq; alij etiam in numeris ostendunt: præter cæteros vide Clauium non solùm in copiosa digressione de proportionibus, ad definit. 4. lib. 5. Eucl. sed etiam post propos. 17. lib. 9. Euclid. Nobis hìc nunc sat erit solùm definitiones trium præcipuorum generum afferre ex Pappo, ac nostra nescioque apponere.

Quid differat mediatas ab Analogià.

Igitur Pappus: Differt medietas ab Analogia. Nam si quid est Analogia, & hoc medietas est; sed non contra. Medietates enim tres sunt Arithmetica, Geometrica, & Harmonica. Arithmetica quidem medietas dicitur, quando tribus existentibus terminis, medius vnum extremorum pari excessus quantitate superat, & à reliquo superatur; vt habet 6 ad 9, & ad 3, vel quãdo fit vt primus terminus ad se ipsum, ita primus excessus ad secundum. prima verò intelligere oportet superantia.

Tres medietates. Singulæ quæ sit.

Geometrica medietas, quæ propriè Analogia dicitur, quando fit vt medius terminus ad vnum extremorum, ita reliquus ad medium: vt habet 6 ad 12, & ad 3; & aliter quando fit vt primus terminus ad secundum, ita primus excessus ad secundum.

Harmonica autem medietas est quando medius terminus eàdem parte & superat vnum extremorum, & à reliquo superatur: vt habet 3 ad 2, & 6; vel quando fit vt primus terminus ad tertium, ita primus excessus ad secundum, vt habent 6, 3, 2.

4 Tyronibus verba Pappi breui compendio, & clarè explico.

Trium proportionalitatum breuis, & aperta expositio.

Proportionalitas Arithmetica est, qua progreditur per differentiam eamdem, siue continuatè 2, 4, 6 per 2, siue discretè 4, 7, & 11 per 3, & 4. Geometrica, quæ per similem proportionem 2, 6, 18, vt est tripla ipsius 2 ad 6, sic tripla ipsius 6 ad 18, & discretè 2, 3, & 12, 18 per sesquialteram. Harmonica cùm eadem est proportio (v. g. in tribus) terminorum, siue extremorum inter se, quæ & differentiarum 3, 4, 6, vt duplus est 6 ipsius 3; sic differentia 2 inter 6, & 4 est dupla differentiæ inter 4, & 3. His positis, ad problemata veniamus. Videat

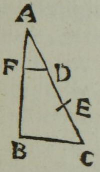
deat

deat Geometricus Doctor miras, & iucundas proprietates trium prædictarum proportionalitatum comparatarum inter se apud Clau. citat.

§. XIV.

PROBLEMA V.

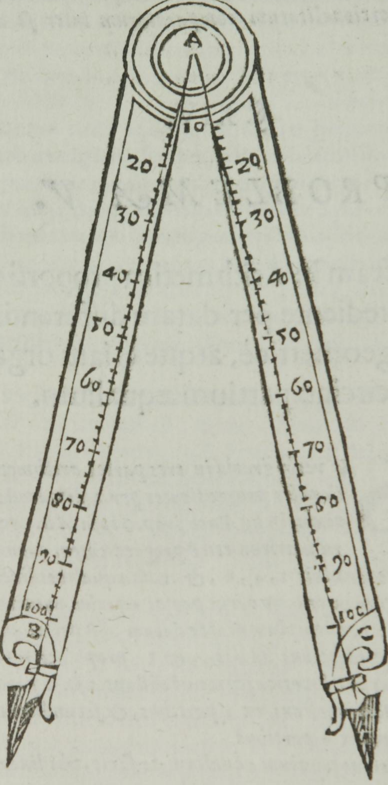
Datam rectam in Arithmetica proportionalitate progrediente per datam differentiam, diuidere geometricè, atque etiam organicè in circino partium æqualium.



SIt verbi gratia in tres partes arithmeticè proportionales progredientes per 2, diuidenda recta quæpiam, in fig. Eucl prop. 9 ipsa AB. Accipe numerum arithmeticè progredientem quemlibet in tribus terminis 2, 4, 6, & in alia qualibet linea indefinita lubito interuallo carpe partes æquales numero 12, deinde ad eius exemplum diuide datam AB per aliquem ex traditis modis antecedentibus ad has 9, & 10 propos. eritq; in data AB proportionalitas arithmetica segmenti cōstantis ex 2 partibus ad sigmentum secundum constans ex 4 partibus, & secundi ad tertium sigmentum constans ex 6 partibus.

Aliter in circino partium æqualium, ea facie, vbi linea iam diuisa est in 100 partes æquales. Accipe in latere AB per numeros tria sigmenta maiora (quia in circino incommodat exiguitas spatij numeris monadicis) scilicet æquemultiplices maiores nnmeros in arithmetica proportionalitate, verb. gr primum sigmentum a centro A ad 10; secundum sigmentum ab eodem A ad 20, tertium ab A ad 30. Atq; est primum sigmentum pro 1, secundum pro numero 2, quia spatium 20 est duplum spatij 10, siue segmēti primi 10, tertiū segmētum est pro numero 3, quia spatium 30 est triplum primi sigmenti 10; itaque est proportionalitas trium sigmentorum arithmetica progrediens per eamdem differentiam vnitatis inter numeros 1, 2, 3. diuiso sic arith-

me-



meticè iam semel vtroq; latere AB, AC in circino ad terminos 10, 20, 30, expeditissimum erit quamlibet datam iuxtà arithmeticam proportionalitatem diuidere. Nam si quantitatem datæ rectæ inter ponas inter numeros 30, & 30 circini partium equalium, & immotà perstante circini diductione ad quantitatem interpositi interualli, si accipias interualla inter 10, & 10, itẽ inter 20, & 20, vsq; interuallis secueris datã rectam, ea erit secta in arithmetica proportionalitate.

Similem in modum, pro alia quauis progressione arithmeticæ proportionalitatis, diuiditur latus AB in numeris iam notatis, pro tripla, quadrupla &c. & ex ea diuisione lateris AB diuidetur in lubita progressione data recta arithmeticè. §.15.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§.XV.

PROBLEMA VI.

Datam rectam in propositâ specie harmonicæ proportionalitatis diuidere geometricè, atq; etiam organicè in circino partiũ æqualium.

Simili modo, quo diximus de arithmeticâ lineæ diuisione, duc lineam indefinitam, & finge tres numeros in harmonica proportionalitate propositos esse 2, 3, 6, in quibus vt tertius 6 est triplus 2 primi, sic 3 differentia ipsius maximi ad medium 3 est tripla ipsius 1 differentiæ inter medium 3, & minimum 2. Itaq; ad lubitum circini interuallum carpe in linea indefinita partes 11 æquales; segmentum enim primum duarum partium, & secundum trium, & tertium sex partium erunt inter se in proportionalitate harmonica. Ac deinde vteris sic linea diuisà ad diuisionem alterius datæ pro harmonica proportionalitate iuxtà modos Euclidis, & nostros ad has 9, & 10 propos. quibus data linea diuiditur vt altera.

Organicè verò in circino proportionum accipe numeros maiores æquemultiplices, v.g. à centro A interuallum vsq; ad 10, idest segmẽtum lineę AB, in 100 partes diuisæ, constans ex duobus quinionibus pro primo numero 2. harmon. proportionalit. deinde ab eodem A in linea AB accipe secũdum interuallum, siue sigmẽtum ad numerum 15, quod constat e tribus quinionibus pro secundo numero harmonicæ proport. Deniq; pro tertio numero harmon. 6, accipe interuallum, siue segmentum constans è sex quinionibus ab A ad numerum 30; 10, 15, 30: vt 30 triplus primi 10, sic 15 differentia ad 5 differentiam, &c. Datam verò lineam diuidendam interpone inter numeros 30, & 30, eruntq; interualla inter 10, & 10, inter 15, & 15, iuxtà quæ data recta si secetur, constabit è tribus sigmentis harmonicam inter se proportionalitatem habentibus; nempe vt sigmentum extremum maximum ad minimum, sic differentia inter maximum, & medium ad differentiam inter medium, & minimum.

Pro alijs ac varijs formis proportionalitatis harmonicæ similiter operabere.

§.16.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§. XVI.

SCHOLION V.

De datæ rectę sectione in data proportionalitate geometrica. Faciliùs, ac breuius, quàm in antecedentibus Problematibus secare datas rectas in qualibet trium proportionalitatum. Pro Apiarijs aliqua.

EX dictis in duobus antecedentibus problematibus patet etiam modus secandi datam rectam iuxtà propositam aliquam speciem proportionalitatis geometricæ, operando in modum eius similem, quem ibi docuimus. Qui quidem in vsu circini partium æqualium est si quando primi denarij partes in eius instrumenti constructione notatæ non sint. At verò generatim, atq; vniuersaliter loquendo, ac sine cura accipiendi vel denarios, vel quiniones partium pro vnitatibus (vt in antecedenti problemate fecimus) sed simplices numeros accipiendo, habes longe facillimum, ac breuissimum modum diuidendi datam rectam in quamlibet proportionem in nostris Apiarijs Philosophiæ Mathematicæ, Apiar. 12 ad hanc 10 Euclid. propos. in applicatione, & vsu 28, numero marginali 2; vnde deducitur modus expeditissimus pro sectione datæ rectæ in qualibet trium, atq; aliarum, si quæ sint iuxtà Pappum, proportionalitatum. Modus est per expositionem segmentorum extra totam; antecedentes modi fuerunt componendo segmenta in eadem sectà, &c.

Verba ex Apiarij sunt: Sit secanda data linea in tres partes, ita vt prima ad secundam se habeat vt 6 ad 3, secunda pars ad tertiam vt 3 ad 12. Additis inter se numeris 6, 3, 12, & facta summà 21, accipiatur in latere circini proportionum numerus 21, & interuallum lineæ secandæ ponatur inter 21, & 21. Deinde accipiantur interualla pro primà parte inter 6, & 6; pro secunda inter 3, & 3; pro tertià inter 12, & 12, quæ erunt partes lineæ ad datam in alterà linea rationem secandæ.

Iuxtà praxim hanc prædictam secturus lineam in tres, vel plures par-

partes proportionalitatis harmonicæ ad præscriptum propositi harmonici numeri verbi gratia 2, 3, 6, addantur ij numeri inter se in summam 11, tum accipe interuallum à centro circini (partium æqualium 100) ad 11. datæ rectæ harmonicè secandæ quantitatem interpone inter numeros circini 11, & 11, atq; interualla inter 2, & 2, inter 3, & 3, inter 6, & 6 partium æqualium in circino, erunt sigmēta datæ rectæ diuisæ in tres partes habentes inter se proportionalitatem harmonicam 2, 3, 6.

Sic in arithmetica proportionalitate numerorum 2, 4, 6, summâ eorum 12 applicatâ circino proportionum, & interposito interuallo datæ rectæ secandæ inter 12, & 12, interualla inter 2, & 2, inter 4, & 4, inter 6, & 6 dant sectiones proportionalitatis Arithmeticæ, &c.

Pariter in proportionalitate Geometrica. Itemq; in omnibus singularum proportionalitatum speciebus varijs, quas variæ numerorū formæ significarint.

Ab exemplis hìc positis quemadmodum & ab alijs vide, Lector amice, quantum fœcunditatis aliquando lateat in aliquibus Apiariorum propositionibus, quæ paucis verbis à nobis ibi appositæ sunt. Habes enim in citato exemplo è 12 Ap. tam copiosum, & genericū modum diuidendi facillimè ad lubitam proportionem lineam datam. Quemadmodum & ad lib. 4. post propos. 16 Eucl. vniuersale id problema excitandi facillimè, atq; expeditissimè quamlibet regularem figuram super datâ rectâ, prodit a propos. 3, vbi docemus facillimè, dato latere polygoni regularis, inuenire semidiametrum circuli circumscribendi, in Apiar. 12, ad lib. 4. Eucl. Hæc pro re nata ijs indicata sunt, qui vel leuiter, vel liuidè alienas lucubrationes legunt, & leuiter etiam, ac liuidè de ijs pronuntiant.

§. XVII.

COROLLARIVM III.

Et PROBLEMA VII.

Datam rectam in quinque sigmenta organicè, & geometricè concidere constantia tres simul

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

mul proportionalitates, geometricam, harmonicam, arithmeticam ex vſu 10 propoſ. huius Eucl.

QVod Pappus lib. 3. prop. 15. exhibet operoſius, atq; in quinque lineis problema hic à nobis propoſitũ, nos in vnica linea expeditiſſimè præſtabimus è circino proportionum, iuxtà exempla in antecedenti Scholio, à quo corollarij loco hoc prodit in vſum ſingularem 10 huius propoſ. Eucl.

Ex Pappo accipio numeros 2, 4, 6, 9, 12. minimos conſtantes in dupla proportione tres ſimul in vna ſerie proportionalitates. In tripla etiam proportione minimi cõſtantes proportionalitates tres 2, 3, 6, 12, 18. In ſerie dupla tres priores ſunt in harmonica proportionalitate, nam vt 6 eſt duplus ipſius 3, ſic differentia 2 inter 6, & 4 eſt dupla differentiæ inter 4, & 3. Secundus, tertius, & quartus, 4, 6, 9 ſunt in Geometrica proportione ſeſquialtera, vt enim 9 continet ipſum 6 ſemel ac eius dimidium, ſic 6 continet ipſum 4 ſemel, ac eius dimidium. Tertius, quartus, & quintus ſunt in arithmetica proportionalitate, 6, 9, 12; habent enim eandem differentiam 3 inter ſe. In numeris proportionis triplaris agnoſce, mi Tyro, tute tres eaſdem proportionalitates.

Igitur iunge in vnam ſummam numeros 3, 4, 6, 9, 12, eritq; numerus 34. In circino partium accipe interuallum à centro A ad numerum 34. Datam rectam interloca inter numeros circini 34, 34. Interualla inter 3, 3, inter 4, 4, inter 6, 6, inter 9, 9, dant ſegmenta, quibus conciſa data recta conficit vnam rectam ſectam in triplici ſimul proportionalitate.

Geometricè verò ex vſu 10 propoſitionis huius Eucl. ſic. Duc rectam indefinitam; atq; in eà accipe lubito interuallo partes 34. datam diuidendam iunge in angulum cum diuiſa, atq; operare iuxtà 10 propoſ. Eucl & iuxtà alios modos geometricos à nobis ad eã, diuiſeris geometricè datam in triplici ſimul proportionalitate, ac faciliùs in vnâ, quàm Pappus in quinque lineis exhibuit propoſitionem noſtri huiuſce Corollarij.

SCHOLION VI.

Pro praxi organica præcedentium animaduerſio.

Exemplo

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

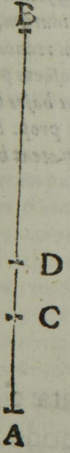
PROPOSITIO X.

EXemplo Pappi datos numeros proportionalitatis, siue proportionalitatum, iuxta quos diuidenda sit data recta, traduci to ad minimos, primum numerum imminuendo ad vnitatem, vel binarium, & seriem continuando in minimis, iuxtà proportionalitates datorum maiorum numerorum, tum ob alia, tum in primis pro organica in circino partium operatione, ne summa datorum numerorum excedat centenarium, siue alium numerum, in quem latus circini diuisum fuerit, atque operationem organicam fallat; ac etiam ne geometrica lineæ diuisio iuxta maiores numeros fiat productior, atq; incommodet. &c.

§. XVIII.

PROBLEMA VIII. &

Vsus 10 Propos. Eucl. in inuetione facillima mediæ in harmonica proportionalitate tam organicè, quàm geometricè.



ALiqui ex Pappo prolixius, nos sine Pappo breuius, ac faciliùs ex hac 10 propos. Eucl. exequemur propositum problema, quod licet videatur pertinere ad 13 prop. Eucl. inferius, vbi de inuentione mediæ in geometricà proportionalitate, tamen hìc nos absoluimus, quia per nos immediatè manat eiusdem solutio ab hac 10 propos. Eucl. atq; etiam vt Tyrones videant ad quã præclara continuò perducat hæc èadem Euclidiana propositio.

Sint datæ duæ rectæ AB, AC, quæ in commune segmentum componantur, iunctis extremis in commune punctum A. Earum differentia CB, quà maior AB superat minorem AC, secetur ex hac 10 propos. Euclid. (per modos organicos, vel geometricos in antecedentibus) in D similiter, vt secta est composita ex duobus segmentis AB, AC, hoc est, vt AB ad AC, sic fiat BD ad DC. Dico segmentum AD esse mediũ

in proportionalitate harmonica inter datas AB, AC. Quoniam enim differentia BD, qua maior AB superat mediam AD, se habet, per constructionem, ad differentiam DC, qua media AD superat minorem AC, vt se habet extremarum maior AB ad minorem extremam AC: ergo, iuxtà definitionem harmonicæ proportionalitatis, sunt tres AB, AD, AC harmonicè inter se proportionales, ac media AD, quæ quærebatur, inuenta est. Ita nos aliter, ac paucis, ac sine alijs vel apud Pappum, vel pluribus, & prolixioribus apud alios post Pappum.

§. XIX.

SCHOLION VII.

Vsus amplissimi propos. 10 indicati in vniuersa Geometria, & Stereometria.

Ex diuisione lineæ iuxtà datam proportionem in triplici genere proportionalitatis siue singillatim, siue mixtim sumptæ, pendent constitutiones, diuisiones, auctiones &c. non solum planarum omnium figurarum, sed omnium etiam solidarum, iuxta quodlibet genus, & speciem proportionis, si nimirum reducantur vel ad parallelogrãmata, vel ad parallelepipeda intra easdem parallelas lineas, vel intra eadem plana parallela. Nam prout bases lineares, vel planæ fuerint diuisæ, &c. sic & figuræ iuxtà 1 prop. huius sexti, & propos. 32. vndecimi, &c. Vide quàm amplè pateat huius 10. propos. vsus.

§. XX.

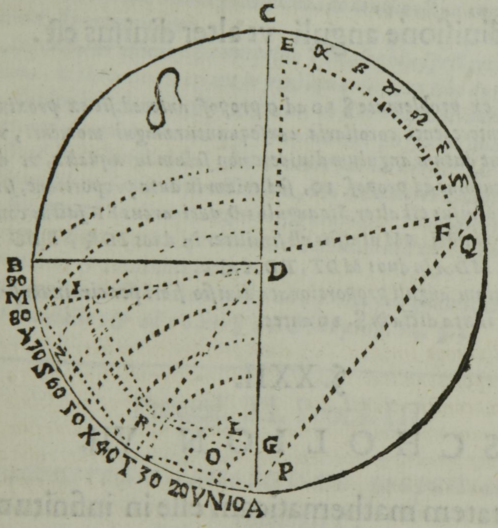
PROBLEMA IX.

Datam circularem lineam insectam datæ circulari sectæ similiter secare duplici modo.

Quem-

PROPOSITIO X.

Quemadmodum 9 antec. prop. traduximus etiam in vsum circa circularẽ lineam; sic & hanc 10 traduximus ad circularis lineæ sectionem in proportione sectę alterius circularis. Problema solui potest & ex vsu circini proportionũ in ea facie, in quam translatæ sunt chordæ arcuum quadrantis, & ex modo, quo in § 10 ad anteced. 9 propos. per quadrantem diuisum im-



peratam partem abstulimus, ibi septimam; Corollarium enim hoc est. Nam si arcus EF secandus est ita, vt pars altera maior habeat se ad minorem vt 4 ad 3, fit concentricus quadranti AB, & orà extremà diuisà in 90 gradus, pars intercepta inter latera DIM, DGA diuiditur in 70, vt ibi iam factum est, atq; ex termino communi vtriusq; partis 4, & 3 vbi T, ducta TD secat arcum IG in R similiter. &c.

In circino vero proportionum interposita semidiametro dati arcus inter 60, & 60, aptatur interuallum dati arcus inter numeros similes, & à centro circini ad terminos numerorum, in quos incidit interuallũ dati arcus, fit diuisio numeri vt 3 ad 4, idest pro exemplo accipitur numerus 33 graduum, & interuallo inter 33. & 33 sectus arcus erit

vt

vt 3 respectu reliqui vt 4, velut 33 respectu reliqui ad 77, idest respectu numeri 44, est vt 3 ad 4.

§.XXI.

SCHOLION VIII.

De diuisione anguli vt alter diuisus est.

VT ex problemate § 10 ad 9 propos. anteced. sic ex proximè antecedenti corollaria consequuntur magni momenti, velut datum angulum diuidere non solum in æqualia, vt docuimus ad propos. 10, sed etiam in data proportione, siue similiter vt diuisus est alter. Sic angulus D dati arcus EF factus communis arcui maiori AM diuisus est similiter in duos IDR, RDG vt est & totus MDA in duos MDT, TDA. &c.

Potest etiam anguli proportionata diuisio fieri per circinum proportionum iuxta dicta in §. 20 antec.

§.XXII.

SCHOLION VII.

Quantitatem mathematicam esse in infinitum diuisibilem est per se notum.

ANtequam discedam à 9, & 10 huius, vnum tibi, mi Tyro, ingeram non leuis momenti, quod faciat etiam ad 9, & 10 propos. lib. 1, vbi de diuisione anguli & lineæ in duas æquales partes, hic verò in quaslibet, & cuiuslibet proportionis. Si quis igitur obijciat Geometrico Philosopho: Tua isthæc problemata de anguli, vel lineæ diuisionibus vniuersè falsa, ac nulla sunt, quippe nixa falso fundamento de diuisione quantitatis in infinitum. Erunt enim anguli acuti aliqui, ac rectæ aliquæ lineæ tam exiguæ quantitatis, vt nulla ratione diuidi queant. &c. Respondeo. De quantitate in materia physica tu, ò disceptatoria philosophiæ professor, videris.

Quan-

Quantitas mathematica, idest in abstractione geometrica purè concepta, hoc ipso quod quantitas est, essentialitèr inuoluit extensionem, & proprietatem diuisibilitatis in extesione, &c. Itaq; apud Geometricos philosophos est pro axiomate: Quantitas geometrica, siue abstracta diuisibilis est in infinitum. Quantitas in abstractione geometrica non constat ex indiuisibilibus. *Ac propterea supposito, ceu per se noto apud abstractè geometricè philosophātes eo primo principio, atq; axiomate, demonstrant deinde problemata de diuisionibus angulorum, linearum, figurarum, &c.*

Nota distinctionem.

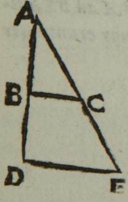
Atq; vt hinc videas à Geometrica Philosophia spectari contemplationem, ac theoremata etiam in problematibus, en tibi dum docet modos diuidendi lineas, angulos, figuras, vt sine vlla controuersia demonstret, nec obicem habeat ab ijs, qui opinantur physicam quantitatem constare ex indiuisibilibus, suo de more, ac iure resilit, ac euadit in fœlicem illam suam abstractionem, vbi mentaliter diuidit in abstracta sua quantitate lineas, angulos, figuras &c. Sunt igitur ea non minus theoremata, quàm problemata demonstrata extra omnem disceptationem, & controuersiam.

Cur sit axioma, & suppositū per se notum quantitatem in abstractione mathematica esse in infinitū diuisibilem.

Relege demonstrationem in § 5 ad 4 pr. hu pro quantitate in infinitum diuisibile; & ad 12 hu. § 14; & ad prop. 14, §. 2.

Propos. XI. Probl. III.

Duabus rectis datis tertiam proportionalem inuenire.



Sint datæ BA, AC, & ponantur vt angulum quemcumque contineant. Oportet ergo ipsis BA, AC tertiam proportionalem inuenire. Producantur AB, AC ad D, E puncta; & [a] ponatur ipsi AC æqualis BD, & ipsi BC [b] ducatur parallela DE per D. Cum itaque lateri DE trianguli ADE ducta sit parallela BC, [c] erit vt AB ad DB, ita AC ad CE; æqualis est autem BD ipsi AC; est ergo vt AB ad AC, ita AC ad CE. Datis ergo duabus AB, AC inuenta est tertia proportionalis CE. Quod oportuit facere.

a prop. 3 1.
b prop. 31 1.
c prop. 2. 6.

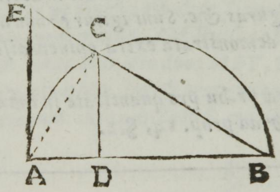
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§. I.

PROBLEMA I.

Aliter quam Euclides I —

— Duabus datis rectis lineis tertiam proportionalem maiorem, & minorem adiungere.



Circa datam maiorem A B describatur semicirculus ACB. Data minor B C ex altero diametri termino B applicetur ad C. Ex C demittatur perpendicularis CD. Ex altero diametri termino A excitetur perpendicularis AE occurrens applicatæ BC productæ in E. Duabus AB, CB erit tertia DB minor proportionalis, & eisdem duabus erit tertia maior proportionalis ipsa BE. Si imagineris ductam AC, tria rectangula triangula BEA, BCA, BCD erunt æquiangula, scilicet communem angulum habentia in B, & angulos rectos, tum in semicirculo ad C, tum ad perpendiculares in D, & A; ergo, per 4 huius, vt AB ad BC, sic BC ad BD. Rursus vt BC ad BA, ita BA ad BE, etiam per prop. 6 in progym. 10, Api. 3. Quinimmo quatuor erunt inter se continue proportionales BE, BA, BC, BD.

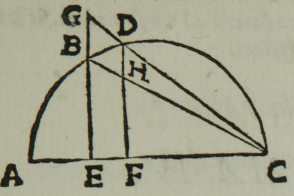
§. II.

PROBLEMA II.

Aliter II —

— Atq; alia praxis geometrica pro tertia proportionali.

Non



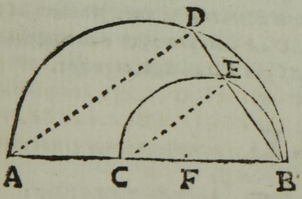
Non est necesse alteram datarum fieri diametrũ semicirculi, sed vtraq; applicetur in quolibet semicirculo ABC. Sit maior CB, minor CD, ex B, & D demittantur perpendiculares in E, & F. Et EB producatur, atq; occurrat ipsi CD productæ in G. Duabus CB, CD erit tertia proportionalis minor ipsa CH, tertia proportionalis maior erit ipsa CG; hoc est CD est media proportionalis inter CG, CB, & CB est media proportionalis inter CH, CD. per theorema 1 in § 37 ad 4 huius. Et inter CH, CG duæ mediæ proportionales sunt CD, CB.

§. III.

PROBLEMA III.

Aliter III –

–Tertiam minorem proportionalem. &c.



Componantur in segmentum cõmune CB vtraq; datarum maior AB, & minor CB. Super maiore AB describatur semicirculus ADB, & super minore CB semicirculus CEB tangens maiorem in B. Interuallo CB, & centro B fiat sectio in D puncto maioris semicirculi, iunctâq; BD, erit à minore semicirculo secta BE tertia proportionalis. Omitto probationem, quæ facile fieri posset de more communi, ac simplici ex 4 huius, iunctis imaginarys AD, & CE, & factis triangulis æquiangulis, &c. Lubet demonstrationem instituere etiam cum vsu 2 propos. huius lib. 6 sic.

Quoniam, per corollarium 1 sub proposit. 6. prælib 2 Apiar. 1, vbi aracneam Geometriam proximus, a tangentibus se circulis secatur recta AB, BD proportionaliter in C, & E, estq; vt AC ad CB, sic DE ad

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

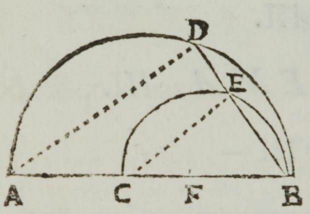
EB, erit & componendo, vt AB prima datarũ ad CB secundam, sic DB (idest secta il li æqualis CB) ad EB tertiam.

§ IV.

PROBLEMA IV.

Aliter IV –

– Tertiam maiorem proportionalem. &c.



Sint datæ FB, CB, & compositæ in cõmune segmentum FB. Super maiore CB describatur semicirculus CEB, & centro B, interual'o minoris FB fiat applicatio, siue sectio in E. iungatur BE, & producatur ad quantitatem maioris BC vsq; ad D, vnde ad angulum rectum demittatur recta occurrẽs productæ BC in A, eritq; BA tertia maior proportionalis inuenta. Demonstratio, & formula argumentationis erit eadem, quæ in antecedenti de tertiæ minoris proportionalis inuentione. idest: vt BE ad ED, sic BC ad CA, per 2, & componendo vt BE ad BD, (idest ad illi æqualem BC) sic ED ad BA. ergo &c.

§. V.

PROBLEMATA V, VI, VII.

Aliter V, VI, & VII. tert. propor.

Scilicet ex vsu circini proportionum, quem habes in antecedentibus ad 4 propos. huius. Et ex vsu normæ. Et ex modis apud Pappum. Quem normæ vsum, & quos modos habes ad prop. 8.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§. VI.

PROBLEMA VIII.

Aliter 8 ex lib. 3. Eucl. tertiam proport. &c.

VT videbis inferius ad propos. 16, & 17 huius, quas supponit vsus ibi positus ex aliquibus propositionibus libri tertij.

§. VII.

PROBLEMATA IX, X, XI.

Aliter 9, 10, 11, apud alios tertiam proport. &c.

1 *VIde Clauium non solum in scholio ad hanc prop. 11. Eucl. sed & in Astrolabio lib. 1. lemm. 12, vbi & per rectãgulum, & per circulos se tangentes tertiam, & quartã proportionales inuenit. Ii autem modi nituntur ope parallelarum, vt & hic Euclides.*

2 Habes & modum hic Euclidis, quem indicauimus in vsibus 2 proposit. ex qua demonstratur.

§. VIII.

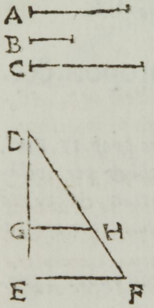
Vsus tertiæ proportionalis ad sectiones conicas, ad horaria, ad specula vstoria, ad asymptotos, idest lineas inter se magis, ac magis accedentes, nunquam se contingentes. &c.

VIde in Apiar. 3, Prog. 2, propos. 1, 2, 3, 4, 7, 9. & Ap. 7, Progym. 3, & eius corollar. & propos. 4, num. 2. & c. Progym. 9. &c. In citatis locis habes problemata magni mo-

menti, atq; vsus, præsertim in Conicis, qualia sunt inuentio lateris recti, & descriptio hyperboles, atq; etiam paraboles ad specula vstoria, & ad plura alia singularia, Ap.7, Prog.3, propos.3, & eius corollar. & prop.4, num.2. &c.

Propos. XII. Probl. IV.

Tribus datis rectis lineis quartam proportionalem inuenire.



OPorteat tribus datis rectis A, B, C quartam proportionalem inuenire. Exponantur duæ rectæ DE, DF cõtinentes angulum quemcũque EDF: & [a] ponatur ipsi A æqualis recta DG, ipsi B recta GE: & ipsi C recta DH; [b] atque ipsi GH agatur parallela EF per E. Cum ergo lateri EF triãguli DEF ducta sit parallela GH, [c] erit vt DG ad GE, ita DH ad HF. Est autem DG æqualis ipsi A, GE ipsi B, DH ipsi C; est ergo vt A ad B, ita C ad HF. Tribus ergo datis A, B, C inuenta est quarta proportionalis HF. Quod oportuit facere.

a prop. 3. 1.
b prop. 31. 1.
c prop. 2. 6.

§. I.

PROBLEMA I.

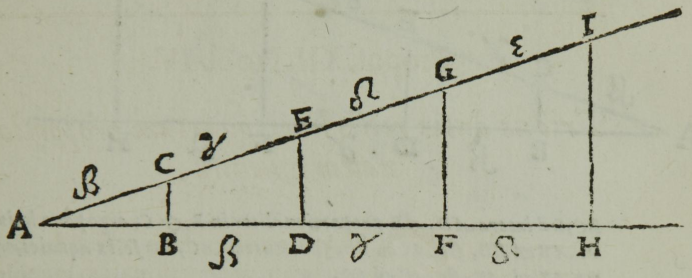
Aliter I. —

— Tribus datis lineis non solum quartam, sed quintam, sextam &c. in infinitum continuè prop. inuenire ad maior. & minores termin.

In

PROPOSITIO XII.

IN triangulo videbis hic à vobis modum continuandi lineas plures in eadem proportione, habebisq; trianguli latera secta in eadem continuata proportione segmentorum, non solum contiguorum, sed etiam oppositorum. Verbigratia in Triangulo AIH



sunt AB, AC, CE, EG, GI; item AB, BD, DF, FH; item AB, AC, BD, CE, DF, EG, FH, GI sunt in eadem, & continuata proportione. Constructionem, & demonstrationem iam accipe.

In continuatione ad maiores terminos incipiendum est à prima minima datarum linearum, & progrediendum ex ordine ad secundam maiorem primà, minorem tertià. &c. Itaq; datarum prima, & secũda AB, AC iungantur in angulum ad A, & producantur etiam vltra I, & H in infinitum, prout opus fuerit. Iungaturq; recta BC, ac deinde in inferiori, siue opposito latere, secetur æqualis secundæ ipsa BD, & ex D ducatur DE parallela ipsi BC; secetur DF æqualis ipsi CE: ex F ducatur FG parallela ipsi DE; secetur FH æqualis ipsi EG: ex H ducatur HI parallela ipsi FG; ac sic deinceps in infinitum. Dico ipsas AB, AC, CE, EG, GI, vel AB, BD, DF, FH; vel oppositas AB, AC, BD, CE, DF, EG, FH, GI, esse in eadem proportione duarum AB, AC continuatà.

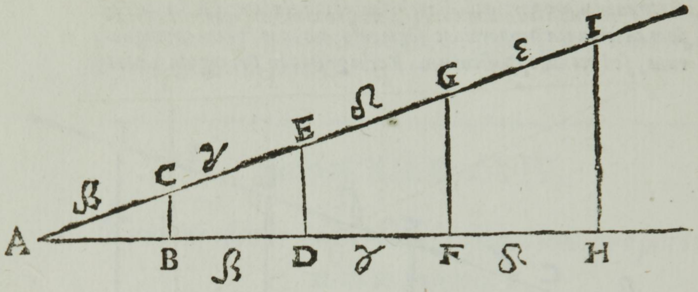
Vt Tyrones facilius agnoscant sectiones æquales, ijs apposui literas easdem græcas; verbi gratia eadẽ ß apposita ipsis AC, BD indicat eas esse eandem lineam, siue æquales, ac pari ratione de reliquis. &c.

Ad demonstrationem verò (apud aliquos aliter, & obscuram) facilius intelligendã in ratiocinationibus è lib. 5, vtar pro Tyronibus eo ordine, vt facilitatem maiorem nemo possit à nobis desiderare.

Ac primo quidem rectam CE esse tertiam proportionalem duabus AB, AC, facilè patet; nam in triangulo AED secta sunt à parallelis

BC,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2



BC, DE latera AD, AE proportionaliter in B, & C; ergo per 2 huius, vt AB ad BD, sic AC ad CE, sunt autem AC, BD sectæ æquales, ergo vt AB ad AC, sic AC ad CE.

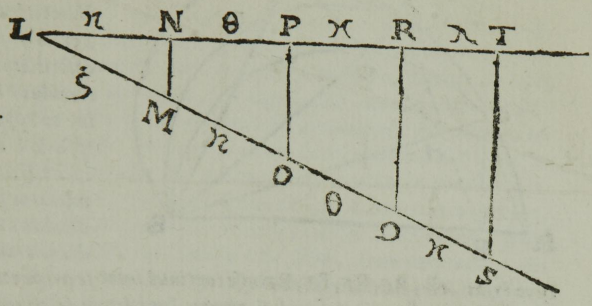
Dico præterea EG esse quartam proportionalem. Nã in triãgulo AGF, (vt modo probatum est in AED è 2 huius) vt AD ad DF, sic AE ad EG, & permutando, per 16 quinti, vt DF ad EG, sic AD ad AE; sed vt AD ad AE, sic AB ad AC; quod sic probo: vt AB ad BD, sic AC ad CE, per 2 huius, & componendo, per 18 quinti, vt AD ad AB, sic AE ad AC, & permutando, vt AB ad AC, sic AD ad AE; ergo vt DF ad EG, sic AD ad AE, & AB ad AC, ergo DF (siue illi æqualis CE) & EG sunt in eadem proportione ipsarum AB, AC.

Pari ratione, ac ratiocinatione demonstrare licet GI esse quintam proportionalem in eadem proportione ipsarum AB, AC, CE, EG. Nã vt AF ad FH, sic AG ad GI, & vt FH ad GI sic AF ad AG, & vt AF ad AG, sic AB ad AC, ergo vt FH ad GI, sic AB ad AC. Est verò vt AF ad AG sic AB ad AC, quemadmodum probatum est esse AD ad AE, vt AB ad AC. Nam vt AB ad BF, sic AC ad CG, & vt AF ad AB, sic AG ad AC, & vt AF ad AG sic AB ad AC.

Non est cur Tyro turbetur in hac postrema ratiocinatione de quinta proportionali GI, in qua nihil aliud est nisi modus idem probationũ de quarta, tertia, &c. sed sine citationibus 2 huius, & 16, & 18 quinti. Ritè percipiat Tyro argumentationem de quarta proportionali EG probata in eadem proportione cum ipsis AB, AC, eamq; formulam applicet proportionaliter reliquis 5, 6, & pluribus lineis in continua proportione positis in triangulo magis, ac magis producto.

In inuentione verò plurium proportionalium ad minores terminos incipiendum erit in constructione à maxima trium datarum, & iungen-

genda in angulum cum ſecunda minore,&c. vt vides in figura hic appoſita LST, quæ quaſi quædam inuerſa eſt proximè antecedentis triã-



gularis ſuperioris figuræ AIH. Sunt in triangulo LST ipſa LM maior quàm LN, & LN quàm NP, & NP quàm PR, & PR quàm RT deſcendēdo ſemper in eadē proportione, quam habent maior LM ad minorem LN, &c. Similes literæ græcæ x inter LN, & MO notant ſectam MO æqualē ipſi LN, ſic æquales NP, OQ, æquales PR, QS, &c. vt in antecedentis figuræ triangularis AIH constructione factum eſt. Eademq; hic etiam eſt formula demonſtrationis.

§. II.

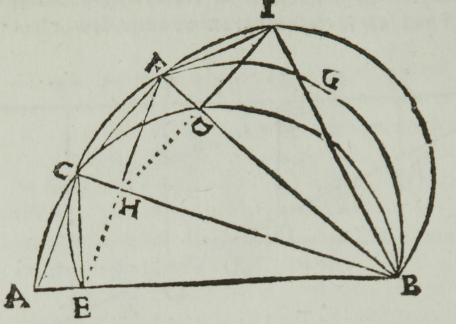
PROBLEMA II.

Aliter II. —

— Plures rectas lineas in eadem proportione ad minores, & maiores terminos facillimè continuare, ſiue deſcribere.

S*Vper datarum maiore AB deſcribatur ſemicirculus ACDB, & in eo applicetur altera datarum minor CB: demittatur ex C perpendicularis CE in diametrum AB. Rurſus ſuper CB deſcribatur ſemicirculus CFGB, & in eo applicetur BF ipſi EB*

æqua-



æqualis: ex F demittatur perpendicularis FH in diametrum CB. Tertiò super FB describatur semicirculus FIB, & in eo applicetur ipsa BI æqualis ipsi BH. Ex I demittatur perpendicularis ID in diametrum BF. Dico ipsas AB, BC, BF, BI, BD esse continuè inter se proportionales; eruntq; etiam plures indefinitè, si plures semicirculi describantur super applicatis, &c. vt factum est in tribus hic semicirculis pro quinq; lineis proportionalibus.

Praeterea si iungantur rectæ AC, CF, FI, erunt & ipsæ in eadem inter se proportione, in qua sunt AB, AC, AF, AI, AD.

Demonstratio patet ex coroll. 8. propos huius lib. 6. Nam in triangulis rectang. ACB, CFB, FIB in semicirculis ACDB, CFGB, FIB ab angulis rectis cùm dimissæ sint per pendiculares CE, FH, ID in bases AB, CB, FB, latus CB est medium proportionale inter AB, BE, & latus FB medium est proportionale inter CB, BH; & latus IB mediũ est proportionale inter FB, ID. Igitur vt AB ad BC, sic CB ad BE, idest ad BF æqualem sumptam ipsi BE; & vt CB ad BF, sic FB ad BH, idest ad IB æqualem sumptam ipsi HB; & vt FB ad BI, sic IB ad BD. ergo &c.

Præterea in triangulis rectangulis CEB, CFB, per 47 pri. tam duo quadrata ex CE, EB, quàm duo quadrata ex CF, FB sunt æqualia eidem quadrato ex CB. Sunt autem è sumptis æqualibus EB, BF quadrata æqualia, ergo remanent etiam æqualia inter se quadrata ex EC, CF, ergo & ipsa latera, siue rectæ EC, CF sunt æquales. Pariq; modo ex 47 demonstrabuntur HF, FI æquales.

Quoniam igitur, ex eadem propositione 8 huius, triangulum ACE est simile triangulo ACB; & triangulum CFH est simile triangulo CFB; & triangulum FID est simile triangulo FIB; erit vt AB ad BC, sic AC ad CE, idest ad CF ostensam æqualem ipsi CE; & vt CB ad BF, sic CF ad FH, idest ad illi æqualem FI; & vt BF ad BI, sic FI ad FD. Inuenimus igitur in continua proportione, & descripsimus lineas plu-

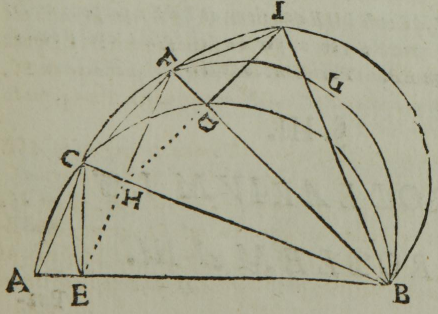
plures BA, BC, BF, BI, BD, &c. & AC, CF, BI, ID, &c. quod erat præstandum. Atq; hactenus progrediendo ad terminos minores, ac minores in eadem proportione.

Pro progressione verò (quam aliquis omisit) à minoribus ad maiores, ac maiores lineas in eadem proportione sic mecum operabere, mi Tyro. Super duarum datarum maiore FB descripto semicirculo FIB, & in eo applicata minore IB, fiat angulo IBF æqualis angulus FBC: productâ BC indefinitè, ad diametri FB extremum F fiat angulus rectus BFC à rectâ FC, & productâ dum secet ipsam BC in C. Rursus fiat angulo FBC angulus CBA æqualis, & à rectæ BC puncto C educta CA secet in A ipsam BA; deinde ex I, F, C demittantur perpendiculares ID, FH, CE; & iūgantur rectæ IF, FC, CA. Ex eadem 8 prop. rectangula triangula sunt similia DBI, FBI. Item propter æquales angulos ad B, & rectos ad I, F, C, sunt æquiāgula triangula IBF, FBC, CBA, habentq; per 4 prop. huius, circa æquales angulos latera proportionalia. Igitur vt DB ad BI, sic BI ad BF, & vt BI ad BF, sic BF ad BC, & vt BF ad BC, sic BC ad BA. Atq; hoc ordine itum est à minima DB ad maiores, ac maiores in eadem proportione.

Pariter è 6 prop. vt BI, ad BF, sic DI ad IF, & vt BF ad BC, sic FH, idest IF (ostensa æqualis ipsi HF) ad FC; & vt BC ad BA, sic EC (idest FC ostensa æqualis ipsi EC) ad CA. Itaque in eadem proportione crescunt & ipsæ DI, IF, FC, CA semper ad maiores.

SCHOLION I.

ETiam si in progressione à minoribus ad maiores lineas in eàdem proportione angulos ad B æquales construxerimus, tamen in progressione à maioribus ad minores lineas applicatæ in semicirculis conficiunt angulos ad B æquales. Nam semicirculi BGFC productâ peripheria vsq; ad E (vnde EB translata est in BF) quoniam æquales ostensæ sunt EC, CF, æquales arcus, per 28, & 29 tertij, (quas, hìc suppositas, habes in 3. p. huius tomi secundi) sub-

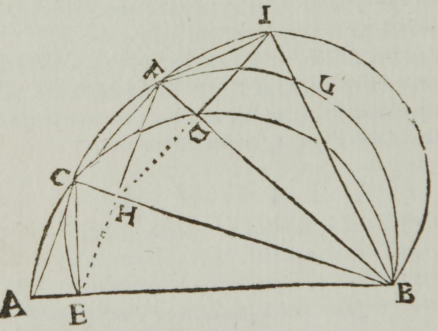


stendent, & æqualibus arcubus insistentes anguli EBC, CFB, erunt, per 27 tertij, æquales. Pariq; modo si tertij semicirculi FIB periphe-ria producta intelligatur ex F in H, patebit æqualitas angulorum C-BF, FBI propter æquales CF, FI æqualibus arcubus subtensas. &c.

SCHOLION II.

Ad facilitatem operationis pro demittendis perpendicularibus. &c.

Demissà perpendiculari CE, reliquæ FH, ID facilè demittentur, regulà iungente duo puncta EF, HI; cadit enim F-H perpendicularis in vnam rectam FE, & ID in vnam rectam IH. Quod sic demonstro. Triangula EHB, BHF habent duos angulos ad B æquales, per demonstrata in antecedenti Schol. & duo latera EB, BF secta æqualia, & latus HB cõmune, per 4 pri. habebunt & bases FH, HE æquales, & angulos ad bases æquales, angulũ



BFH ipsi BEH, & BHF ipsi BHE æqualem; at BHF à perpendiculari FH est rectus, ergo & BHE; ergo, per 14 pri. ipsæ FH, HF conueniunt in vnam rectam EF. Pariq; modo de HI.

§. III.

COROLLARIVM I, &

PROBLEMA III.

Pra-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Praxis altera perfacilis, sine semicirculis, continuandi plures lineas in eadem proportione ad minores terminos.

QVemadmodum docuimus praxim continuãdi plures lineas in eadem proportione ad maiores terminos, sine designationibus semicirculorum; ita potes sine semicirculis continuare plures lineas in eadem proportione ad minores terminos sic. Post BC in primo tantum semicirculo applicatam, & perpendicularem CE demissam, fiat angulus CBF æqualis angulo ABC, & in BF vltra F productà secetur BF ipsi BE æqualis, & demittatur perpendicularis FH (regula apposita ad puncta F, E, vt dictũ, & probatũ est in anteced. Schol. 2) & fiat angulo CBF angulus æqualis FBI, & secetur BI æqualis ipsi BH. Ac sic deinceps; eruntq; BA, BC, BF, BI, BD in eàdem proportione; ac iunctis ad C, F, I, perpendicularibus AC, CF, FI, patebit demonstratio in triangulis rectangulis, & æquiangulis, & similibus, &c. vt in antecedentibus §§ demonstratum est.

§. IV.

COROLLARIVM II, & PROBLEMA IV.

Lineæ spiralis in plano descriptiones per lineas in eàdem proportione continuatas modo in antecedentibus §§. tradito.

SI vltra BI per angulos æquales inueniantur modo, quo anteced. entes descriptæ sunt, aliæ, atque aliæ lineæ in eàdem proport. ad minores, ac minores terminos in orbem perfectum, ac desinentẽ circa B, & vertices proportionalium A, C, F, I, ac reliqui iunganturcuruà sensim, in orbem semper minorem decrescente, siue semper

per minus à B distante, ac denique terminato in linea AB ad punctum B; ea erit forma quædam lineæ in plano spiraliter serpentis, & inuolutæ; ac pro varia linearum proportione, in qua fuerint descriptæ, & continuatæ, variæ fient spirales. Nec vero necesse est vllam prædictarum spiralium esse ex genere cõmunis, & vulgatæ in plano spiralis, de qua Archimedes, & Pappus ex antiquis. Nam præter genus id spiralis ab antiquis definitæ plures aliæ spiraliter implexæ, ac serpentes in plano lineæ describi possunt. Hic interim, amice Lector, ex modò demõstratâ continuatione linearum proportionalium habes à nobis pro lucro, & corollario geometrico mixtas lineas in varia proportione per vertices proportionalium rectarum linearum spiraliter, & proportionaliter serpentium, siue ex amplo in angustum per lineas proportionaliter descrescentes; siue à minima propepropè B proportionaliter crescentium in orbem semper maiorem.

§. V.

PROBLEMA V.

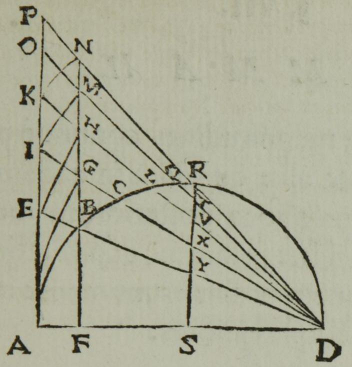
Aliter III –

– Plures lineas in eàdem proportione continuare ad maiores, & minores terminos.

PRAXIS

SInt datæ rectæ DA, DB, quarum proportionem libeat continuare tum ad maiores, tum ad minores terminos. Circa maiorem DA describatur semicirculus ABCD, in quo ex termino diametri D applicetur minor data DB, eàdemq; producatur donec erectam in puncto A perpendicularem AE secet in E; nec non ex puncto B in eandem diametrum DA demittatur perpendicularis BF, quam arcus AG, EH descripti centro D interuallis DA, DE, secent in G, H, & per G, H ex eodem puncto D producantur rectæ secantes tangentem AE, in I, K, & circumferentiam in C, L. Iterumq; centro D, interuallis DI, DK describantur duo arcus IM, KN secantes perpendicularem FB in punctis M, N, per quæ ductæ

DM,



DM, DN secent tangentem in O, P, & circumferētiam in QR. Dico DP, DO, DK, DI, DE, DA, DB, DC, DL, DQ, DR esse continuè proportionales.

Prædicta praxis est nostri Villalpandi.

Quinimmo si ex R demittatur perpendicularis RS, continuabuntur & aliæ minores in eadem proportione.

Demonstrationi ingeniosæ huius praxis præmitto duo lemmata.

§. VI.

LEMMA I.

Si sint quotcunque magnitudines, & quæ est media proport. inter minimam & maximā, ea sit quoq; media inter reliquas, illæ magnitudines erunt proportionales ponendo minimam, & maximam extremas.

Breuitatis, & facilitatis gratia pro Tyronibus indicabo veritatem propositi lemmatis in numeris.

1 2 4 8 16 32 64.

Vides enim 8 esse medium proportionalem numerum inter extremos 1, & 64, inter 2, & 32, inter 4, & 16. Vides etiam omnes eos numeros esse in vna, eademq; proportione dupla continuatè. &c.

Vide præterea Villalp. lemm. 6. c. 1.

§. 7.

§. VII.

LEMMA II.

Si sint quotcunq; magnitudines continuè proportionales, & aliæ quædam in eadem ratione, sitq; vna aliqua posteriorum media inter duas quaslibet priorum, etiam reliquæ posteriores eodem ordine erunt mediæ inter reliquas priores.

A	1		4		16		64		256		1024
	B	2		8		32		128		512	

Vides vtramq; classem numerorum tam superiorem sub A, quàm posteriorem sub B *esse in eadem proportione quadrupla, & in posteriore classe sub* B *numerum, verbi gratia, vel primum 2, vel tertium, ac mediū 32, hunc inquam, 32 eße medium proportionalem in proportione dupla inter 16, & 64 prioris classis sub A. Vides etiam reliquos numeros eiusdem posterioris classis sub* B *eße medios proportionales inter reliquos superioris classis, 2 inter 1, & 4; item 8 inter 4, & 16; item 32 med. proportion. inter 16, & 64. &c. sub A. Vide etiam Villalp. lemm. 7. cap. 1. &c.*

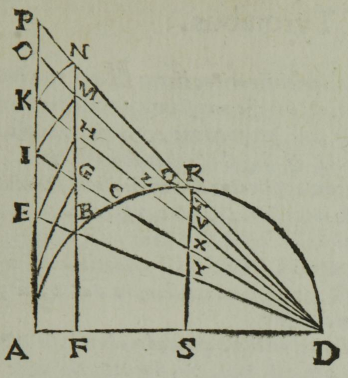
§. VIII.

Demonstratio Praxis ante lẽmata præcedentis.

DP, DO, DK, DI, DE, DA, DB, DC, DL, DQ, DR sũt contiuuè proportionales. Quoniam enim vt DP ad DK, ita est [a] DK, hoc est DN, ad DH, vel ad DE, propter similitudinem triangulorum DPK, DNH, & vt DK ad DE, hoc est ad DH, ita DH, ad DB, erunt [b] quoq; in eadem ratione

a 4. sexti Eucl.

cum



cum rectis DP, DK, DE continuè proportionales DB, DL, DR, Eodemq; modo erũt continuè proportionales DO, DI, DA, DC, DQ, & quidem in eadem ratione cum prioribus. Cum enim DF, DC sint æquales, propterea quod eadẽ DB, sit c media proportionalis inter DA, DF, & inter DG, DC, quarum DA, DG ponuntur æquales; sintque præterea triangula DAE, DFB æquiangula, erit eàdem proportio DE ad DB, quæ DA ad DF, hoc est ad DC. Quare cum DP, DK, DE, DB, DL, DR sint continuè proportionales; & similiter DO, DI, DA, DC, DQ sint quoq; in eadem ratione continuè proportionales; sitq; d DA media proportionalis inter DE, DB erunt e & reliquæ inter reliquas mediæ proportionales, atq; ideo omnes vndecim rectæ DP, DO, DK, DI, DE, DA, DB, DC, DL, DQ, DR erunt continuè proportionales.

b *lem. 1. antec.*

c §. 37. *ad 4 huius.*

d § 37. *ad 4 huius.*

e *lem. 2. antec.*

Quod vero attinet ad ipsas TD, VD, XD, YD, patet eas esse continue proportionales in eadem proportione cum ipsis RD, QD, &c. quia sunt in eàdem proportione cum ipsis OD KD, ID, ED, AD propter parallelas PA, RS, & triangula æquiangula DOP, DTR & DOK, DTV, &c. Vt ergo DP ad DO, sic DR ad DT, & vt DO ad DK, ita DT ad DV. &c. Cùm ergo probatæ sint DR, DQ, DL, &c. esse in eadem proportione cum ipsis DP, DO, DK, &c. cum quibus eandem habent proportione ipsæ DR, DT, DV. &c. ergo & inter se sunt in eàdem proportione continuatà, verb. gr. ipsæ DL, DQ, atq; ipsæ DT, DV. &c. vsq; ad extremam, ac minimam DS.

§. IX.

Scholia ad intelligenitam, & confirmationem

demonstrationis proximè antecedentis pro Tyronibus.

1 *PRobandũ fuit in demonstratione lineas illas à maxima PD ad minimã RD, vel SD esse non solum inter se proportionales, sed etiam in eadẽ proportione, & propterea esse in eadem continuatà. Quæ omnia, & singula probat demonstratio.*

2 *Lemma primũ citatum applicatur demonstrationi sequentem in modum. Inter PD, DR, inter OD, DQ, &c. vsq; ad inter ipsas ED, DB media est proportionalis eadem AD, sicut inter numeros 1, 64 inter 2, 32 &c. idem numerus 8 est medius proportionalis; ergo vt PD ad DO, sic DQ ad DR. &c. quemadmodum vt 1 ad 2, sic 32 ad 64 &c. in eadem proportione. &c.*

3 *Lemma secundũ citatum ostendit quemadmodum ipsæ DP, DK, DE, DB, DL, DR; item DO, DI, DA, DF, siue DC, DQ, &c. (quæ binæ linearum classes in eadem sunt proportione) etiam innectantur inter se, & conficiant, & continuent ex ordine eandem proportionem; scilicet quia secundæ classis vna linea, nempe DA est media proportionalis inter duas, nempe inter DE, DB prioris classis, ac propterea reliquæ lineæ secundæ classis DO inter DP, DK; & DI inter DK, DE; & DC inter DB, DL; & Q inter DL, DR sint mediæ proportionales, & connectant, & continuent ex ordine eandem proportionem. Eodem modo, quo, quia numerus 32 secundæ classis est medius proportionalis inter duos prioris classis 16, & 64, ideo et reliqui 2, 8 etc. sunt medij inter reliquos 1, 4, 16, & continuant vnam, eandemq; totalem seriem proportionis duplæ numeri secundæ classis internexi numeris prioris classis. Reuise eos numeros in antecedenti secundo lemmate.*

§ X.

PROBLEMA VI.

Aliter IV –

Quotlibet lineas inter se proportionales ad maiores, & minores terminos continuare.

Præ-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Præter modos hactenus in antecedentibus positos, ac demonstratos habes & alium apud Clauium in Schol. ad 11 propos. huius, vbi docet lineas proportionales continuare ad plures terminos. Qui tamen ad facilitatem, & simplicitatẽ maiorem videtur fortasse reduci posse, descripto tantũ semicirculo circa maiorem duarũ priorum linearum, ac demissis perpendicularibus ex applicata, &c. Vide figurã apud Clauiũ, & iuxta nostram indicationem id problema facilius exerce. Demonstratio est ex antecedentibus propos. huius lib. 6.

Hæc etiam apud Clauium indicamus, vt ingeniosa varietate condias Euclidem, & alacriorẽ animum Tyronibus excites ad geometrica theoremata, & problemata libenter discenda.

§. XI.

PROBLEMA VII.

Aliter V.

Scilicet per sectiones lineæ media, & extrema ratione. Vide ad 30 huius, qua propositione eget ille ibi modus continuandi proportionales ad maiores, & minores terminos.

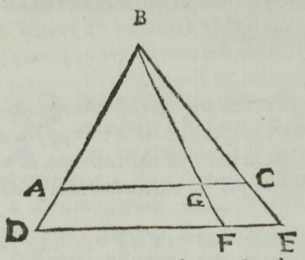
§. XII.

PROBLEMA VIII.

Aliter VI.

Tribus datis rectis lineis quartam proportionalem inuenire.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2



Datæ ſine tres lineæ AB, BC, BD. Si oporteat quartã inuenire, ad quam BD ſit ſicut BA ad BC, couiungam AC, & producam BC, cui ad E occurrat linea DE ipſi AC æquidiſtans, eritq; propter ſimilitudinem ΔΔ ſicut AB, BC, ſic BD, BE. Itaq; BE erit linea quęſita. *Maurolycus lib. 2 de lin. horarÿs, cap. 6, reg. 5.*

§. XIII.

PROBLEMA IX.

Aliter VII tribus quartam proport. &c.

Scilicet in vſu circini proportionum, quem habes à nobis in loco ad propoſ. 4, qua nititur, § 10.

§. XIV.

PROBLEMA X.

Aliter VIII quartam proport.

Geometricè, vt habes ad 8 propoſ. & eius corollarium, § 5.

§. XV.

PROBLEMA XI.

Ali-

Aliter IX.

ORganicè per vſum normæ, ad corollar. eiuſdem octauæ propoſ. Eucl.

§. XVI.

PROBLEMA XII.

Aliter X.

SCilicet paradoxicè è libro 3 Eucl. quem modum habebis inferius ad 16 prop. qua eget, vt demonſtretur.

§. XVII.

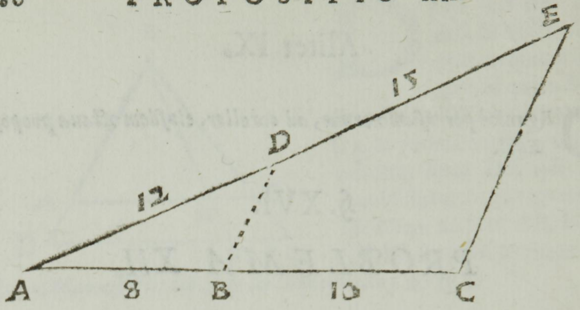
Vſus quartæ proportionalis in Geometria practica.

VT vidiſti ad quartam propoſitionem huius lib. 6 Euclidis & ad aliquas alias antecedentes, vbi vſus aliquot in exẽplis Geometriæ practicæ prodidimus inacceſſę altitudines, longitudines, latitudines, profunditates, quæ ignotæ ſunt, ac deinde per modos ibi poſitos inueſtigantur, & agnoſcuntur, nihil aliud ſunt, quam vſus quidam, atq; inuentiones quartæ proportionalis.

Regula item Arithmetica proportionum quam vocant auream, vſus quidam eſt huius 12 propoſ. Euclid. nempe tribus quartum numerum proportionalem inuenire. Cuius regulæ vſus eſt creberrimus præſertim in Geometria practicà. Vide eius regulæ arithmeticæ canones apud nos in Apiar. 11, Progym.4, cap.4.

Igitur ſi geometricè, ac ſine operationibus arithmeticis lubeat operari in Geometrià practica iuxta modum hic ab Euclide traditum inueniendæ quartæ proportionalis, ſit (in dimenſione alicuius inacceſſæ altitudinis, &c.) pro prima cognita longitudine, ver. gr. 8 paſſuũ quęlibet recta AB diuiſa in 8 partes ęquales per vſum 9 propoſitio.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2



Eucl. anteced. ex circino proportionum, à quo, iuxta ibi præcepta, octaua pars rectæ AB statim habetur. Secunda cognita magnitudo, verb. gr. baculi paralleli turri dimetiendæ sit BC 10 qualium est ipsa AB 8, iunctęq; sint in vnam rectam AC. Tertia cognita magnitudo, verb. gra. distantia a pede mensoris ad pedem turris, sit passuum 12, pro qua ad lubitũ angulum in A ducatur recta partium 12 ęqualium, qualiũ est vel AB 8, vel BC 10. Iungatur recta ad terminos B, & D primę, ac tertiæ AB, AD. Ex C ducatur ipsi BD parallela CE occurens ipsi AD productę in E. Dimensa DE in partibus ipsius AB dabit cognitam quartam proportionalem magnitudinem, nempe altitudinem turris, 15.

Sed & aliter pro Geometriâ practicâ per circulum inueniemus ignoratam quartam quantitatem post 16 propos. inferius, vbi demõstratio praxis eius perficitur.

§. XVIII.

COROLLARIVM III.

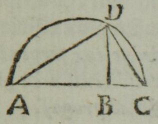
Linea in infinitum diuisibilis.

EX inuentione quartæ proportionalis ad minores terminos, quæ semper potest inueniri, datis tribus, patet lineam esse diuisibilẽ in infinitum; secus .n. aliquando non posset dari quarta proportionalis ad minores terminos. Vide etiam inferius ad propos. 14 hu. §. 2.

Pro-

Propoſ. XIII. Probl. V.

Duabus rectis datis mediam proportionalem inuenire.



SIt duabus datis AB, BC media proportionalis inuenienda. Ponantur in directum, deſcribaturq; ſuper AC ſemicirculus ADC; [a] & ducatur à B puncto BD ipſi AC ad angulos rectos, iunctis AD, DC. [b] Et quia angulus ADC rectus eſt, quippe in ſemicirculo, eſtq; in triangulo rectangulo ex angulo recto D ad baſim AC perpendicularis ducta DB, [c] erit BD inter partes baſis AB, BC media proportionalis. Duabus ergo, &c. Quod oportuit facere.

a *prop.* 11. 1.
b *propoſ.* 31.3.
c *corol.* 1. *prop.* 8.6.

§. I.

SCHOLION I.

Propoſ. hæc 13 tripliciter locale Poriſma eſt.

QVod Clauius affirmat in ſcholio de quacunq; perpendiculari educta à quouis puncto diametri ad circunferentiam, eam eſſe mediam proportionalem inter diametri ſegmenta, &c. apud nos auctarium eſt ad oſtendendũ hanc 13 propoſ. eſſe tripliciter localem. Hìc autem ſuppono ea, quæ habes in priore noſtro tomo de propoſitionibus apud veteres Geometras localibus, earumq; generibus, & exemplis ad propoſ. 32, § 6, & 7, 11. & ad propoſ. 35, § 1, 2.

Igitur eſt localis hæc propoſitio 13, primò ratione loci, ex quo deducitur perpendicularis, quæ ſit media inter ſegmenta &c. iuxta ea quæ habet, ac proponit Eutocius ad lib. 1. Conic. Planos locos antiqui Geo-

Loci plani qui nã apud Antiques Geometras.

Geometræ appellare consueuerunt quando non ab vno duntaxat pũcto, sed a pluribus Problema efficitur, vt si quis proponat, data recta linea terminata inuenire punctum, a quo ducta perpendicularis ad datam lineam, inter ipsius lineæ partes media proportionalis constituatur. Locum huiusmodi vocant Geometræ, quoniã non vnũ dũtaxat est punctum, quod problema efficit, sed locus totus, quem habet circumferentia circuli circa datam rectam lineam veluti circa diametrum descripti. Si enim in data recta linea semicirculus describatur, quodcunq; in circumferentia sumpseris punctum, & ab ipso perpendicularem ad diametrũ duxeris, quod propositum est efficiet.

Secundò est localis ratione etiam anguli, à quo deducitur perpendicularis, qui angulus cum sit rectus, habet in toto semicirculi arcu pũctum non vnum, sed vagum ad quod fiat, iuxta § 6 ad propos. 32 in to. 1.

Tertiò est localis etiam ratione puncti in diametro, a quo puncto erigatur perpendicularis ad arcum semicirculi, quæ sit media proport. &c. Ab omnibus enim punctis dessignabilibus in diametro potest ea erigi perpendicularis.

Triplici autem hoc modo propositum hoc problema est propriè Porisma in inuentione puncti, à quo ducenda sit perpendicularis, &c. iuxta ea quæ habes in 1 To. vbi de Corollario, & Porismate. Illuc reuise.

§. II.

SCHOLION II.

De duplici conuersione apud nos problematis: *Duabus mediam &c.*

Scilicet: datæ rectæ duas extremas proportionales adinuenire, *ita vt data fiat media proportionalis inter duas adinuentas. Quod problema conuersum duplici modo nos exequimur, ac demonstramus, vt inferius in loco videbis ad propos. 17, & ad 30, quibus propositionibus egent duo illi apud nos modi. Hic, vbi est apud Euclidem id quod conuertitur, saltem indico Conuersiones suis in locis ritè demonstrandas.*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§. III.

THEOREMA.

Si ad lineam rectam perpendicularis ducatur, quæ ſit media proportionalis inter ſegmenta lineæ, ſemicirculus circa illam lineam rectam deſcriptus tranſibit per extremum punctum lineæ perpendicularis.

Hoc theorema, quod Clauius poſt propoſ. 13 libri 13 demõſtrat non ſine vſu propoſitionis 17 huius lib. 6, nos hic ante eam propoſitionem aliter ſic expedimus, ac in figura Euclidis.

Si enim perpendicularis DB ducta ad rectam AC eſt media proportionalis inter ſegmenta AB, BC, & ſemicirculus ADC circa AC deſcriptus non tranſit per extremum D lineæ perpendicularis BD; ergo tranſibit per pũctum vel infra, vel ſupra D, ac proinde linea vel maior, vel minor quàm ipſa BD, erit media proportionalis inter AB, BC, per hanc 13. Quod eſt contra ſuppoſitum. Supponitur enim ipſa BD, non autem maior, vel minor media proportionalis inter AB, BC. Ergo ſemicirculus tranſibit per D; nec enim poteſt inter AB, BC eſſe niſi vna media proportionalis.

§. IV.

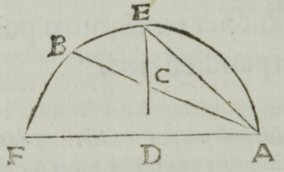
PROBLEMA I.

Aliter I.

Dua-

Duabus datis rectis lineis mediam proportionalem inuenire.

MEdiam proportionalem licet inuenire non solum per descriptionem semicirculi, &c. vt Euclides, sed etiam in dato, & iam descripto semicirculo vel applicando alterutram, vel vtramque, vel descripto semicirculo super maiore datarum.

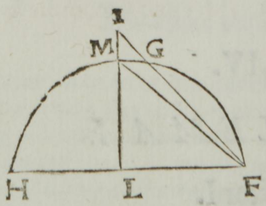


Itaq; 1. in dato semicirculo AEF (cuius scilicet diameter sit maior maiore datarum linearum) applicetur maior datarum AB, & in ea secetur minor AC: ex C demittatur perpendicularis ad diametrũ in D: & DC protrahatur ad sectionem circumferentiæ in E: iuncta AE est media proportionalis inter AB, AC. per theor. 1. §. 37. ad 4 sexti.

§.V.

PROBLEMA II.

Aliter II.



IN dato semicirculo HGF applicetur minor datarum ipsa FG, & producta extra circulum secetur in I ad quantitatem maioris duarũ datarum linearum, inter quas oportet inuenire mediã proportionalem. Ex I demittatur perpendicularis IL secans circumferentiam in M. Iuncta FM erit media proportionalis inter ipsas FG, FI, per eandem citatam propositionem in § 37 ad 4 huius.

§.6.

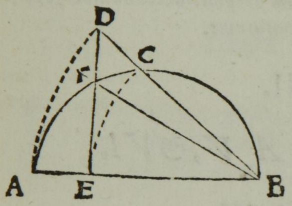
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§. VI.

PROBLEMA III.

Aliter III.

Describendo semicirculum super maiore datarum.



Sint datæ rectæ AB, BC. Circa maiorem AB describatur semicirculus, in eoq; applicetur minor data BC. Deinde centro B, interuallo maioris BA describatur arcus secans protractam minorem BC in D, demittatur perpendicularis DE secans circũferentiam semicirculi in F, nectaturque BF, erit recta BF media proportionalis inter datas AB, BC. *Villalpandi constructionem ex parte apposuimus, omissa eiusdem demonstratione. Nos hanc praxim demonstramus è corollar. 8. prop. huius li. 6. sunt enim æquales BD, BA, & BC, BE, estq; BF media proport. inter BA, BE, si fingas iunctam AF, & factum triangulum in semicirculo rectangulum. Quod verò DE sit perpendicularis, habes demonstrationem apud nos in* § 10 *ad propos. 32 lib. 1. in tomo nostro primo, si nempe fingas iunctam AC. Vide citat.* § 10, *& hic applica.*

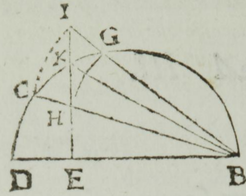
§. VII.

PROBLEMA IV.

Aliter IV.

Applicando vtramq; datam in semicirculo.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2



DVæ datæ, quales, verbi gratia, ſunt rectæ BC, BG, applicentur in quouis ſemicirculo, verbi gratià ex termino B ad pũcta C, G. Et quoniam hæc applicatio fit deſcribendo arcus centro B, interuallis rectarum datarum, ijdem arcus producantur aliquanto vlterius, vt viciſſim ſecent applicatas, hoc eſt arcus deſcriptus interuallo maioris BC, ſecet protractam minorem BG in I. Ex I demittatur perpendicularis ſecans in K, & H: recta BK ducta ad punctum K, in quo circumferentiam ſecat recta IH, erit media proportionalis inter datas BC, BG.

Demonſtratio eſt ex § 37 ad quartam propoſitionem hu. libri ſexti. Villalpandi conſtructionem ex parte poſuimus.

§. VIII.

PROBLEMA V, & VI.

Aliter V. & VI.

EX Pappo, geometricè § 2 apud nos ad Octauam prop. huius li. & per normam, vt habes ad eandem propoſit. 8, & ad eius corollarium § 8.

§. IX.

PROBLEMA VII.

Aliter VII. — &

Organicè per circinum proportionum mediam prop. &c.

IN Apiar. nostro 12, applicat. 34, quæ est ad lib. 6. prop. 13, docemus mediam proportionalem inuenire ope circini proportionum, qui modus pendet ex operationibus Arithmeticis, & ex 16, & 17 prop. inferius. ibi ad eas proportiones in § 8. vide.

Hic indicamus, vt, si lubeat, eo vtare.

Ibidem indicamus abusum, apud aliquos, circini proportionum circa operationes, quæ sine eo circino facilius exercentur.

§. X.

PROBLEMATA VIII, & IX.

Aliter VIII, & IX.

EX libri tertij propositionibus 35, & 36. Quorum modorum demonstratio manat à prop. 17, & eius corollario ex Clauio. Inferius ibi hauries ad fontem. §§ 2, 3 ad prop. 17.

§. XI.

PROBLEMA X.

Aliter X.

EX propositione vltima lib. 2 elem. geom. ibi enim (vide figurā Eucl. in 3. par. hu. 2 To.) EH est media proportionalis per semicirculum, (vt in hàc 13 prop. inuenta) super qua erigitur quadratum æquale quadrilatero rectangulo DB, siue triangulo A. Itaq; Euclides antequam hìc apertè, tacitè ibi docet inuentionem mediæ. &c.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

SCHOLION III.

PRoblemata de rectilineis tertio, quarto, medio proportionalibus, quæ videntur spectare ad propositiones 11, 12, 13 Euclidis, & ab ijs pende, e, nos perfectiora, & in omnibus suis partibus melius demōstrata dabimus ad 25 propos. huius, (§ 10, & seqq.) qua egent ad omnimodam perfectionem.

§. XII.

SCHOLION IV.

De vario, & multiplici vsu linearũ mediarum proportionalium apud nos in omni genere Philosophiæ Mathematicæ.

NVllo modo fraudandos censemus Tyrones Geometricos saltem indigitatione multiplicis vsûs mediæ proportionalis, vt conditum degustent Euclidem; cui, & Geometricæ Philosophiæ iniuriam fieri arbitramur, si vel ignoranti, vel maligno silentio prætermittatur manifestatio ingentium opum sciẽtificarum, quæ in elementarijs Geometricæ Philosophiæ propositionibus latent. Videbis inferius ad prop. 28, & 29 aliquos vsus med. proport. in Conicis. Hìc interim aliquos etiam e multiplicibus vsus indico, quos alibi (præsertim in Apiarijs) apud nos expressiores videre poteris, ne bis èadem, licet nostra, describere videamur. Itaq; —

I.

— In Geom. speculatiua vsus med. proport. pro diuisionibus, &c. figurarum.

Vide inferius ad propos. 20. huius, §§ 2, 4, &c.

II.

II.

Itē in Geometria ſpeculatiua vſus mediæ proportionalis pro trasformationibus, & quadrationibus difficillimorum curuilineorum.

Vide in Ap. 1. prælibam. 3, vbi Poteum geometricum exhibemus, præſertim in propoſ. 2, 3, 4, 5.

III.

In pictura optica vſum inſignem mediæ proportionalis — *Vide inferius ad prop.* 20. § 24, 25, 26, 27.

IV.

Vſus mediæ proportionalis pro deſcriptione ſectionis conicæ hyperbolicæ, & pro exhibitione aſymptotωn, ideſt linearum rectarum cum linea hyperbolica concurrentium, & in infinitum ſemper inter ſe accedentiū, nunquam tamen ſe contingentium.

Apiar. 3. progym. 3. propoſit. 7, 8, 9.

V.

Vſus mediæ proportionalis pro catōptricis in deſcriptione ſectionis Parabolicæ ad conficienda vſtoria mirifica ſpecula.

Apiar. 7, progym. 3, Propoſ. 2.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

SCHOLION V.

Quænam sint sectiones conicæ hyperbolicæ, & parabolicæ, habes apud nos in 1 tom. ad propos. 44, § 1. & inferius in hoc 6 lib. ad proposit. 29. Vide, & Apollonij Conicorum lib. 1. propos. 11. & 12. Et vide apud eundem ad pleniorem, & planiorem intelligentiam initio lib. 1 definitiones axis, lateris recti, transuersi, ordinatim actarum, &c.

VI.

In Geometrià Practica vsus mediæ proportionalis pro dimensione vniuersi terr arum orbis, altitudinum, profunditatum, distantiarum inaccessarum. &c.

Apiar. 2, Progym. 3, propos. 7, & Schol. ad eam, & propos. 8, & corollar. Et progym. 2, propos. 6. Prodit hic vsus ex inuentione diametri totius terræ, quam diametrum habes a nobis proditam in antecedentibus ad propos. 8 huius lib. 6.

VII.

In Gnomonicis vsus med. proport. pro varijs, & vtilibus praxibus circa stylos horariorum.

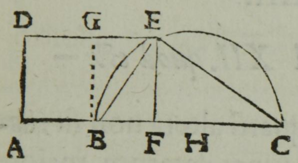
IN Ap. 9. Prog. 4. cap. 2. nu. 3, & cap. 5, num. 2, vbi horaria horizōtalia geometricà facillimà ratione construimus, ac demonstramus, stylumq; nihil aliud esse quàm mediam quandam proportionalem ostendimus. Ex qua doctrina docetur modus longitudinis styli vel erigendi, vel (si eius longitudo ignorata sit, vel stylus ipse amissus) iterum reponendi.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§. XIII.

PROBLEMA XI.

Dato medio proportionali, in data linea duo extrema reperire. Oportet autem datum mediũ dimidia parte datę lineę non esse maius.



SIt datum medium A B, data verò linea BC. Volo in BC dúo extrema proportionalia reperire, inter quæ sit AB medium proportionale. Modo tamen AB non sit maius dimidia parte ipsius BC. Nam sic medium esse non posset. Iungo AB, & BC, vt AC fit linea vna. Tum super BC describo semicirculum BEC. Et à pũcto A erigo perpendicularem AD, quam pono ipsi AB æqualem; Et per punctum D duco DE parallelam ipsi AC; quæ omnino secabit, aut cõtinget semicirculum, vt in puncto E; cum AD non sit maior semidiametro. Tum à puncto E demitto EF perpendicularem ipsi BC. Dico BC sic diuisam in puncto F, vt AB sit media proportionalis inter BF, & FC.

Hoc autem satis manifestum est ex ipsa trigesima Tertij, & Consectario antecedentis. Nam cum FE sit æqualis AD, per trigesimam quartam Primi; ob idq; ipsi AB; ductis lineis BE, & CE, fiet Triangulum BEC rectangulum. Ob id, ex ipso consectario, erit BF ad FE (ob idq; ad ipsam AB) vt FE ad FC. Quod fuit faciendum.

Peletarius ad hanc 13.

SCHOLIA.

1 *DIffert antecedens problema à nostro, quo, ad 17, & 30 propos. huius, datæ duas extremas proportionales adinuenimus, quod Peletarius duas extremas proportionales inuenit in altera data, cum apud nos vna tantum sit data; &c.*

2 Cla-

2 *Clauius paullo aliter instituit constructionem. Nam Peletarius datas AB, BC iungit in vnam. Clauius data BC alteram AB iungit ad rectum augulum in B, & in parallelogrammo arctiore GF, cuius datum latus BG tangit semicirculum, expedit id quod Peletarius in laxiore AQ. &c.*

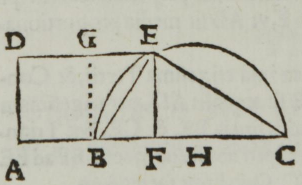
3 *In demonstratione Peletarius vtitur lib. 3. nos eo non egemus, & possumus demonstrare angulum BEC rectum in semicirculis ex ijs, quæ apud nos habes in vsibus, & consectarijs ad 32 prop. lib. 1. in 1 tomo nostri huius Aerarij.*

4 *Addimus nos antecedenti nostrum sequens*

§. XIIII.

PROBLEMA XII. quod est:

Datis duabus lineis, quarũ altera non sit maior dimidio alterius, super datarum maiore construere triangulum rectangulum ita, vt minor datarum sit perpendicularis ab angulo recto in basim deducta.



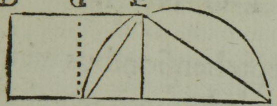
Hoc problema quasi corollarium est antecedentis. Nam datâ BC, & seorsim à BC, datâ BA, quæ non sit maior, quam BH, vel HC, propter prædicta in anteced. problemate; si velis super BC triangulum rectangulum construere tale, vt ab eius angulo recto perpendicularis in basim BC deducta sit ipsa BA; centro facto in puncto dimidiationis H, & interuallo HB, descripto semicirculo BEC, & cæteris constructis, vt in antecedenti probl. nempe erecta datarum minore perpendiculariter in B, & actâ GE parallela maiori datarum BC, punctum E in arcu semicirculi erit ad quod erũt adducenda duo latera BE, CE in angulum rectum in semicirculo, & ex angulo CEB demissa EF erit perpendicularis pro ipsâ BG, illique æqualis. &c. iuxta demonstrata in anteced. probl.

Scho-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

SCHOLION VI.

Ad facillimam operationem proximè antecedentium duûm problematum.



Liberum est perpẽdicularem æqualem minori datarum duarũ linearum erigere è quolibet pũcto alterius datarum maioris siue intra semicirculum, siue extra protractæ, ac deinde ducere per extremum perpendicularis parallelam maiori datarum, quæ parallela tãget, vel secabit semicirulum in puncto, vnde demittatur perpendicularis, quæ sit media proportionalis inter segmenta maioris datarum. Sic licet ex omni puncto datæ BC vel intra semicirculum BEC per totam diametrum, vel extra semicirculum, si diametrum protrahas vltra vel C, vel B ad lubitam quantitatem, licet, inquam, erigere datarum minorem AD, vel BG, vel aliam inter BF, vel inter FC, &c. Applica à nobis hìc indicata figuræ, vt videas libertatem, & facilitatem operationis exemptã à determinatione Peletarij, & aliorum, dum ille facit AB æqualẽ minori, & ab extremo A erigit illi æqualem, vel alij determinatè erigunt ab extremo B perpẽdicularem æqualem minori datarum. &c.

De inuentione duarum mediarum proportionalium.

§. I.

SCHOLION I.

Euclides ab Apollonij reprehensionibus vindicatus. Apollonius ipse ab Antiquis reprehensus, etiam prolato eius paralogismo in inuētione duarum mediarum proportionalium.

1 *POst inuentionem mediæ proportionalis inter duas datas lineas, consequens in Geometrica Philosophia videbatur vt Euclides doceret etiam modum inueniendarum duarum mediarum proportionalium inter duas datas, propter vsus quamplurimos earum duarum mediarum, præsertim in Stereometria, vt inferius videbis, Sed prudens Euclides in hisce Geometricis Elemētis ea tantùm ponenda censuit, quæ non requirerent vel lineas, vel instrumenta, præter elementaria, scilicet ea, quæ extra lineas rectas, vel extra circinum, normam, & regulam, non requirerent ductus aliquos mixtarum linearum per instrumenta quasi mixta. Quarum rerum vt plurimum eget apud antiquos ea duarum mediarum inuentio.*

Cur Euclides nihil de inuentione duarum mediarū proportionalium.

Apollonius Pergæus in epistola ante lib. 1. Conicorum contra Euclidem sic scribit: Animaduerti non positam esse ab Euclide rationem componendi loci ad tres, & quatuor lineas, verum ipsius tantùmodo particulam quandam, atq; hanc non satis feliciter &c. *Pappus Alexandrinus in Proloquijs ante lib. 7 Collectionum Mathematicarum, vbi de Conicis Apollonij, interpretatur verba Apollonij de loco ad tres, & quatuor lineas in sensum geometricum reconditiorem, quàm Eutocius Ascalonita in Commentarys in Apollonium, & eius citatam epistolam. Omissa Pappi interpretatione, appono interpretationem Eutocij, quæ ad rem meā facit: sic scribit:* Inuehitur deinde Apollonius in Euclidem, non vt Pappus, & nonnulli arbitrantur, quod duas medias proportionales non inuenerit, si quidem Euclides

recte inuenit vnam mediam proportionalem non infeliciter, vt ipse inquit. Duas verò proportionales medias neq; omnino in elementis inuestigare aggressus est,& Apollonius de duabus medijs proportionalibus in tertio libro nihil inquirere videtur. Sed verisimile est Euclidem in alio libro de locis conscripsisse, qui ad manus nostras non peruenerit.

2 *Pro Euclide in Apollonium Pappus loco citato:* Quem autem dicit in tertio libro locum ad tres, & quatuor lineas ab Euclide perfectum non esse,neq;ipse perficere poterat,neque aliquis alius sed neq; paululum quid addere ijs, quæ Euclides scripsit per ea tantùm conica, quæ vsq; ad Euclidis tempora præmonstrata sunt, vt ipse etiam testatur,dicens fieri non posse vt locus perficeretur absq; ijs,quæ ipse scribere coactus sit. Euclides autem secutus Aristæum scriptorem luculentum in ijs, quæ de Conicis tradiderat, neq; anteuertens, neq; volens eorum tractationem destruere, cùm mitissimus esset, & benignus erga omnes, præsertim eos, qui Mathematicas disciplinas aliqua ex parte augere, & amplificare possent, vt par est, & nullo modo infensus, sed accuratus, non arrogans, velut hic, quantum ostendi potuit de loco per eius conica memoriæ prodidit. Non addens perfectum illud, absolutumq, esse,tunc enim necessario reprehendi posset;nunc vero haud quaquam illud faciendum est, si quidem & ipse in Conicis pleraq; imperfecta relinquens non satis ea valet tueri. Adijcere autem loco quæ deerant,facile potuit, animo comprehendens ea,quæ ab Euclide de loco scripta fuerant, & dans operam Euclides discipulis Alexandriæ longo tẽpore, ex quo adeo excellentem in Mathematicis habitum est assecutus,neq; vsquam deceptus est. At locus ad tres, & quatuor lineas,in quo magnifice, se iactat, & ostentat,nullà habità gratià ei, qui prius scripserat,est huiusmodi. *Vide cætera apud Pappum, quæ hic nunc nihil ad nos.*

Euclides mitissimus, & benignus erga omnes,è veterum testimonio.

Apollonij pleraq; imperfecta in conicis; non satis tueri ea valet. &c. ex Pappo.

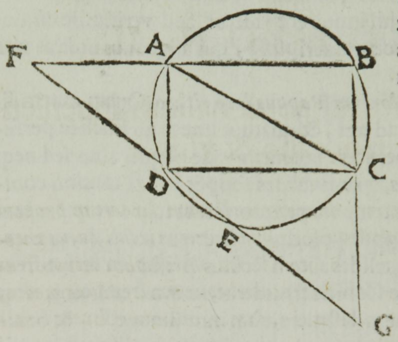
Euclidis eximiæ laudes apud Pappum.

Euclides numquã deceptus.

Adde his Pappi etiam rationes nostras, quas paulo ante pro Euclide attulimus circa omissionem duarum mediarum &c.

3 *Pappi sententiam de Apollonio Euclidis nõ æquo reprehensore, quod verè ipse Apollonius reprehendendus sit in quibus alium immerito reprehendit, confirmant non solum ea ex ipsomet Pappo:* & ipse *(scilicet Apollonius de quo loquitur)* in Conicis *(quæ vt prædixit, ab alijs,atq;etiam ab Euclide iam perscripta pro suis vẽditauit)* pleraq; imperfecta relinquens, non satis ea valet tueri; *sed confirmat etiam (extra Conica) exemplum in rem nostram de inuentione duarũ mediarum ab Apollonio frustrà tentatà. Bona fide apponam vt iacet apud antiquum, ac doctum Iohannem Grammaticum Alexandrinum*

cognomento Philoponum, in comment. 36 ad lib. 1 Poster. Analytic. Aristotelis. Est autem Apollonij Pergæi in hanc rem (*de duarum mediarum inuentione*) demonstratio, vt Parmeniũ ait, quam & nos exponemus sic se habẽtem. Duabus datis rectis lineis inęqualibus duas medias proportionales inuenire. Sint datæ duæ rectę lineę inæquales AB, & BC. Et ponantur ita vt rectũ angulum contineant, eum qui sub ABC, & cõpleatur parallelogrammum BD, & diameter ipsius ducatur AC. Et circa triangulum ACD describatur circulus ADEC, & producantur lineæ BA, & BC in rectam vsq; ad F, & G, & coniungatur F,G, transiens per punctum D, ita vt FD æqualis sit lineæ EG, hoc enim tamquam petitio sumitur indemonstratum. Manifestum vtiq; est, quod & FE æqualis est ipsi DG. Quoniam igitur extra circulum ADC punctum sumptum est F, & ab ipso F duæ rectæ lineæ FB, & FE deductæ secant circulum ad puncta A, & D; quod igitur fit ex BF in FA, æquale est ei, quod fit ex EF in FD. Hac eadem ratione & quod fit ex BG in CG æquale est ei, quod fit ex DG, in GE. Æquale autem est id, quod fit ex DG in GE ei, quod fit ex EF in FD; vtræq; enim vtriusq; æquales sunt, EF scilicet ipsi DG, & FD ipsi EG. Igitur, & quod fit ex BF in FA, æquale est ei, quod fit ex BG in GC. Est igitur vt FB ad BG, ita GC ad FA, sed vt FB ad BG, sic & FA ad AD, & DC ad CG, propter similitudinem triangulorũ. Est autem DC æqualis ipsi AB, & AD ipsi BC, igitut & vt AB ad CG, ita FA ad AD. Erat autem & vt FB ad BG, idest vt AB ad GC, sic GC ad FA, igitur vt AB ad GC, sic & ipsa GC ad FA, & ipsa FA ad BC. Quatuor igitur rectæ lineæ AB, GC, FA, BC inuicem proportionales sunt.



Imperfecta, & paralogistica demonstratio Apollonij apud veteres.

Vidisti ne, mi Tyro, Euclidis reprehensorem Apollonium non demonstrasse id, quod maxime oportuit, nempe ipsas FD, EG esse æquales, & pro petitione sibi assumpsisse, ac supposuiße id, quod geometrica indiget demonstratione? Itaq; noster Euclides potius omittendam, quàm precariam afferendam pro legitima, & Geometrica, demonstrationem sapienter, vt semper, ac merito censuit. § 2

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§. II.

SCHOLION II.

Duarum mediarũ proportionalium inueniendarum occaſio, & vſus.

1 *Accidit inuentioni duarum mediarum linearum proportionalium idem quod & quadraturæ circuli, cuius theorema iam pridẽ in Geometrica philoſophia demonſtratum eſt, problema verò nondum. Pariter duas medias proportionales, immo & plures in eadem proportione lineas lineis alijs interpoſitas demonſtrant varia theoremata à nobis appoſita ad antecedentes propoſitiones huius lib 6 element. At inter duas datas more problematũ Geometricorum ponere, ac deſignare duas in eadem cum datis proportione, nondum præciſè geometricè factum, ac demõſtratum eſſe aliqui arbitrantur. Nos verò loco veri paradoxi aſſeruimus (& hic etiam paullo inferius aſſeremus) in Ap. 2, Progym. 3. prop. 11, & in Ap. 3. progym. . coroll. 2. poſt propoſ. 11, geometricè, ac organicè ritè inuentas ab antiquis duas med. propor.*

Duarum mediarum proportionaliũ inuentio eſt & theorema, & problema.

Quod quidem problema de duabus medijs plurifariam vtile eſt; ac propterea hic in loco à nobis de eo agendum eſt. Ab eo enim patet campus ingens Euclidem eruditè condiendi, atque ornandi.

Illud autem in primis hìc ſequemur vt, pro Tyronibus, miſſis mixtis aliquorum lineis, & inſtrumentis opereſioribus, vtamur tantum rectis, & circularibus lineis, & inſtrumento, quod à norma non differt; ne ſcilicet in Elementis geometricis à facilitate elementari diſcedamus.

2 *Extat apud veteres Geometras epiſtola Eratoſthenis ad Ptolemæum Regem, quæ hic conſequitur.*

Ptolomæo Regi Eratoſthenes. S.

Dicitur ex antiquis tragœdiarum compoſitoribus vnum introducere Minoa Glauco Sepulchrum excitare volentem, cumq; dictum fuiſſet illud quaqua verſus eſſe pedes

cen-

Minos Clauci Sepulchrum cubicæ figuræ iussit, seruata figurà duplicari.

centum; Dixit paruam fore aream pro Regio ſepulchro, duplicetur igitur, & cubus non mutetur. Certè qui vnumquodq; latus duplicare voluerit, non erit erroris expers. Nam lateribus duplicatis planum quodlibet quadruplum efficietur, ipſum verò ſolidum octuplum. Quęſitum igitur eſt à Geometris, qua ratione ſolidum in eadem figura permanens duplum efficeretur. Quæſtio hæc cubi duplicatio nominata eſt. Nam propoſito cubo, quærebant qua via alterum illi duplũ efficerent. Ambigentibus, & laborantibus cæteris, primus extitit Hipocrates, qui indicauit id fieri poſſe, ſi conſtitutis duabus lineis, quarum maior minoris eſſet dupla, duæ mediæ in continua proportione inuenirentur. Quare ea res dubia in maiorem difficultatem verſa eſt.

Delij peſte laborantes iuſſi arã duplicare.

Aliquanto poſt Delij morbo laborantes, cum ab oraculo Apollinis iuberentur aram ipſius duplicare, neque qua id fieri poſſet ratione ſatis viderent, in eandem dubietatem incidere, & obiurgante Platone eos Geometras, qui erant in Academia, ab ijs quæſitum eſt, vt inuenirent quod propoſitum fuerat. Ij, cùm labori ſe dediſſent, & conãtes inuenire duas medias proportione reſpondentes duabus propoſitis lineis, dicitur Architam Tarentinum eas inueniſſe hemicylindrorum ratione, Eudoxus verò flexis quibuſdam lineis. Cæterùm vterq; probatam harum rerum rationem inuenire, ſed neuter eas ad vſum potuit accõmodare, & manibus experiri, excepto vno Manechmo, qui tamen parum fecit, & id parum maxima cum difficultate. Sed nos excogitauimus per organa facilem inuentionem, qua non tantùm duas medias proportionales duabus datis, ſed quotquot propoſitum fuerit vt inueniamus, & eo inuento poterimus demum ad cubũ reducere propoſitum ſolidum lineis æquè diſtantibus contentum, aut etiam ex vna aliam figuram formare, quæ aut æqualis, aut maior ſit, ſeruatã ſimilitudine. Quoniam nulli dubium eſt, quin huiuſmodi inſtrumento duplicari poſſint aræ, edificiaq; & ad cubum referri liquidorum, & ſiccorum menſurę, vt modiorum, & ſimilium, quarum mẽ-

Vſus varij duarum mediarũ proportionaliũ.

ſurarum lateribus vaſorum capacitas dignoſcitur, & vt ſummatim dicam, quæſtionis huius cognitio vtilis eſt volentibus duplicare, aut maiora reddere organa, è quibus tela, ſaxa, aut fereæ pilæ mittuntur. Nam neceſſe eſt omnia in latum, & in longum creſcere proportione quadam, ſiue foramina ſint, ſiue nerui, & immiſſa alia, aut quicquid opus fuerit, ſi totum proportione augeri cupimus; quod fieri non poteſt ſine medij inuentione.

§ Habes in antecedenti epiſtola 1 occaſionem duarum mediarum proportionalium datam eſſe à quæſtione duplandi cubi &c. & ex hoc exemplum Abductionis Geometricæ, de qua vide inferius § 9. 11. non

eſſe

esse problema id potius curiosum, quàm vtile, quod vtilitates tot practicas habet. Exempla præcipuorum è prædictis vsuum habebis inferius apud nos in sectione secunda Brauiarij nostri stereometrici. Illuc te prouoco.

§ III.

SCHOLION III.

De veterum molitionibus, & inuentis circa inuentionem duarum mediarum proportionalium. Recentiorum aliqua non diuersa ab antiquis. Animaduersio in Pappum noua, vel non prorsus vulgata è recentioribus & à nobis.

1 *QVæ in epistola Eratosthenis innuuntur inuentiones, & instrumenta pro duabus medijs proportionalibus, fusius exponuntur è Veteribus ab Eutocio in commentar. ad Archim. de sphæra, & cylindro, & a Pappo lib. 3. propos. 5. & lib. 4 post Prop 22 vsq; ad 26. Item a nostro Clauio in Geom. pract. & ab alys; inter quos vide etiam Danielem Barbarum in Comm. ad lib. 9 cap. 3. Vitruuij, vbi habet inter vetera id noui quòd apponit orthographiam mesolabij Architæ, ac eius vsum sibi missa ab amico Antonio Maria Paccio.*

Neq; vero nobis otium est censuram exercere, ac prodere deficientias aliorum siue antiquorum, siue recentiorum in molitionibus organicis, & geometricis circa hoc celeberrimum problema de duabus medijs. Geometricè sciens lector citatos à nobis Authores legat, ac de ijs, si lubeat, censeat.

Tantùm hic indico non facile esse noua circa hoc problema moliri post acutissima Veterum inuenta, ac pro nouis aliqua afferri ab aliquibus, quæ coincidunt cum antiquorum inuentis. Exemplo sit Orontius in lib. de hactenus in Geometria desideratis, &c. vbi pleraq; pro nouis, atq; a se inuentis habet circa inuentionem duarum mediarum, quæ tamen non differunt ab antiquorum inuentis. Modi enim quos afferunt

Orontius de duabus medijs proportionalibus coincidit cum antiquis.

fert

fert in lib. 1. propos. 1. vsq; ad propositionem 5, sunt ijdem cum inuentionibus Eratosthenis, licet Orontius aliquid variet, dum vtitur suo illo gnomone, vbi diuisio facta est lineolæ secundum mediam, & extremam rationem.

Pariter alij aliqui modi posteriores apud eundem Orontium in idem cadunt cum demonstratione, ac deficiētia demōstrationis Apollonij à nobis è veteribus allatæ, § 1 antec. Modus item propositionis 5 apud eundem Orontium est idem cum modo Platonis apud antiquos.

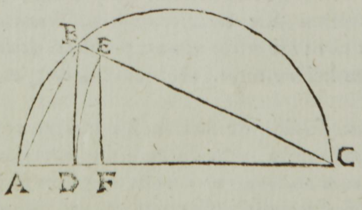
Pappus male affirmat problema de duabus medijs esse tantū è genere problematū solidorū.

2 Quod verò Pappus lib. 3 cit. affirmat problema de duabus medijs esse è genere tantùm solidorum problematum (vide quæ nos perscripsimus in To. 1 huius Ærarij, § 4 ad primam, & § 1 ad 35 propositiones libri 1 clem) redarguitur sententiæ falsæ ab ijs Antiquorum, & Recentiorum, qui re ostendunt esse etiam id problema planum, & lineare, dum id soluere conati sunt vel per mixtas quasdam ingeniosas lineas, vel per simplices ortum in plano habentes, vt sunt rectæ, & circulares. Sic Nicomedes conchili, Diocles cissoidea, Menechmus sectionibus conicis. Rectis verò, atq; etiā circularibus lineis Erathostenes, Sporus, Plato nisi sunt problema absoluere.

At nos interim iam pridem apud alios vulgatis, ac protritis, licet ingeniosissimis, veterum inuentis circa duas medias, &c. apponemus aliqua saltem non passim vulgatissima è recentioribus inuentis, vt Lectori sit aliquod pretium operæ in legendis nostris hisce ad Euclidem condimentis.

§. IV.

Pro duabus medijs Theorema, ac Lemma.



IN semicirculo quolibet ABC, si applicetur qualibet recta CB, & à puncto sectionis cum circūferentia B demittatur in diametrum perpendicularis BD; tū interuallo CD si secetur applicata in E, atq; a sectione demittatur perpendicularis EF, erūt applicatæ segmenta BC,

CE

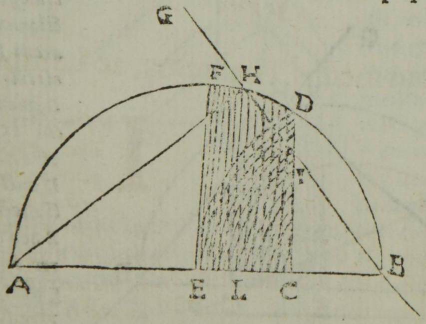
CE duæ mediæ proportionales inter diametrum AC, & inter segmentum CF. Iuncta enim AB, sunt tria triangula inter se æquiangula ACB, BCD, ECF. nam in primo triangulo angulus ABC in semicirculo rectus est, in secundo, & tertio triangulo anguli BDC, EFC à perpẽdicularibus recti sunt, & angulus ad C communis est. Ergo reliqui reliquis æquales. Quare, per quartam huius, habent latera circa æquales angulos proportionalia. Igitur vt AC ad CB, ita CB ad CD, hoc est ad CE sectam ipsi CD æqualem, & vt CB ad CE, ita CE ad CF. Itaq; quatuor sunt rectæ inter se continuè proportionales AC, CD, CE, CF.

§. V.

PROBLEMA I.

Datis duabus rectis duas medias proportionales attentare, atq; interponere.

D*Atæ sint maior AB, minor BC inter se in commune segmentum CB compositæ, inter quas opportet duas medias inuenire. Circa maiorem describatur semicirculus ADB, & ex minoris termino C excitetur perpendicularis CD.*



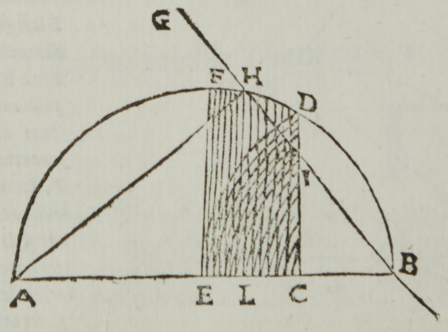
Interuallo BD signetur diameter in E; ex E perpẽdicularis secet circũferentiã in F. Deinde intra terminos FD varijs interuallis ex B fiant crebræ aliquot sectiones in circumferentia, ex quibus sectionibus demittantur in diametrum totidem perpendiculares. Ex B interuallis ad singulas perpendicularium cum diametro sectiones ducantur arcus secan-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

cantes perpendicularem CD, vt apparet in apposita figura. Deniq; regula ad punctum B apposita, & fixa, secundum alterum extremum G moueatur per arcum DF donec aliquorum duorum arcus, & perpendicularis (scilicet alicuius arcus ducti è puncto aliquo inter EC, & alicuius perpendicularis inter FD) habentium commune punctum in diametro iungat sectiones, alteram in perpendiculari DC, alteram in arcu FD, si non præcisè geometricè, saltem sine sinsibili differentia; & ad imaginarias sectiones proximas signatis in figura sectionibus. Ceu vides rectam, siue regulam BG iungere sectiones I, & H arcus IL & perpendicularis HL habentium commune punctum in L. Ac tunc segmenta HB, IB erunt pro inuentis duabus medijs proportionalibus inter datas AB, BC. Demonstratio patet ex lemmate antecedenti. Sunt enim tria triangula rectangula habentia communem angulum ad B, atq; inter se se æquiangula HLB, ICB & si fingas iunctam AH, tertium triangulum erit ABH. Ergo, iuxta lemma, vt AB ad BH, ita BH ad BL, hoc est ad æqualem BI, & vt BH ad BI, ita BI ad BC.

SCHOLION IV.

1 Quoniam lineæ BG duplex esse debet sectio, altera à perpendiculari DC, altera ab ipso arcu semicirculi AFD, & interuallorum ex B secantium perpendicularem DC maximum est BD, ac per D (vbi commune punctũ esset sectionum tã arcus semicirculi AFD, quam arcus ex interuallo BD ducti) ducta recta ex B non haberet duo segmenta pro vtraq; media proportionali; propterea interuallum BD translatum est in E, vt habeatur interuallum EC, itemq; illi æquale FD, intra quorum interuallorum



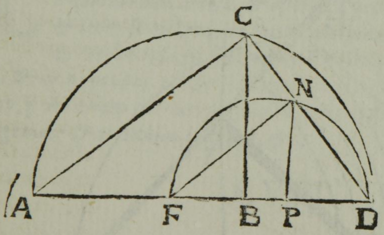
terę

terminos E, C, & F, D consistunt & perpendiculares ex arcu FD, & arcus ducti ex communibus punctis perpendicularium cum diametro ad perpendicularem DC. Itaq; quæcunq; applicatæ ex B in semicirculo AFB secabunt arcum intra F, & D, eæ solæ pro nostro problemate aptæ sunt, vt vna ex ijs det duas medias proportionales, quoniam intra terminos F, D, vel E, C duci possunt arcus secantes perpendicularem DC infra D.

2 Ope huius nostræ praxis inuenientur lineæ vel semper magis, ac magis accedentes citra, vel semper minus recedentes vltra quæsitam applicatam, cuius duo segmenta dent quæsitas duas medias proportionales inter ipsas AB, CB, donec tandem perueniatur ad insensibilem differentiam.

§. VI.

Lemma ad organicam inuentionem duarum mediarum proportionalium.



SE mutuo tangant quilibet duo circuli ACD, FND in puncto D, quod sit terminus diametri DA, & quoniam eadem DA, per 11 Tertij etiã transit per centrum semicirculi FND, erit DF diameter semicirculi FND; applicenturq; ad circumferentiam maioris semicirculi rectæ DF (idest diametro minoris circuli) æqualis DC secans minorem semicirculum in N, & ex N demittatur in diametrum DA perpendicularis NP, erunt CD, DN duæ mediæ proportionales inter AD, DP. Iunctis AC, FN, statim apparet in semicirculis rectos esse ad C, & ad N. Quare, iuxta demonstrata ex antecedenti nostro lemmate §. 4, erunt tria æquiangula triangula, &c. & vt AD ad DC, ita DF, hoc est illi secta æqualis DC, ad DN, & vt DC, siue DF ad DN, ita DN ad DP.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

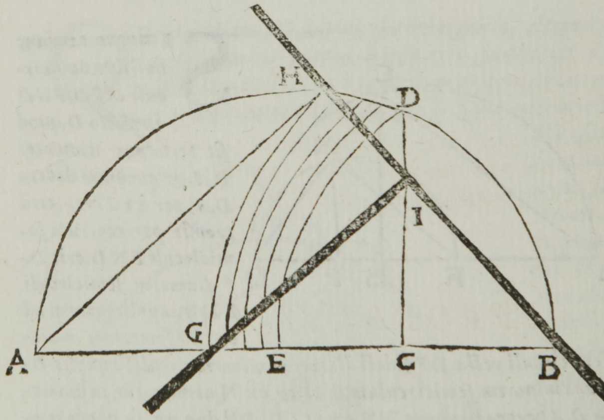
Item aliter, ac breuiter ex praxi apud nos in to. 1 huius Ærarij ad prop. 11, & 12, § 2, si secetur DB æqualis ipsi DN, BC, quæ iunget puncta B, & C, est perpendicularis. Igitur ex corollar. prop. 8 huius, in triangulis rectangulis ACD, FND, ipsa CD est media proportionalis inter AD, DB, siue DN; & ND est med. propor. inter FD, (siue DC,) DP. &c. ergo, &c.

§. VII.

PROBLEMA II.

Aliter II.

Inter duas datas duas medias proportionales organice inuenire.



D*Atæ sint AB, BC. Erigatur perpendicularis CD occurrens in D peripheriæ semicirculi ADB descripti circa maiorẽ AB. Interuallo BD fiat sectio in E; eritq; interuallum AE, in quo sectiones factæ ex B dabunt applicandas in semicirculo*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

circulo, quæ nostro negotio aptæ sunt. Accipiatur norma duplicata BGH, cuius rectus angulus I sursum, aut deorsum moueatur per perpēdicularem CD, ac interim latus IB semper excurrat per punctum B, donec ductorum arcuum ex B per spatia EA, AD vnum aliquem contingant in extremis latera IG, IH, ceu vides factum ad extrema arcūs GH; hoc enim facto duæ HE, IB erunt inuentæ mediæ proportionales inter AB, BC. Nam iunctâ AH, statim patet demonstratio, & applicatio figuræ lemmatis proximè antecedentis. Ac pro norma geminata GIHGIB in figura huius § 7, sunt in figura lemmatis rectæ CD, FN ad angulum rectum in N, & ibi ex D applicata DF in C notat in figura normæ geminatæ extrema arcus G, H, &c. Itaq; in vtraq; figura tria sunt rectangula æquiangula triangula. In figura quidem normæ geminatæ trianguli AHB angulus H in semicirculo est rectus, in triangulo GIB angulus I normæ rectus est, in triangulo ICB angulus C à perpendiculari DC est rectus, & angulus ad B cōmunis est tribus triangulis, &c. Igitur vt AB ad BH, ita BG, hoc est illi æqualis BH, ad BI, & BI ad BC. Quod erat faciendum.

SCHOLION V.

Lemma, & propositio proximè antecedentia è Villalpando sūt, à nobis tamen accisa, & aptius Tyronum captui explicata, & inter se collata, vt lucem accipiant inuicem. Vide plura, & verba ipsa, & instrumentū Villalpādi apud nos in Apiar. 2. Prog. 3, propos. 11. & scholia ad eam. Et ipsum Villalpandum cap. 3 vbi etiam per curuas quasdā, quas appellat proportionatrices, ingeniosè duas medias inquirit, &c.

§. VIII.

PROBLEMA III.

Aliter III.

Duas medias proportionales. &c. —

— *Vt habes apud nos ex Platone in antecedētibus ad propos. 8 huius, & ad eius corollarium.*

§. 9.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§. IX.

SCHOLION VI.

Quomodo duæ mediæ proportionales inseruiant duplationi cubi. Et in duarum mediarum proportionaliũ inuentione exemplum ad Aristotelis intelligentiam de Abductione Geometricà.

1 EVclides lib. 11, Prop. 33. similia solida parallelepipeda inter se sunt in triplicata ratione homologorũ laterum. *& corollariũ eius propositionis:* si fuerint quatuor lineæ rectæ continuè proportionales, vt est prima ad quartã, ita parallelipipedum super primam descriptum ad parallelepipedum simile, similiterque descriptum super secundam. *Igitur, vt cubus dupletur accipiẽda est recta, quæ dupla sit lateris dati cubi, & inter has duas duæ mediæ proportionales inueniendæ sunt, ac super secunda excitatus cubus erit duplus dati cubi. Nam vt linea quarta primæ est dupla, sic cubus excitatus supra secundam est duplus cubi super prima, per propos. & corollar. cit. Vide in Breuiaro nostro Stereometrico in fine hu. 2 10. ad vsum pro hac duplatione cubi.*

2 Quoniam ergo cubi duplatio eget inuẽtione duarũ mediarum proportionalium, ideo abducta est quæstio duplationis cubi ad quæstionẽ duarum mediarum &c.

Abductio Geometrica quæ nã. *Optime, atq; opportune huc Proclus lib. 5. in comm. ad Eucl. primam propositionem.* Abductio (*inerudite interpres:* inductio) est transitus à proposito problemate, vel theoremate ad aliud, quo cognito, aut comparato, Propositum quoq; perspicuum est. Exempli causa, cum cubi duplatio proposita esset ad inuestigandum, quæstionem in aliud transtulere, quod illud propositum consequitur, ad duarum nempe mediarum linearum inuentionem translata est quęstio, & sic quærebant deinceps: quoniam modo datis duabus rectis lineis, duæ mediæ proportionales reperirentur. Primum autem dicunt Hippocratem Chium prædictorum titulorum Abductionem fecisse, qui & lunulæ quadratum fecit æquale, & alia multa in Geometria inuenit.

3 Hic

3 Hic quasi corollarÿ loco patet quid sit Abductio, de qua Arist. in li. 2 Priorum Resolutoriorum cap. 31. Vbi & exemplum ponit quadratæ lunulæ ab Hippocrate, qui à quęstione de circuli quadratura fecit Abductionem ad quæstionem de rectilineo, quod æquale circulo sit, ac de recta linea ducenda, quæ æqualis sit circuli peripheriæ. &c.

§. X.

SCHOLION VII.

Duæ mediæ proportionales iam pridem ex antiquorum inuentis geometricè, ac demonstratiuè inuentæ sunt.

Miror aliquos in Geometricis cauillosè philosophantes, dũ alienis inuentis inuident, audere in Geometrica philosophia, quam profitentur, ea negare, vel respuere, quibus nõ firmatis, nutat præcipua moles eius philosophiæ, quam certissimam, ac firmissimam omnium humanarum scientiarum semper omnia sæcula venerata, & admirata sunt. Sic aliqui dum ab Antiquis inuenta (quibus certiora nec ipsi possunt inuenire) circa duas medias proportionales conãtur labefactare, non intelligunt penè vniuersa Stereometriæ, atque aliarum Mathematicarum scientiarum, (aut etiam extra mathematicas artium) præclarissimas theorias, & operationes labefactari, quæ pendent ab inuentione duarum mediarum proportionalium.

Quam perniciosum sit negare duas medias proportionales inuẽtas.

Qualium theorematum, & problematũ ad praxes aliqua sunt apud Euclidem in posterioribus libris, in primis apud Archimedem, ac plures alios. Quos nugatos, non philosophatos esse, (& quidẽ publico cum errore omnium sæculorum, quibus semper in admiratione fuerunt) dicendi essent, dum aliqua demonstrant circa solida corpora, quæ nullius firmitudinis sunt sine inuentis duabus medÿs proportionalibus.

Nugæ non sunt quę Archimed. &c. de solidis &c. quia duæ mediæ propor- tion. ritè sunt inuenta.

Nos igitur licet hìc in antecedentibus aliqua protulerimus etiam à recentioribus circa inuentionem duarum proportionalium, ea tamen non præposuimus, sed apposuimus antiquis inuentis, & ad copiam, non ad indigentiam ea exposuimus, quasi melioribus, aut certioribus indigerent antiquorum inuenta circa duas medias. Itaq; quod olim in

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Apiar. 3 prog. 1. ad Nicomedis conchoiden, quasi dubij, ac trepidi pronuntiauimus, hìc disertè profitemur, vt Geometricæ philosophiæ partem potiorem de solidis verè esse solidam ostendamus, affirmamusq; duas medias proportionales iam pridem geometricè, ac demonstratiuè inuentas. Nam vt reliquorum Antiquorum inuenta omittam, & saltem vnum indicem, cuius, & apud nos vestigia sunt, duæ mediæ inuentæ per modum Nicomedis ope lineæ conchilis, habent eam certitudinem geometricam, qua nulla maior desiderari potest in vllius problematis geometrica demonstratione. Non ducitur punctis discretis iuxta oculi æstimationem, sed ductu continuato regulari, certo, ac firmato in firmo, ac facili instrumento. Quod a circino in sui operatione non differt, nisi quod dum in orbem fertur cuspis lineæ cōchilis dessignatoria, eodem tempore regula, quæ quasi semidiameter est, etiā in longum fertur certo, firmo, regulari, & continuato motu. Vide id instrumentum etiam apud nos in Apiar. 3 Progym. 1.

Nicomedis modus pro 2 med. proport. inuentione optimus, demonstratiuus, &c.

Eius instrumenti præcipuus vsus est vt à dato puncto ducatur recta, cuius pars intercepta inter duas angulum facientes, sit æqualis alteri datæ. Quo facto per conchoiden lineam ab instrumenti continuato ductu signatam, nihil desideratur præterea ad perfectam geometricā demonstrationem, quam Nicomedes instituit, & perficit pro inuentis a se duabus medijs proportionalibus. Vide, præter antiquos, apud Clauium lib. 6 Geometriæ practicæ figuram demonstrationis Nicomedeæ, atq; in ea applica, & agnosce quæ hìc a nobis indicantur, vt tibi constet veritas nostræ sententiæ de duabus geometricè inuentis, & demonstratis medijs proportionalibus.

Nicomedis suppositū organicū, tamē demonstratum, etiam apud nos geometricè circino, & regula peragitur.

Quod si prẹter circinum, & regulam non admittenda censeas alia instrumenta pro operationibus geometricis, habes etiam a nobis in § 12 ad 32 propos. lib. 1. modum, quo datẹ rectæ acceptum interuallum transferatur secus regulam ad sectionem ẹqualis rectæ interceptæ inter duas angulum continentes. Quamquam satis apte, & sine dubitatione, apud ingenuè philosophantes, ipsumet instrumentum Nicomedis transfert interuallum datæ ad æqualem datẹ secandam æquè, (atque etiam certius) ac circinus secus regulam. Vide nos in cit. § 12 & in Apiar. 3 cit. præsertim ad rem, in coroll. 2 post propos. 15 prog. 1. Quas ob res nulla superest dubitandi ratio de geometrica iam pridem inuentione duarum mediarum proportionalium, ac de veritate, ac certitudine omnium problematum stereometricorum prodeūtium a duarum mediarum proportionalium geometricè demonstrata inuentione.

§ 11.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§. XI.

SCHOLION VIII.

De numeris medijs proportionalibus, & duobus & pluribus inter duos datos inueniendis.

AD ornatum, & gustum Mathematicæ Philosophiæ Tyronibus acuendum, vide Clau. in erudita digressione ad 4 defin. lib. 5. vbi de Geometrica in numeris proportionalitate, num. 10, vnde miros modos, & miras numerorum affectiones proferas ad inueniendos plures numeros geometricè medios proportionales inter quoslibet duos. &c. Vide & Orontium de reb. Math. lib. 1. propos. 9.

Hic interim accipe aliqua ex Euclide lib. 8, quæ nescio qui quasi noua arcana inter sua furtim reposuerunt.

Inter duos nu. quadra. vnus est medius propor- tion.

I. Igitur in cit. lib. 8. prop. 11 demonstratur: Duorum quadratorum numerorum vnus medius proportionalis est numerus. *Sic inter primũ, & secundum numeros quadratos 4, & 9 medius proportionalis numerus est 6, vt enim 4 ad 6, sic 6 ad 9. Inter secundum, & tertium numeros quadratos 9, & 16 medius proportionalis est 12; vt enim 9 ad 12, sic 12 ad 16. &c. Praxim verò inueniendi medium proportionalem numerum inter duos datos numeros vide inferius apud nos §. 8. ad propos. 17, ex qua propositione demonstratur ea praxis.*

Duorũ cuborũ numerorum duo medij propor- tionales.

II. Propos. 12 cit. li. 8. Duorum cuborum numerorum duo medij proportionales sunt numeri. *Sic inter duos primos cubicos numeros 8, & 27 duo medij proportionales numeri 12, & 18 intercedunt, ac vt 8 ad 12 ita 12 ad 18, & 18 ad 27 in eàdem continuata proportione.*

Mira verò proprietas est vnitatis comparatę cum quadratis, & cubicis numeris spectans ad nostrũ negotium de numeris medijs proportionalibus nam —

Inter vnitatem & quemlibet nu. quadratum est medius pro portionalis.

— III. Inter vnitatem, & quemlibet numerũ quadratum intercedit numerus medius proportionalis. Sic inter 1, & primum quadratum numerum 4 intercedit numerus medius proportionalis 2, ac vt 1 ad 2, sic 2 ad 4. Inter 1, & secundum quadratũ numerum 9 intercedit medius proportionalis numerus 3, ac vt 1 ad 3, sic 3 ad 9.

Accipe à nobis hic regulam vniuersalem ad praxim. Radix cuius-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

libet numeri quadrati est numerus medius proportionalis inter suum quadratum, & vnitatem. 4 radix quadrati 16 est numerus medius proportionalis inter 1, & 16; vt enim 1 ad 4, sic 4 ad 16. Quadrati 25 radix 5 est numerus medius proportionalis inter 1, & 25; vt enim 1 ad 5, sic 5 ad 25. &c. Vide tabellam apud nos in Ap. 11, Prog. 4, cap. 7. Nec opus est ambagibus Benedicti in theor. arith. 33, & 34. Nã patet à radice in se multiplicata, idest toties sibi addita, quot continet vnitates, produci quadratum. ergo &c.

Inter vnitatẽ, & cubicum duo medij proport.

IV. Inter vnitatem, & quemlibet numerũ cubicum duo medij proportionales numeri sunt. Sic inter 1, & primum cubicum 8 duo medij sunt proportionales 2, & 4; ac vt 1 ad 2, sic 2 ad 4, & 4 ad 8 in eàdem continuatà proportione.

Pulchra proprietas.

V. Ex Benedicto, theor. 35. Numerus quilibet per alium aliquem vnum, eundemq; multiplicatus, & diuisus, est medius proportionalis inter productum, & quotientem. 20 multiplicatus per 5 producit 100, diuisus per eundem 5 dat quotientem 4. Inter 100, & 4 medius est proportionalis 20, vt enim 4 est quinquies in 20, sic 20 est quinquies in 100.

Hactenus hæc paucula in numeris mira, & iucunda pro condimento Tyronibus circa prædicta de lineis medijs vna, & duabus proportionalibus inter duas datas.

§. XII.

COROLLARIVM.

De sectione datæ lineæ in lubitas partes continuè proportionales.

PRædicta in numeris indicata inseruire possunt negotio geometrico, in quo versati sumus hactenus, de duabus medijs proportionalibus, immo pro sectione datæ rectę in quotlibet continue proportionales partes. Exemplum esto pro sectione in quatuor continue proportionalia segmenta. Data recta interponatur inter extremos numeros, puta 27, & 27 acceptos in circino in partes æquales diuiso, & acceptis interuallis inter 8, & 8, inter 12, & 12; inter 18, & 18 secetur data recta, cuius partes tres sic sectæ cõparatæ cũ tota, erũt quatuor rectæ lineæ continuę proportionales, vt sunt numeri 8, 12, 18, 27, &c. iuxta proprietatem indicatam in anteced. § 11, nu. 2. Similia alia sic applica.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

De inuentionibus linearum proportionalium etiam in Proportionalitatibus Arithmetica, & Harmonica.

§. I.
SCHOLION I.

De procreatione Harmonicæ à Geometrica Proportionalitate.

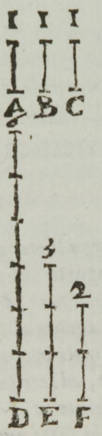
1 QVemadmodum ad 9, & 10. propos. docuimus lineas diuidere in triplici genere præcipuarum Proportionalitatum, scilicet non solum in Geometrica, sed etiam in Arithmetica, & Harmonica; ita & hic æquum alicui fortasse videatur post hanc 13. prop. quæ vltima est de lineis proportionalibus inueniendis in Geometrica proportionalitate, addere saltem aliqua de inuẽtionibus linearum proportionalium etiam in Arithmetica, & Harmonica proportionalitatibus. Age fiat satis æquo Tyronum desiderio, sed cum ea exceptione, ac terminis apud nos consuetis, idest vt indicatis tantùm apud alios iam vulgatis, si quid apud alios non vulgatum occurrerit apponamus. Et quoniam exiguæ sunt ingenioli nostri vires, ideò paucula, & breuiter promimus.

Itaq; qui plura, & tam pridem vulgata, sed non pro vulgo, exquirit circa inuẽtiones linearum proportionalium non solum in triplici, sed & in decem generibus Proportionalitatum, videat Pappum citatum à nobis ad 10 prop. Eucl. vbi de sectionibus linearũ; videat etiam Clauium, ac si qui alij à Pappo, & post Pappum. &c.

2 Omissis reliquis, notatione dignum nobis visum est id, quod acutè apud Pappum docetur de modo, quo ex Geometrica proportionalitate gignitur Harmonica. Omitto Arithmeticam ex eadem Geometrica prodeuntem, solũ de Harmonicæ ortu à Geometrica loquor, quia vsui mox futurus nobis est. Propositionis mox à nobis afferendæ demonstrationem geometricam (quam Clauius ad numeros transtulit) vide apud Papp. lib. 3, propos. 20. Aptius Tyronum doctrinæ hic fiet (vt ad propos. libri 2, & 5) si propositionis ostensionem quam-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

dam in numeris faciamus, ac in lineis, quaſi per vnitates, in partes æquales conciſis. Videbis eum, qui ſit inſtructus geometricâ proportionalitate (de qua nos hactenus abundè cum Euclide) poſſidere etiam vi, ac potentia reliquas proportionalitates a Geometrica prodeuntes.



Finge in Geometricæ Proportionalitatis proportione æqualitatis (facilitatis, & euidentiæ maioris gratia) eſſe tres lineolas, quaſi tres vnitates A, B, C; vt ex earum Geometrica Proportionalitate fiant tres lineæ in Harmonica Proportionalitate, affirmat Pappus: duabus A, tribus B, & vni C, ſit æqualis D; duabus B, & vni C ſit æqualis E; & vni B, & vni C fiat æqualis F. Dico D, E, F harmonicam conſtituere medietatem. &c. Huius propoſitionis regulam intellige vniuerſalem circa quodlibet aliud genus proportionis Geometricæ cuiuſcumq; inæqualitatis. Addit Pappus in fine Geometricæ demonſtrationis; manifeſtè patet ſi ABC vnitates ponantur, eam (ſcilicet harmonicam rectarum D, E, F. Proportionalitatem) conſiſtere in minimis numeris 6, 3, 2. Regula abſtractè vniuerſalis eſt: Trium linearum in harmonica proportionalitate prima, & maxima conſtat ex primà (in Geometrica Proportionalitate) geminatà, ex ſecundà, ſiue medià triplicatà, & ex tertià ſemel aſſumptà. Secunda (ſiue media harmonicæ) conſtat ex medià (geometricà) geminatà, & ex tertià ſemèl aſumpta. Tertia ac minima harmonica conſtat ex medià, & tertià, ſiue minimà geometricà ſimul iunctis.

3 Figuræ applico, & affirmationis veritatem oſtendo. Vides, poſita proportione æqualitatis trium A, B, C in Geometrica Proportionalitate, primam, & maximam inæqualium D compoſitam eſſe ex A geminata, & ex B triplicata, & ex C ſemèl aſſumptà, hoc eſt ex ſex partibus, quarum duæ priores æquales ſunt primæ A, tres ſequentes ſunt æquales ſecundæ B, ſexta æqualis eſt tertiæ C. Vides ſecundam inæqualium, ſiue mediam E, conſtare ex B geminatà, & ex C ſemel aſſumptà, hoc eſt ex tribus partibus, quarum duæ priores æquales ſunt mediæ B, tertia pars eſt æqualis tertiæ C. Vides tertiam inæqualium F conſtare ex B, & C ſimul aſſumptis, hoc eſt ex duabus partibus, quarum prior æqualis eſt mediæ B, poſterior tertiæ C.

Ac ſunt tres (ſic ex geometricis lineis conflatæ) D, E, F in harmonica Proportionalitate, quia eadem eſt proportio primæ D ad ter-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

tiam F, quæ differentiæ inter D, & E ad differentiam inter E, & F, vt patet in numeris 6, 3, 2, in quibus, vt 6 ter continet ipsum 2, sic differentia 3 inter 6, & 3 ter continet 1 differentiã inter 3, & 2.

Accipe pariter in numeris exemplum procreationis harmonicæ proportionalitatis ex Geometrica inæqualis proportionis, puta in sesquialterà, in qua sint geometricè se habentes numeri 9, 6, 4. Iuxta regulam antepositam ex 9 bis assumpto, ex 6 ter, ex 4 semel fit summa primi termini harmonici 40. ex 6 bis, & ex 4 semel aßumptis fit summa medij termini 16; ex 6, & 4 fit tertius terminus harmonicè proportionalis 10. Atq; vt 40 ad 10, sic differentia intèr 40, & 16, hoc est 24 ad differentiam inter 16, & 10. hoc est ad 6. Geom. 9, 6, 4. Harmon. 40, 16, 10.

§. II.

LEMMA.

Ex harmonica Geometricam Proportionalitatem procreare.

H*Oc Pappus non habet. Nobis vsui futurum est in sequenti Problemate. Accipe Lemmatis solutionem applicatam figuræ antecedenti. In Harmonica Proportionalitate sint D, E, F; vt ad Geometricam reuocentur sic operare. Detrahe minimum terminum F ex medio E, 2 ex 3, & reliquum primum repone pro medio termino B Geometricæ Proportionalitatis. Ipsum B detrahe ex minimo Harmonico F, 1 ex 2, reliquum 1 repone pro altero extremo C Geometrico. Denique iũge inter se minimum Harmonicum F cum duplo medij Geometrici B, idest 2, & 2, idest summam 4 confice, quam detrahe ex maximo harmonico D, idest detrahe 4 è 6, & residui dimidium, idest residui 2 semissis 1, erit alterum extremum A Geometricæ Proportionalitatis ex Harmonica.*

Accipe etiam exemplum alterum in resolutione ad Geometricam inæqualitatis. In Harmonica sunt 40, 16, & 10, minimus terminus 10 ex medio 16 subtractus relinquit 6, qui est medius Geometricus, idem 6 sublatus ex medio harmonico 10 relinquit 4 minus extremum geometr. minimus harmon. 10 compositus cum duplo medij Geomet. 6, idest 12, & 10 conficiunt summam 22, quæ subtracta è maximo

bar-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

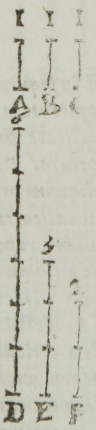
harmonico 40, relinquit 18, cuius dimidium est 9 tertius, ac minimus terminus Geometricus. Harmon. 40, 16, 10, Geomet. 9, 6, 4, ex harmonica.

Ex antedictis tu, mi Tyro, elice regulam vniuersalem, & abstractam procreandi Geometricam ex Harmonica proportionalitatem.

§. III.

PROBLEMA, & Paradoxum.

Datis duabus rectis, media, & minore extrema, maiorem extremam in Harmonica Proportionalitate inuenire per analogiam ad Geometricam.



QVod Pappus, & ex eo alij soluunt, nos aliter ex antecedenti lemmate soluemus quodã modo paradoxico, scilicet maiorem extremum terminum Harmonicum inueniendo ex maiore Geometrico. Datæ sint E media, & F minima, quibus maxima D inuenienda sit in Harmonica Proportionalitate. Per antecedens lemma analyticè eant E, F in B, C. Ipsis B, C inueniatur tertia maior proportionalis in geometrica proportionalitate, per proposit. 11. Eucl. & modos nostros ad eam; inuentaq; sit A, quam, è Schol. anteced. & è modo Pappi auge in D, eritq; D tertia maxima quæsita harmonicè. Augetur autem A in ipsum D harmonicam per compositionem geminatæ A, triplicatæ B, & semel assumptæ C, idest ex 1 fit 6. siue fit ex A ipsa D per additionem ipsarum E, F ad A, in hoc exemplo æqualitatis, hoc est per summam ex 3, 2, 1 in 6.

Pariter in exemplo numerario altero, datis 16, & 10, inuenies extremum maximum harmonicum, si, per antecedens lemma, resoluas 16, & 10 in 6, & 4; quibus tertio proportionali maiore 9 addito, ipsum 9 augetur harmonicè, si geminetur in 18, & addatur medius geomet. 6 ter, & semel extremus minimus 4. ex 18, 18, 4 fit sum-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

summa 40, qui est maximus, ac primus terminus quæsitus in harmonica proportionalitate 40, 16, 10, atq; inuentus analyticè ex Geometrica Proportionalitate.

§. IV.

SCHOLION II.

Dato medio, & maiore extremo, inuenire minus: datis extremis, inuenire medium, &c. in Harmonica Proportionalitate.

VIde Pappum propos. 9. vbi inuentionem docet minoris extremi in harmonica proportionalitate, vide & nos in antecedentibus ad 10 propos. § 18, vbi de inuentione medij in proportionalitate harmonica. Ad Pappum te reiecimus, quia nihil noui habemus circà inuentionem minoris extremi in harmon. &c sicut è nostris aliqua non vulgata protulimus circà inuentiones medij, & maioris, &c.

§. V.

SCHOLION III.

De Inuentionibus extremarum, & mediæ linearum in Arithmetica Proportionalitate.

VIde nos ad propos 5. lib. 2. elem. vbi in loco ex demonstratione, & figura eius 5 proposit. omnia facillimè patent spectantia ad inuentiones extremarum, & mediæ proportionalium linearum in Arithmetica Proportionalitate.

§. 6.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§. VI.

SCHOLION IV.

De Inuentionibus extremorum, & mediorum numerorum in Proportionalitatibus Harmonicà, & Arithmeticà.

VIde nos ad propos. 5. lib. 2. vt ex ijs ornes, ac dites etiam in numeris antedicta de lineis harmonicè, & arithmeticè proportionalibus; quemadmodum habes in antecedentibus, § 11, à numeris iucunda, & curiosa proditandis, & ornandis linearum proportionalium inuentionibus &c. in Proportionalitate Geometricà.

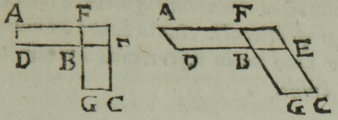
Propositio XIV. Theor. IX.

Aequalium, & vnum vni angulo æqualem habentium parallelogrãmorum reciproca sunt latera, quæ circa æquales angulos. Et parallelogramma, quæ vnum vni angulum æqualem habent, & quorum reciprocantur latera circa æquales angulos æqualia sunt.

SInt parallelogramma AB, BC æqualia habentia angulos ad B æquales, positæque sint DB, BE in directum, [a] erunt ergo & FB, BG in directum. Dico parallelogrammorum AB, BC latera, quæ circa æquales angulos, esse reciproca. Hoc est, esse vt DB ad BE, ita GB ad BF. Perficiatur enim parallelogrammum FE. Et quia

a *Colligitur ex* 13. 14. & 15. 1.

PROPOSITIO XIV.



AB, BC parallelogrã-ma æqualia ſunt, aliud autem quoddam eſt F-E, [b] erit vt AB ad FE, ita BC ad idem FE. ſed vt AB ad FE, ita eſt DB ad BE; & vt BC ad FE, ita eſt G-B ad BF. [d] Ergo eſt vt DB ad BE, ita GB ad BF. Parallelogrammorum ergo AB, BC [e] latera ſunt reciproca. [f] Reciprocentur iam latera, quæ circa æquales angulos; ſitque vt DB ad BE, ita GB ad BF. Dico parallelogramma AB, BC æqualia eſſe. Cum enim ſit vt DB ad BE, ita GB ad BF. [g] Et vt DB ad BE, ita AB ad FE; atque vt GB ad BF, ita BC ad FE, erit vt AB ad FE, ita BC ad idem FE; [h] æqualia ergo ſunt parallelogramma AB, BC. Æqualium ergo, & vnum vni, &c. Quod oportuit demonſtrare.

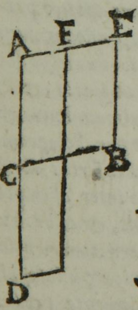
b prop.7.5.
c prop.1.6.
d prop.11.1.
e def.6.2
f def.2.6.
g prop.1.6.
h prop.9.5.

SCHOLION I.

Ex harum 14, & 15 propoſ. parte ſecunda habes demonſtratam in vſu geometrico centri grauitatis æqualitatem figurarum. Vide in Epilogo planimetrico ſub finem 3 partis hu. 2 Tomi.

§. I.

PROBLEMA I.



Dato parallelogrammo æquale parallelogrammum, ex vſu propoſ. 14, deſcribere.

Dati parallelogrammi AB quodlibet latus AC extendatur in directũ ad lubitum terminum D. Ac fiat reciprocè vt DA ad CA, ſic AE ad AF: rectangulum DF æquale

E e

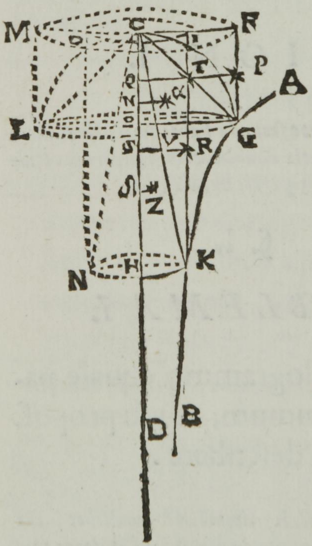
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

le est rectangulo CE. Habent enim circà cõmunem angulum A laterat per constructionem, reciprocè proportionalia, iuxtà hanc 14 huius, Erit hæc praxis nobis vsui pro nouo modo describendæ hyperbole. etiam intrà asymptotos, ad 29 huius.

§. II.

THEOREMA I.

Si parallelogrammorum rectangulorum inter hyperbolen, & rectam asymptoton latus asymptoto parallelum ad distãtiam alterius lateris gyrari concipiatur, fient superficies cilindricæ sine basibus, omnes inter se se æquales.



TRaducamus iam facilè vsu centri grauitatis hanc propos. 14 etiam ad superficies aliquas rotundas. Hic in loco, vbi supponitur 14 huius, libet aperire præclara theoremata, quæ deducuntur ex demonstrato theoremate (de quo in analecto 10 ad Apiaria, & ad 35. lib. 1, & ad primam huius, & inferius ad 29) de parallelogrammis (& triangulis inferius ad 15 huius) æqualibus inter asymptotos. Vt videas hic, & alibi in vtroq; huius Ærarij tomo à nobis elementa Geometricæ philosophiæ etiam ad vltra elementa produci

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

acceleuari. Ad cilindricarum, & conicarum superficierum, & soliditatum quantitates, dimensiones, & proportiones, &c. hinc gradum facies facillimum, sine vlla necessitate demonstrationum ex Archimedeis, vel posterioribus Euclidianis: vt mox videbis.

Esto hyperbole AB, & recta illi asymptotos CD. Parallelogrammorum rectangulorum (euidentiæ, ac facilitatis gratià, finge angulum rectarum asymptoton CD, CF comprehendentium hyperbolen vtrinq; descriptam, esse rectum in C) EF, HI finge latera FG, IK ad distantias EG, (siue PQ) & KH (siue SR) gyrari parallelos, quasi circa axem, circa asymptoton CD; ea latera (sine lateribus tamen inter CF, EG, CI, KH) dum sic gyrantur in orbem perfectum, producent geminas cylindricas superficies sine basibus, quales finge FGLM, IKNO, quæ inter se se erunt æquales. Idemq; fiet ex lateribus quorumcumq; parallelogrammorum inter asymptotos producentibus semper æquales inter se cylindricas superficies.

THEOREMATIS

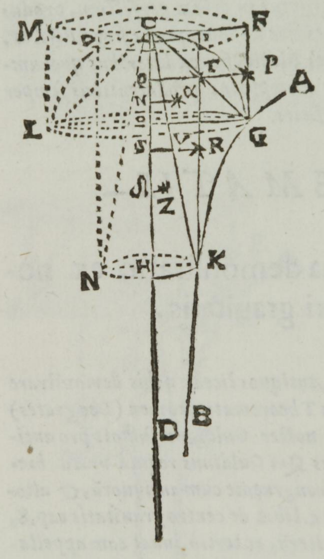
Præcedentis facillima demonstratio ex nouo vsu centri grauitatis.

Licet ex demonstratis apud Antiquos liceat nobis demonstrare propositionem præcedentis Theorematis, tamen (Deo grates) vnus nobis ex domesticis noster Guldinus sufficit pro antiquis, & neotericis omnibus. Qui Guldinus regulà vnicà, breui, facillima, & vniuersalissima, congruente cum antiquorũ, & aliorum omniũ demonstrationibus, &c. lib. 2. de centro grauitatis cap. 8, quasi aurea geometricà claue (sic iterũ, ac tertiò iuuat eam appellare) tam ingentem thesaurum, & tantam copiam aperuit pro demonstrationibus, constructionibus, proportionibus superficialium, & solidarum (præsertim quas vocant rotundas) figurarum, vt vnus longe plura corpora, & plures superficies nouarum figurarum sub cognitionem, & demonstrationem geometricam prodiderit, quàm cæteri omnes simul antiqui, & neoterici geometrici philosophi.

Latera FG, IK bifarientur in P, R, & iungantur ad rectos in Q, S rectæ PQ, RS. Quoniam, ex citato Guldino, in rectanguli EF latere FG, centro grauitatis P, rotato parallelos ad distantiam PQ, circà

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

asymptoton CD, superficies cylindrica sine basibus, quam producit id latus FG, est æqualis superficiei comprehensæ sub FG, & sub peripheriâ, quam describit centrum grauitatis P, hoc est rectangulo (siue producto) sub FG, & rectâ, quæ sit æqualis peripheriæ descriptæ à P. Itemq; in rectangulo HI superficies cylindrica sine basibus, quam describit latus IK in rotatione parallela circà CD, est æqualis superficiei compræhensæ sub IK, & sub peripheria designata à centro grauitatis R lateris IK, hoc est rectangulo sub IK, & recta æquali peripheriæ ab R designatæ; atq; ex Pappo (vide nos in 1 tom huius Ærary ad prop. 45. § 3.) vt peripheria ex P ad peripheriam ex R, sic semidiameter PQ ad semidiamentum RS; vt autem PQ ad RS, ita reciprocè IK ad FG, per 14 huius (sunt enim inter asymptoton, & hyperbolen parallelogrammata EF, HI æqualia, iuxtà demonstrata in Analectis ad quartam editionem nostrorum Apiar. anal 10) igitur superficies sub FG, & sub peripheriâ designatâ à P, pariterq; superficies sub IK, & sub peripheria ab R, erunt inter se æquales, per hanc eandem 14 huius: ergo & superficies cylindricæ ex FG, IK circa CD (quæ ex citata Guldini regula æquales sunt superficiebus sub IK, & peripheria ex R, & sub FG, & peripheria ex P) erunt & ipsæ inter se æquales. Quod erat demonstrandum.



§. III.

COROLLARIVM I, ac vniuersale.

Rectorum cylindrorum superficies sine basi-

bus

bus productæ à lateribus etiam inæqualibus æqualiũ rectangulorũ sunt inter se æquales.

Patet ex proximè antecedenti demonstratione. Sunt enim superficies cylindricæ sine basibus æquales productæ ab æqualium rectangulorum lateribus etiam inæqualibus &c. Iuxta hanc 14 &c. qualia sunt in figura antecedent. Theorem. CE, CH; EG, HK. &c.

SCHOLION II.

Confirmatorium præcedentium.

Assertio illa in præcedenti demonstratione, atq; in Corollario vniuersali: superficies cylindrica sine basibus ex rotatione lateris FG, est æqualis rectangulo sub FG, & peripheria à semidiametro QP; *item:* superficies cylindrica ex rotatione lateris IK est æqualis rectangulo sub IK, & sub peripheria semidiametri RS: *cõgruit etiam cum Archimedis propos. 13 lib. 1. de sphæra, & cylindro; vbi demonstrat cylindri recti superficiem sine basibus æqualem esse circulo, cuius semidiameter est linea media proportionalis inter latus, & diametrum basis cylindri. Vide expressiora pro hac re apud nos in 3 par. hu. 2 to. ad finem l. 3. vbi eleuamus cum lib. ad geom. rotund. § 2, num. 6.*

§. IV.

COROLLARIVM II.

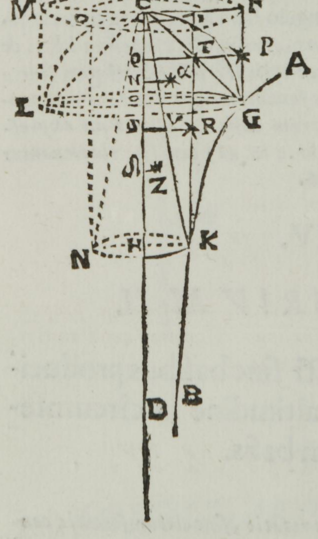
Superficies cylindri recti sine basibus producitur, ducta cylindri altitudine in circumferentiam basis.

Patet ex antecedentibus; nam rotatio, siue circumferentiæ centrorũ P, R ad distantias PQ, RS, sunt è semidiametris basiũ LG, NK, quibus æquidistantes, & æquales sunt rectæ PQ, RS. Vide & Guldinum lib. 3. cap. 1. propos. 6. §. 5.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§. V.
THEOREMA II

Cylindri recti, æqualium sine basibus superficierum, facti ex gyratione circa asymptoton æqualium rectangulorum, habent inter se proportionem semidiametrorum in basibus. Ac demonstratur ex nouo vsu geometrico centri grauitatis.



Eleuemus etiam ad Stereometriā hanc 14 ex vsu facili cētri grauitatis. Dicet Tyro, quemadmodum ex æqualium rectangulorum lateribus (licet inæqualibus) fiunt æquales sine basibus cylindricæ superficies, an non etiam ex æqualium rectangulorum circà asymptoton gyratione fiunt solidi cylindri æquales, licet inæqualium inter se altitudinum, & basium? Haud quaquam, mi Tyro. Finge igitur circà asymptoton CD gyrari rectangula EF, HI, fient geminæ solidæ figuræ rectorum cylindrorū LF, NI, quorum solidas quantitates affirmo esse in proportione, quam habent inter se basium circularium semidiametri, quales finge inter EG, HK.

Quoniam enim ex aureà geometricà centri grauitatis regulà (cuius consonātiam cum demonstratis ab alijs & in antecedentibus

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

tibus, & hic mox videbis) soliditas cylindrorum LF, NI conficitur ex ductu rectangulorum EF, HI in circumferentias, quas in rotationibus circa CD descripserunt centra grauitatis in T, & V, vbi sunt semisses rectarum PQ, SR, quæ bifariant rectangula, & quæ sunt æquales basibus rectangulorum eorundem EF, HI; ac ipsa quidem rectangnla sunt inter asymptotos æqualia, peripheriæ verò, ex inæqualibus semidiametris QT, SV descriptæ, sunt inæquales: ergo cylindrorum differentia, & proportiones inæqualitatis desumendæ sunt non à rectangulis æqualibus, sed ab inæqualibus circumferentijs centri grauitatis factis à semissibus QT, SV basium ipsis PQ, RS æqualium Vt verò sunt circumferentiæ, sic & diametri: ergo vt circumferentia facta à puncto T ad circumferentiam factam à puncto V, ita diameter, idest duplicata QT ad duplicatam SV, idest ad diametrũ SR. At QP, SR sunt semidiametri basium LG, NK: ergo cylindri recti isoperimetri LF, NI habent inter se proportionem semidiametrorum in basibus.

SCHOLION III.

Congruit nostra demonstratio ex vsu geometrico centri grauitatis cum ritè demonstratis ab alijs, qui probant cylindros rectos isoperimetros &c. esse inter se sicut diametri basium. Vt enim apud nos inter se sunt semidiametri, sic & pro illis duplicatæ semidiametri, idest diametri.

COROLLARIVM III.

Ex prædictis etiam patet inter prædictos cylindros esse proportionem circumfereatiarum in basibus. Vt enim semidiametri, & diametri, sic & circumferentiæ inter se.

§. VI.
COROLLARIVM IV.

Cylindrorum rectorum (isoperimetrorum sinẽ basibus) reciprocantur sicut semidiametri

(etiam

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

(etiam diametri, & peripheriæ) basium, sic etiam soliditates cum altitudinibus.

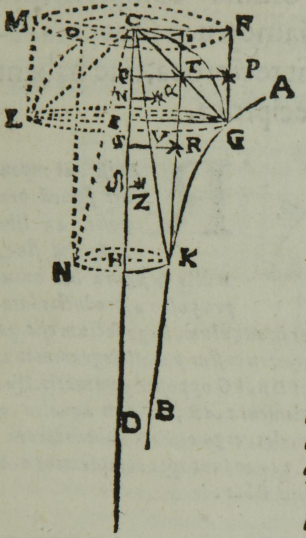
SIc semidiametri inter EG, & inter KH (hoc est illis æqualis PQ, RS) cylindrorum LF, NI isoperimetrorum, (per demonstrata in antecedentibus) reciprocantur cum altitudinibus HC, EC; sunt enim latera reciproca (ne discedamus ab vsu huius propos. 14) rectangulorum æqualium inter hyperbolen AGKR, & asymptoton CD. Ac vt semidiametri, sic diametri inter NK, & inter LG, & peripheriæ basium circularium &c. iuxtà antedicta, & probata. Vt verò, ex theorem. anteced. basium semidiametri reciprocantes cum altitudinibus, ex hac 14, sic soliditates inter se cylindrorũ. Sic nos facilius deducimus ex antedemonstratis, & clarius iuxtà formulam geometricam huius 14 proposit. affirmamus, quàm aliqui, dum dicunt: recti cylindri isoperimetri sine basibus, habent inter se proportionem altitudinum contrariè acceptarum. &c.

§. VII.

COROLLARIVM V, & VSVS proximè præcedentiũ theorematis, & corollariorum in re vasaria pro liquidis. &c.

FInge factas, ac datas géminas æquales, atq; inter se congruentes superficies flexiles, æreas, rectangulas, quarum latera maiora sint in data, vel lubita proportione, puta triplà, vel duplà minoris lateris, velut hìc in figura rectanguli HI latus HC respectu lateris CI. Ex datis laminis possunt fingi cylindrici duo cyathi isoperimetri sine basibus, nempe vel iũgendo in vnum duo latera longiora alterius laminæ, vnde prodeat cylindrus sine basibus maioris altitudinis, vel alter cyathus cylindricus potest fingi, iunctis in vnum alterius laminæ lateribus minoribus, vnde prodeat cylindrus sine basibus minoris altitudinis. Finge exẽpla in LF, NI. Alterutrà basium clausà à circulo in vtroq; cyatho, ac vino infuso, quæ-

ro



ro ex te, mi Tyro, primò, vter eorum cyathorum plus vini cõtinebit? Secundo quantò plus vini alter altero cyathus continebit? Si altitudines HC, EC adspicias, te fallent, ac indicabunt maiorem cylindrum, qui minor est. &c. Cum ergo sint cyathi isoperimetri, spectandæ sunt, non altitudines, sed semidiametri basium, ex ante demõstratis. Quoniam verò minus altus cyathus LF habet in basi LFG semidiametrum EG, (nempè rectam illi æqualem PQ) puta duplam semidiametri KH (nempè rectæ RS illi æqualis) in altiore cyatho NI, ideò duplo plus vini continebit LF, quàm NI.

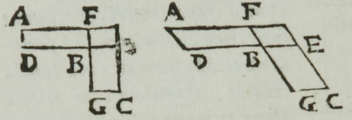
Ac si vnicam rectangulam laminam habeas, e Geometricis theorijs docebit te Physica vt eam cylindricè inflectas, cõmissis minoribus lateribus, vt plus vini & infundas, & haurias; at verò philosophia Moralis non abutens geometricis demonstrationibus, submittet tibi, mi Tyro, Temperãtiã quasi Pincernam, quæ cylindricum poculum ex eadem laminà, commissis longioribus lateribus, minus capax, ac vino lymphato infusum tibi propinet, quod aptius erit Mathematicis abstractionibus intelligendis, & exercendis.

Hactenus aliqua ex vsu, & demonstrationibus à 14 propos. huius circà rectangularum, & cylindricarum superficierum, & soliditatum reciprocationes inter hyperbolicam, & rectam asymptotos &c. Gradum iam faciamus ad aliqua circà reciprocationes, & partus aliquos geometricos triangulorum æqualium inter easdem asymptotos.

§. VIII.

THEOREMA III.

In parallelogrammis omnia complementa eorum, quæ circa diametrum sunt parallelogrammorum, sunt reciproca, siue habent latera reciproca.



Reuise, ac repone hic figurã proposit. 43 libri 1. Euclid. siue malis in figura hic huius propos. 14, productis lateribus AD, CG, & concurrentibus in angulum, finge factum esse parallelogrammum, circa cuius diametrum sint parallelogrammata FE, & imaginatum DG sub rectis DB, BG oppositè geminatis. Quoniam per 43 propos. lib. 1. complementa AB, BC sunt æqualia, & angulos ad verticem B habent æquales, ergo circa B habent latera reciproca &c. iuxta hanc propos. 14; ac sunt ipsa complementa AB BC reciproca, iuxta definit. 2 huius lib. 6.

§.IX.

Vsus, & applicatio 14 prop. ad solutionem eximij theorematis circa diuisionem arithmeticam.

Qvod pluribus docemus in Apiar. nostro 11, Progym. 4 cap. 3, hic paucis expediemus. Theorema est: Eodem numero per plures diuisores diuiso, erunt diuisores, & quotientes in eadem proportione, sed ordine conuerso. *Esto numerus 60 diuisus per 10, 12, 15, 20, 30, & quotientes sint 6, 5, 4, 3, 2, vt vides in figuris arithmeticis sequentibus:*

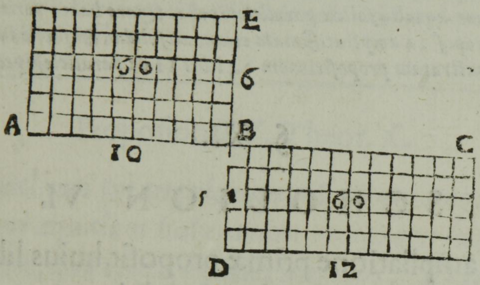
60 (6.	60 (5.	60 (4.	60 (3.	60 (2.
10	12	15	20	30

In quibus apparet esse vt 10 ad 12, ita 5 ad 6; vt 12 ad 15, ita 4 ad 5, vt 15 ad 20, ita 3 ad 4; vt 20 ad 30, ita 2 ad 3.

Quæ

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Quanam ratio, aut demonstratio linearis, aut geometrica huius eximia proprietatis arithmetica? Nempe quam mox videbis ex hac 14 propos. Eucl. Si enim numerum 60 in rectangula distribuas (vt vides in apposita Geometrica figura) & noris, aut opereris iuxta supposita ex arithmeticis theoriis apud nos in cit. Apiar. 11, statim prodit demonstratio ex 14 hic prop. Eucl.



Nam cum idem sit numerus planus 60, siue sint omnia ea minora rectangula inter se aqualia areis, & angulis rectis, erunt eorum latera, quæ fiunt à numeris diuisoribus, & quotientibus, reciproca, iuxta defin. 2. & propos hanc 14. hoc est vt AB ad BC, idest diuisor 10 ad diuisorem 12, ita DB ad BE, idest quotiens 5 ad quotiẽtem 6, & pariter de reliquis. Vide, & applica figuris multiplicatis in Apiar. cit.

§. X.

SCHOLION V.

Demonstratio vniuersalissima propositionis 14 pro omni quantitate.

S*cilicet pro discretà, idest etiam in arithmeticis, & pro continuà quantitate, scilicet in figuris non solum planis, sed etiam solidis. Igitur vniuersalissimè sic formetur propositio:* Quantitatum reciprocè proportionalium producta sunt æqualia. *Sint quasi duorum parallelogrammorum æquiangulorum, quasi la-*

tera, quatuor numeri reciprocè proportionales 2, 6, 4, 12, quasi in primo parallelogrammo sit antecedens 2, in secundo consequens 6, item in secundo antecedens 4, in primo consequens 12; productum ex primo antecedente 2, & secundo consequente 12, quod est 24, est æquale producto ex primo consequente 6, & secundo antecedente 4, quod pariter est 24. si ergo producentia 2, & 12, 4, & 6 sint lineæ, producunt æqualia rectangula, sin alterum sit linea, alterum superficies rectangula, producunt æqualia solida parallelepipeda. Quare habes veritatem huius propos. 14 ampliatissimam etiam ad solida, & facile in numeris demonstratam propositionem 34 libri 11 de parallelepipedis.

§. XI.

SCHOLION VI.

De ampliatione primæ proposit. huius lib. 6. ad pluriformia solida.

VIde in Epilogo nostro planimetrico, & agnosce per modum hunc vniuersalissimum demonstrandi de vtroq; genere quãtitatis in notis logisticis, demonstratas simul libri 6 proposit. 1. & libri 7. proposit. 17, & 18; & lib. 11 propos. 25, & 32 de solidis parallilepipedis eiusdem altitudinis, quæ sunt inter se vt bases. & lib. 12 propos. 5, 6, 7, 11, 13, 14 de pyramidibus prismatєis, conis, cylindris. Vide § 4, sect. 1 Breuiarij nostri Stereometrici; & sect. 2 pro vsibus.

§. XII.

SCHOLION VII.

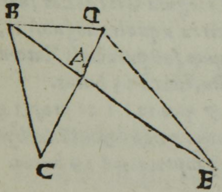
De ampliatione propos. 34, & 35 lib. 1 etiam ad pluriformia solida.

QVemadmodum ex occasione ampliatæ huius propos. 14 etiam ad solida indicauimus ampliationem prop. 1 huius; ita libet hic

hic indicare ampliationem etiam propos. 34, & 35 lib. 1. quæ primus quidam gradus sunt ad propos. 1. hu. Vide igitur initio Epilogi planimetrici, & in Breuiarij nostri stereometrici sec. 1. § 2. Nam ex vniuersalissima demonstratione per notas logisticas de productis æqualibus ex ductu eiusdem quantitatis in æquales quantitates, patent propositiones stereometricæ libri 11, propos. 29, 30, 31; libri 12 propositiones 7, 11, & earum corollaria de parallelepipedis, de prismateis, de conis, & cilindris æqualibus sub eadem altitudine, & super eadem vel æqualibus basibus.

Propositio XV. Theor. X.

Aequalium triangulorum, & vnum angulum vni æqualem habentium, reciproca sunt latera, quæ circa æquales angulos. Et triangula, quæ vnum angulum vni æqualem habent, & quorum latera, quæ circa æquales angulos, reciprocantur, sunt æqualia.



Sint triangula ABC, ADE æqualia, habeantq; vnum angulum BAC vni DAE æqualem. Dico latera, quæ circa æquales sunt angulos, reciproca esse. Hoc est, esse vt CA ad AD, ita EA ad AB. Ponantur enim CA, AD in directum; [a] erunt ergo & EA, AB in directum, & ducatur BD. Cum igitur triangula ABC, ADE æqualia sint, sitq; aliud ABD, [b] erit vt CAB ad BAD, ita ADE ad idem BAD: sed vt CAB ad BAD, ita est CA ad AD, & vt EAD ad BAD, ita est EA ad AE: [d] Ergo vt CA ad AD, ita est EA ad AB. Triangulorum ergo ABC, ADE latera, quæ circa æquales angulos, reciprocantur. Sed reciproca sint iam latera triangulorum ABC, ADE, & sit vt CA

a *Colligitur ex* 13. 14. & 15. 1.
b *prop.* 7. 5.
c *prop.* 1. 6.
d *prop.* 11. 5.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

CA ad AD, ita EA ad AB. Dico triangula ABC, ADE esse æqualia. Iuncta rursus BD, erit vt CA ad AD, ita EA ad AB; e sed vt CA ad AD, ita est triangulũ ABC ad triãgulum BAD; vt verò EA ad AB. ita triangulum EAD ad triangulum BAD. Vt ergo ABC ad BAD, ita est EAD ad idem BAD: vtrumque ergo ABC, EAD ad BAD eandem habet proportionem: f æquale ergo est triangulum ABC triangulo EAD. Aequalium ergo triãgulorum, &c. Quod oportuit demonstrare.

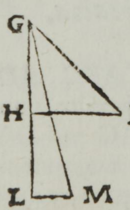
e prop. 1. 6.

f prop. 9. 5.

§. I.

PROBLEMA.

Dato triangulo æquale triangulum ex vsu propos. 15 describere.



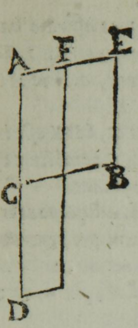
Dati trianguli vnum latus GH producatur, vt lubet, ad L. Fiat vt GL ad GH, sic HI ad parallelã IM, & iungatur GM. Triãgula GHI, GLM sunt æqualia. Habent enim circa æquales angulos H, L (externum, & internum sub parallelis) latera reciprocè proportionalia, iuxta 15 huius.

Erunt (hæc praxis, & quæ in § 1 ad prop. 14 antec.) nobis vsui pro nouo modo describẽdæ hyperboles etiam intra asymptotos, ad 29 huius.

§. II.

COROLLARIVM.

Linea in infinitum est diuisibilis, hoc est non constat ex indiuisibilibus.



Quemadmodum enim, ex postulato secundo, in fig. antec. § 1, & in §, ad propos. 14 hu. AD, GL in infinitum protendi possunt, sic AE, HI, in infinitũ imminui possunt, alioquin tribus, DA indefinitę, CA, AE finitis, vel tribus LG in definitę, GH, HI finitis quarta proportionalis in latere AE, vel in latere HI nõ posset inueniri, quod est cõtra 12 hu.

Erit hoc corollarium etiam vsui nobis ad nouã demonstrationẽ de hyperbole asymptoto ad rectam, ad propos. 29. huius.

SCHOLION.

De conorum isoperimetris superficiebus sine basibus.

Patet ex hac 15 (vt in § 2 ad anteced. 14 propos. hu.) à lateribus reciprocis triangulorum æqualium inter asympt. fieri æquales etiam conorum superficies, sine basibus.

§. III.

THEOREMA.

Conorum isoscelium ex gyratione triangulorum æqualium inter hyperbolen, & asymptoton soliditates inter se sũt vt semidiametri basiũ, & reciprocè vt altitudines, è nouo vsu centri grauitatis, & cum vsu huius 15 prop.

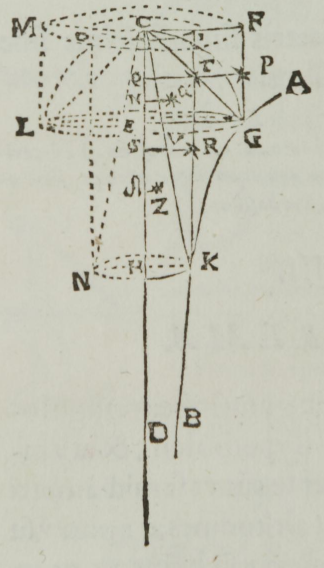
Vt 14 propos. antec. sic & hanc 15 eleuemus facillimè ad stereometrica. Inter asymptoton CD, & hyperbolen GB triangula CGE, CKH finge gyrari circà asymptoton CD;

per-

perfecto orbe, conficient geminos conos LCG, NCK, quos affirmo habere inter se proportionem quam habent basium semidiametri EG, KH, itemque quam habent altitudines HC, CE reciprocè, idest vt HC ad CE, sic soliditas coni LCG ad soliditatem coni NCK.

Suppono primo centra grauitatis triangulorum CEG, CHK esse in α, & in Z punctis vbi (iuxtà à nobis ad prop. 4. hu. § 41. demõstrata) rectæ ab angulis ad apposita bifariata latera se mutuo secant.

Suppono secundo ex Commandino ad proposit. 14. Æquiponder. Archimed. in triangulo rectam basi parallelam ductam per centrum grauitatis intercipere tertiam partem reliquorum laterum, velut in triangulis ECG, HCK rectæ parallelæ basibus CE, CH, per α, & ζ ductæ intercipiunt tertiam partem laterum EG, HK.



Quoniam igitur triangula CEG, CHK rotata circa asymptoton CD. sunt inter asymptotos æqualium rectangulorum EF, HI æqualia dimidia; peripheriæ verò à cẽtris α, ζ factæ in ea rotatione, sunt inæquales, propter inæquales perpendiculares distantias ab α ad κ, & à ζ ad δ; soliditas verò conorum rectorum CLG, CNK conflatur ex ductu rotatæ quãtitatis triangularis in peripheriam rotationis à cẽtro grauitatis, iuxtà auream vniuersalem demõstratiuam (& effectu congruentem cum veris aliorum, præsertim antiquorũ Antistitum, demonstrationibus, vt in anteced. vidisti, & inferius videbis) regulam in vsu geometrico centri grauitatis: ergo differẽtia proportionis inter conos LCG, NCK accipienda est ex differẽtijs peripheriarum à centris grauitatis. Quoniam igitur vt peripheriæ ex rotationibus ipsorum α, & ζ, sic & semidiametri κα, δζ inter se habent; &, per secundum suppositum, κα est tertia pars semidiametri EG, & δζ est tertia pars semidiametri HK; ergo proportio trium κα

ad

ad tres 8 erit proportio semidiametri EG ad semidiametrum HK: ergo proportio coni LCG ad conum NCK est semidiametrorum. &c. Quod erat primo demonstrandum.

Secundo demonstro esse vt altitudines CE, CH, sic reciprocè conum ad conum. Quoniam enim æqualia sunt triangula CEG, CHK inter asymptoton CD, & hyperbolen AB, & per hanc 15 propos. habent circa æquales rectos angulos ad E, & H latera reciprocè proportionalia, est vt altitudo CE ad altitudinem CH, sic reciprocè semidiameter HK ad semidiametrum EG; sed vt semidiametri, sic soliditates, per priorem huius theorematis partem demonstratam; ergo vt altitudines, sic & soliditates reciprocè in conis isoscelibus ex triãgulis æqualibus inter asymptotos.

§. IV.

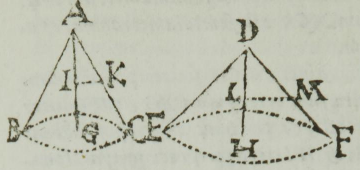
LEMMA

Demonstratũ ex nouo vsu centri grauitatis. Conorum rectorum, ac inæqualium altitudinum, quorum latera sunt æqualia, superficies sine basibus, sunt inter se, vt basium semidiametri.

PRæmitto Lemma hoc vsui practico in re vasaria pro liquoribus, quem mox apponam. Demonstrationis hìc indicandæ similitudo cum facta demonstratione in anteced. theoremate facit vt hìc ponam hoc theorema. Quemadmodum enim coni inter asymptotos habent æqualia triangula soliditates conicas constanti a, rotationes verò centri grauitatis inæquales; sic & superficies conicæ hìc à nobis propositæ habent latera triangulorum rectis angulis opposita æqualia designantia superficies; at rotationes centri grauitatis habent inæquales.

Itaq; sint in seq. fig. sub isoscelibus superficies conicæ sine basibus (in æqualiũ altitudinum, siue inæqualium angulorum ad vertices A, D, ac proinde inæqualium etiam basium BC, EF, per 24 prop. li. 1) factæ ab æqualium laterum AB, AC, DE, DF rotationibus circà axes, siue

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2



circa latera AG, DH triangulorum AGC, DHF, & sint semidiametri IK, LM peripheriarum signatarum à rotationibus centrorum grauitatis in dimidijs K, M laterum AC, DF. Quoniam superficies eæ conicæ sunt æquales, productæ ex ductu peripheriarum à punctis K, M signatarum in quantitatem laterum AC, DF (iuxtà regulam geometricam centri grauitatis, quam etiam videbis in Schol. seq. congruentem cum aliorum demonstrationibus) & latera AC, DF ponuntur æqualia, ergo differentia, seu proportio inæqualitatis inter conicas eas superficies erit petenda ex inæqualitate semidiametrorum IK, LM sub inæqualibus peripherijs à punctis K, M designatis. Vt ergo peripheria à K ad peripheriam ab M designatam, sic semidiameter IK ad semidiametrum LM. Vt verò IK ad LM, sic semidiameter inter GC ad semidiametrum inter HF in æquiangulis triangulis AIK, AGC, & æquiangulis DLM, DHF. Ergo superficies conicæ BAC, EDF habent inter se proportionem semidiametrorum in basibus. Et quemadmodum LM maior est, quàm IK, sic semidiameter inter HF, maior, quàm semidiameter inter GC, indicat maiorem capacitatem superficiei sub EDF, quàm quæ sub BAC, licet maioris minor sit altitudo DH, quàm altitudo AG minoris superficiei conicæ; sine basibus acceptâ vtraq; superficie.

SCHOLION.

Congruit præcedens demonstratio ex centro grauitatis cum ijs, quæ habet Villalpandus lib. 6. cap 6. prop. 16, vbi demonstrat superficies conicas sine basibus sub æqualibus lateribus esse inter se, vt basium diametri; ac doctè ille quidem ex Archimede, & posterioribus libris Euclidis; at nos faciliùs pro Tyronibus ex vsu geometrico centri grauitatis, sine necessitate aliorum Anthorum. &c.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§. V.

VSVS, & COROLLARIVM ex---

---Præcedenti Lemmate, ac theoremate in re vasaria pro liquoribus.&c.

INuerte conicas superficies ABC, DEF, ac finge cyathos æqualium laterum, inæqualium altitudinum. Ne te fallat maior altitudo GA, quàm DH, ac putes plus vini hausturum te ex ABC, quàm ex DEF, habes vndè à fallacia te eximas. Itaque Physica si geometricà demonstratione abutens te trahat ad haustum ex EDF, Temperantia per abstractionem geometricam reuocet te potius ad haustum ex ABC.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

TOMI SECVNDI
ÆRARII
Philoſophiæ Mathematicæ
PARS SECVNDA

Complectens propoſitiones 16, &c. ad finem libri 6.

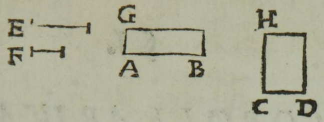
Propoſitio XVI. Theor. XI.

Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, erit quod extremis continetur rectangulum æquale illi, quod medijs continetur rectangulo. Et ſi rectangulum extremis contentum æquale fuerit medijs contento rectangulo, quatuor illæ lineæ proportionales erũt.

Sint quatuor rectæ AB, CD, E, F proportionales, vt AB ad CD, ita E ad F. Dico rectangulum AB, & F contentum æquale eſſe conteto CD, & E. [a] Ducantur à punctis A, C ad rectas AB, CD ad angulos rectos AG, CH; ſitq; ipſi F æqualis AG, & ipſi E ipſa CH, compleanturque parallelogramma BG, DH.

[a] prop. 11, 1.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2



DH. Et quia eſt vt AB ad CD, ita E ad F, & eſt E ipſi CH, & F ipſi AG æqualis, erit vt AB ad CD, ita CH ad AG: [b] parallelogrammorum ergo BG, DH latera, quæ circa æquales angulos ſunt, reciprocantur: [c] quorum autem parallelogrammorum ęquiangulorum latera reciprocantur, illa æqualia ſunt: parallelogramma ergo BG, DH æqualia ſunt. Et eſt BG quod AB, & F continetur (eſt enim AG ipſi F ęqualis) DH quod CD, & E continetur (eſt enim CH ipſi E æqualis.) Quod ergo AB, & F continetur æquale eſt ei, quod CD & E continetur rectangulo. Sit iam quod AB, & F continetur æquale ei quod CD, & E continetur. Dico quatuor rectas eſſe proportionales. Vt AB ad CD, ita E ad F. iiſdem conſtructis, cùm quod AB, F continetur, æquale ſit ei quod CD, E continetur, ſitque BG id, quod AB, & F continetur (eſt enim AG ipſi F ęqualis) DH vero quod CD, & E cõtinetur (eſt enim & CH ipſi E æqualis) erit BG ipſi DH æquale: & ſunt æquiangula. [d] Æqualium autem, & ęquiangulorum parallelogrammorũ latera, quæ circa æquales angulos, reciproca ſunt. Erit ergo vt AB ad CD, ita E ad F. Si ergo quatuor rectæ lineæ, &c. Quod oportuit demonſtrare.

b *propoſ.* 14.6.

c *propoſ.* 14.6.

d *propoſ.* 14.6.

SCHOLION.

H*Aſce 16, & 17 propoſ aliter demonſtratas ex vſu geometrico centri grauitatis vide in Epilogo planimetrico ſub finẽ 3 partis hu. 2. To.*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§. I.

COROLLARIVM I.

Propositio 16, & eius conuersa etiam ad triangula rectangula traductæ.

NAm quod demonstratum est de totis, idest rectangulis quadrilateris valet etiam de dimidijs, idest de triangulis rectāgulis. Applica, & fruere hac appendicula geometrica etiam ad praxes non inutili, si mecum, ac quò ego prospicias.

§. II.

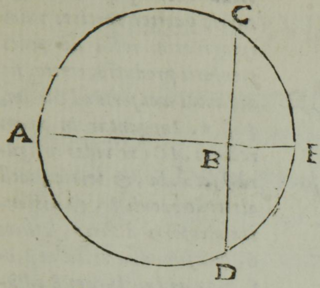
PARADOXVM—

—In Praxi, (firmatâ partim ex hac 16 prop. l. 6.) Tribus datis rectis lineis quartam proportionalem inueniendi e lib. 3 Eucl.

AD basce 16, & 17 spectant ea, quæ supponunt duas prop. li. 3, in 3 par. hu. Tom. & expresso nomine praxeωn inscripsimus, de more aliorum Authorum, apud quos dum praxes exercētur, nihil refert supponi aliqua in posterioribus deinde completè demonstranda. Paradoxum verò etiam quod hìc proponimus est quatenus id habet inopinati, ac noui, quod docet modum inueniendæ quartæ proportionalis (vt & ad seq. 17, tertiam, & mediam videbis) e li. 3, in quo nullum eius inuentionis vestigium videtur inesse.

Finge enim tres datas esse rectas, quibus inuenienda sit quarta proportionalis, ad quam ita se habeat tertia, vt prima ad secundam, iungantur

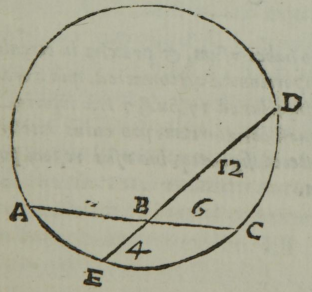
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2



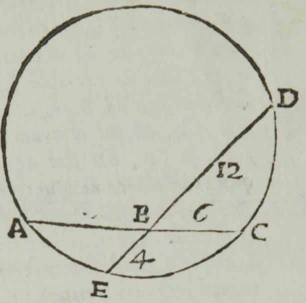
gantur in vnam CD, secunda CB, & tertia BD, & ad iuncturam B iungatur ad angulos lubitos (licet in exemplo figuræ hìc appositæ ad B anguli recti sint, & AB per centrum transeat, & CB, BD sint æquales; quæ conditiones non sunt necessariæ) prima AB. Per C, A, D ducto circulo, protracta BE erit 4. eruntq; (nempè latera reciprocorum rectangulorum) vt AB ad BC, sic BD ad BE. Sunt enim, per 35 tertij, rectangula æqualia, alterum sub extremis AB, BE, alterum sub medijs CB, BD; ergo per hanc 16 sunt quatuor AB, BC, BD, BE proportionales, & e lib. 3 inuenta est BE quarta proportionalis, iuxta à nobis propositum, ac præstandum.

§. III.

Vsus 16 propositionis, & praxis inuentionis quartę lineę prop. in circulo pro praxibus vniuersæ Geometriæ practicæ.



Exemplum imaginariũ esto pro Tyronibus in Altimetria. Circa turrim aliquam notæ sint (per aliquem è modis a nobis positis vel in Apiario nostro 2, vel in antecedentibus ad propositiones huius li. 6. Eucl. 2, 4, 8, &c.) tres quantitates lineares, prima, distãtia mensoris a baculo perpendiculariter ante turrim erecto passuum puta 4; secunda, altitudo



titudo baculi pass. 8, cuius, & turris pariter vertices vniat imaginaria recta ad pedes mensoris producta; tertia, sit distantia mensoris ad turrim, pass. 6. Iungantur in vnam rectam AC (vt vides in figurà) secunda, & tertia, idest altitudo baculi 8, & distantia mensoris à turri, scilicet 6, quæ sunt duæ rectæ AB, BC, mox ad iuncturam B adiũgatur in lubito angulo prima EB 4 distãtia mensoris à baculo. Tum per A, E, C ducatur circulus. Protracta EB in D, & dimẽsa BD mensuris ipsarum AC, EB, prodẽt mensuram quartam quæsitam, nempe turris altitudinẽ notatam in mensuris antecedentium triũ, scilicet 12 passuum.

§ IV.

COROLLARIVM II.

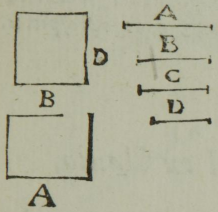
In quo Praxis è 16 prop. ac vsus geometricus aureæ arithmeticæ regulæ in circulo.

IN antecedenti vsu geometrico habes vsum, & praxim in circulo paradoxicam pro regula proportionum arithmeticà, quã aureã vocant. Expressiora videbis inferius ad 17. hu. § 7 Hìc interim indico ex antecedenti § 21 quasi corollarium; pro cuius intelligentià habes numeros in lineis anteced. fig. Atq; hic vsus reponi potest inter cætera circuli miracula.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Propositio XVII. Theor. XII.

Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint, erit quod extremis continetur rectangulum, æquale quadrato, quod fit à media. Et si quod extremis continetur rectangulum æquale fuerit quadrato, quod à media fit, erunt tres lineæ illæ proportionales.



Sint tres rectæ A, B, C proportionales, vt A ad B, ita B ad C. Dico quod A, C continetur æquale esse ei quod ex B. Ponatur D æqualis ipsi B. Et cum sit vt A ad B, ita B ad C, sit vero ipsi B æqualis D, erit vt A ad B, ita D ad C. [a] Cũ autem quatuor rectę proportionales sũt, est quod extremis continetur rectangulum, æquale ei quod medijs continetur rectangulo. Quod ergo A, & C continetur æquale est ei quod B, D continetur; at quod B, D continetur æquale est ei, quod ex B; est enim D ipsi B æqualis. Ergo quod A, C continetur æquale est ei, quod ex B quadrato. Sit iam quod A, C continetur æquale ei, quod ex B. Dico esse, vt A ad B, ita B ad C. ijsdem enim constructis, cùm quod A, C continetur æquale sit ei, quod ex B, & quod ex B æquale ei, quod B, D continetur, quòd B, D æquales sint; erit quod A, C continetur æquale ei, quod B, D continetur. [b] quando autem quod extremis continetur æquale est ei, quod continetur medijs, sunt quatuor illæ lineæ proportionales. Est igitur vt A ad B, ita D ad C: æquale autem est D ipsi B: ergo vt A ad B, ita est B ad C. Si ergo tres lineæ, &c. Quod oportuit demonstrare.

a propos. 16.6.

b propos. 16.6.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§ I.

COROLLARIVM I.

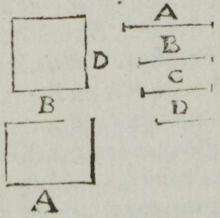
Propositio 17, & eius conuersa etiam ad triangula rectangula traductæ.

NAm quod demonstratum est de totis, idest rectangulis quadrilateris valet etiam de dimidijs, idest de triangulis rectangulis. Applica, & fruere hac appendicula geometrica etiam ad praxes non inutili, si mecum, & quo ego prospicias.

§. II.

COROLLARIVM II ex Clauio,

Et ampliatio proposit. 16, & 17 apud Eucl.



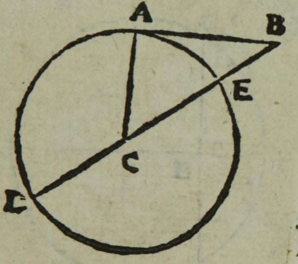
EX posteriori huius theorematis parte efficitur quamlibet rectam lineam esse mediam proportionalem inter quasuis alias duas rectas, quę comprehendũt rectangulum quadrato illius æquale. Ex eo enim quod rectæ A, C comprehendunt rectangulum æquale quadrato rectæ B, ostensum fuit esse vt A ad B, ita B ad C. Quare B media est proportionalis inter AB, & BC. *Sic Clauius à nobis applicatus fig. hìc apud Euclidem. Idem Clauius docet propositionem 16, & hanc 17 valere etiam de parallelogrammis non rectangulis, modò sint æquiangula. Pro quibus eadem est demonstratio quæ & de rectangulis.*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§. III.

PRAXIS-

—Duabus datis mediam proportionalem inueniendi, demonstrata partim ex hac prop. 17 apud Eucl.



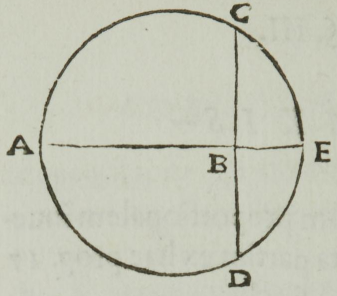
D*atà maiori DB, secetur in ea minor BE, & bifariatà DE in C, semidiametro alterutra CD describatur circulus. Tum, per ea, quæ docuimus ad 32 primi, à B ducatur tangens BA, quæ erit media proportionalis inter datas DB, EB; est enim rectangulum DBE, BE æquale quadrato ex AB, per 36 Tertij, ergo ex hac 17 AB est media, &c.*

§IV.

ALTERA praxis inueniendi--

--- Duabus mediam &c. cum demonstratione ex hac 17.

PROPOSITIO XVII.



IVnge datas AB, BE in vnam, & describe circulum ex bifariata, & per iuncturam B ad rectos, duc CD, eritque, per 35 Tertij, & hanc 17, alterutra CB, BD media proportionalis inter AB, BE; propter quadratum ex CBD æquale rectãgulo sub ABE. &c.

SCHOLION.

PRo vtraq; praxi antecedenti, vide etiam Apiar. 3. progym. 10, propos. 3, & 5. & in 3 parte hu. 2. To. ad prop. 35, & 36. li. 3.

§. V.

PRAXIS tertia—

(Duabus tertiam proportionalem. &c.) demonstrata partim ex hac 17. prop. Eucl.

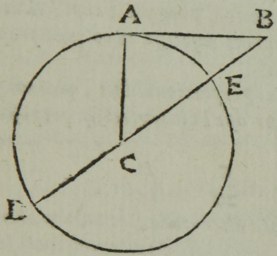
IN cit. Ap. 3. &c. prop. 1: Maior AB datarum iungatur ad rectos in B cum duplicata minore CB, BD. Per extrema A, C, D describatur circulus, & ipsa protracta ex B in E ad circumferentiam, erit tertia proportionalis, per hanc 17, & cit. 35. Tertij.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§ VI.

PRAXIS IV, quæ docet --

-- Conuersam propositionis 13 huius li. 6. apud Euclidem, exhibere; hoc est: datæ rectæ lineæ duas extremas proportionales adinuenire, ac describere.



AB extremo datæ AB excitetur (per 12 pri. & ad eam scholia) ad angulos rectos lubitæ longitudinis ipsa AC. Centro C, interuallo CA describatur circulus DAE. Ab extremo B per centrum C ducatur recta B-D. Erunt BE, BD duę extremæ ita, vt quemadmodum EB ad B-A, ita BA ad BD

Nam ex 36 tertij, tangentis AB quadratum est æquale rectangulo sub DB, BE, ergo, per hanc 17 sexti, sunt EB, BA, BD proportionales. *ex Apiar.3, Prog. 10, propos.4.*

SCHOLION.

Ad facilitatem, & libertatem exercendi proposit. anteced. problematis.

NOn est necesse ipsam BD transire per centrum; sat est ipsam posse à ducto circulo secari, vt patet ex casibus 36 prop. lib. 3. Eucl. *Vide ad prop. 30 huius aliter exhibitam hanc conuersam.*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§. VII.

Vsus arithmeticus propositionum 16,& 17.lib. huius 6.apud Eucl. in regula aurea,& eius probatione.

Regulæ, quam Arithmetici vocant trium, & examen, & probatio nituntur vtralibet, aut vtraque 16, & 17 propositione lib. huius 6 Eucl. Exempla luculenta habes in nostro Apiar. 11 Arithmetico, Progym. 4 cap. 4. Illuc reuise. Ne tamen hic videamur Tyronibus defecisse in eo quod proposuimus, breuiter indicabimus aliqua.

I. Datis quatuor quantitatibus proportionalibus, quarum vna ignota sit in numeris, ea reperietur ope huius vtriusq; propositionis in exemplo sic.

A	B	C	D
4	12	20	60

Si notæ sint mediæ B, C, & nota alterutra extremarum A, vel D, altera extrema ignota reperitur post multiplicationem inter se mediarum B, & C, & partitionem producti per notam alteram extremarum. Duc 12 in 20, productum est 240, quod diuisum vel per 4 dat 60, vel per 60 dat 4. Qui numeri sunt alteruter quartus proportionalis. Vt enim 4 ad 12, sic 20 ad 60. &c. Eodem modo si nota sint extrema A, D, & alterutrum mediorum B, C ignotum sit, multiplicentur inter se A, D, fiat producti diuisio per B, vel C, & dabitur quarta quantitas nota in numeris ex ignota.

Ratio, demonstratio, & theoria sunt ex hic apud Eucl. quia cùm rectangulo extremarum A, D sit æquale rectangulum ex medijs B, C (sunt enim ex suppositione quatuor proportionales quantitates) ergo si altera extremarum ignoretur in numeris, erit illa, quæ deficit prima extremarum ad complendum rectangulum, siue productum à duabus medijs. Vt autem sciatur id, quo deficit prima extremarum ad complendum rectangulum, siue productum ex medijs, productum ex medijs diuiditur, siue subtrahitur quoties potest (est enim, vt docuimus in nostris Apiarijs, Diuisio quædam proportionata subtractio) ex producto mediarum quantitatum altera extrema quantitas nota,

& residuum, siue Quotiens diuisionis, est altera extrema, quæ erat ignota. Ex rectangulo, siue producto ex B in C 12 in 20, quod est 240 subtrahitur (quod est diuidere, &c.) altera extrema A 4 quoties potest, siue exploratur quoties sit 4 in 240, & in quotiente datur 60; toties enim est 4 in 240, siue toties subtrahi potest 4 ex 240, estque productum ex 4 in 60 sub extremis A, D rectangulum 240 æquale rectangulo, siue producto ex medijs B, C, 12, 20; ac propterea trium A, B, C, 4, 12, 20 quarta proportionalis quantitas in numeris est D 60. Quæ dicta sunt in exemplo quæsitæ alterius extremarum, intellige, atq; experire, mi Tyro, tute in exemplo cum quæritur altera ignota mediarum.

2. Ex prædictis patet etiam cur rectæ operationis factæ per regulam auream, siue proportionum, fiat examen multiplicando extrema inter se, itemque media inter se; ac si sint producta inter se æqualia, indicent ritè, ac rectè factam esse inuentionem quartæ proportionalis quantitatis. Nam apud Eucl. hìc, cum rectangula mediarum, & extremarum sunt æqualia, lineæ, siue numeri, sunt quatuor proportionales. Itaq; habes ex altera parte propositionum 16, & 17 regulam proportionum, ex altera & conuersa examen eiusdem regulæ proportionum.

Vide proposit. 19. lib. 7 Euclidis, quæ est in numeris, cum sua conuersa, eadem quæ hìc cum sua conuersa in lineis.

3 Quæ dicta sunt ex 16 propos. circa quatuor quantitates eadem intellige hìc etiam ad 17 proposit. circa tres, quando secunda est media proportionalis inter primam, & tertiam; habet enim tunc media quantitas rationem duarum, nempe secundæ, & tertiæ, dum respectu eodem ad primam, & quartam refertur, & quasi geminatur. In eo casu licebit inuenire tantùm alteram extremarum ignotam. Multiplicatâ enim in se ipsam mediâ, & factâ partitione per alteram extremarum, dabitur tertia; propter rationes ex 17 propos. huius, quæ similes sunt rationum a nobis allatarum ex 16 propos. Vide propos. 20 libri 7. Elem. vbi arithmeticam demonstrationem habes.

Sint 4, & 6; quænam erit tertia proportionalis quantitas in numeris ita, vt 6 sit media, & quemadmodũ se habet 4 ad ipsam quantitatem 6, ita & 6 ad tertiam? fiat quadratum è 6, siue productum 36. Huic erit per hanc 17 æquale rectangulum ex prima 4, & ex tertia ignota. Partire rectangulum 36 per 6, & Quotiens erit 9 tertia quæsita quantitas proportionalis, vt 4 ad 6, ita 6 ad 9. estq; idem productum, seu quadratum ex media idest 36 ex 6, quod & ex extremis 4, & 9 inter se ductis, &c.

§ 8.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§. VIII.

Vſus 17 propoſit apud Eucl. pro inuenienda in numeris, ſiue per numeros media proportionali. &c.

SI ſint duæ quantitates numeratæ, ſiue conciſæ in partes, ſeu numeros, velut 4, & 9, inter quas inuenienda ſit media; quoniam ex hac 17 prop. productũ ex prima, & tertia eſt æquale quadrato mediæ, ductis inter ſe 4, & 9 fit productum 36, ergo radix quadrata, ſiue numerus, qui in ſe ductus cõficit 36, erit latus eius quadrati, ſiue numerus medius proportionalis inter 4, & 9, nempe numerus 6.

Vide in Apiar. noſtro 11, progym. 4, cap. 5, & ſequentibus, egregia circa radicis quadratæ inuentiones, atque etiam cubicæ è miris numerorum progreſſionibus.

Ex his a nobis dictis conſtat modus, quo nos vſi ſumus in inuentione mediæ lineæ proportionalis per circinum proportionum in Ap. noſtro 12, in applicatione 34 ad lib. 6 Eucl num. 4. Vide ibi notata, vbi oſtendimus non expedire in eo circino ea inuenire, quæ ſupponunt operationes alias arithmeticas, & prolixiores. &c.

§. IX.

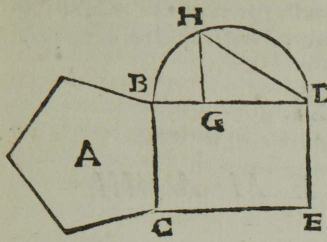
PROBLEMA I.

Datum rectilineum quadrare ex hac 17. prop. apud Euclid.

SIt rectilineum A quadrandum, ſiue vertendum in illi æquale quadratum. Per 45 propoſ. lib. 1. ſuper vno latere BC dati A conſtituatur ad angulum rectum parallelogrammum, hoc eſt

rectan-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2



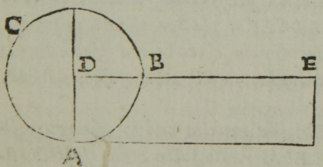
rectangulũ CD dato AE æquale, & inter CB, BD inueniatur media proportionalis. Super qua excitatum quadratum erit æquale dato A. Nam, per hanc 17, quadratum super media trium proportionaliũ est æquale rectangulo sub prima CB, & tertia BD. Inuentio verò mediæ indicatur facilis in figura, descripto semicirculo BHD super latere BD, & secta DG æquali ipsi DE, & excitata perpendiculari GH, & iunctà rectà HD, quæ, per Corol. 8 propos. huius li. 6. est media inter BD, DG, idest DE. erit ergo HD latus quadrati æqualis ipsi A.

Dato rectangulo æquale aliud quodlibet rectilineum, figuræ etiam non quadratæ, constituere, pertinet ad 20, siue ad 25 propos. huius ibi vide inferius.

§. X.

PROBLEMA II,

Siue praxis quadraturæ Circuli, ex 17 hac prop.



DAtus circulus ABC vertatur in æquale rectangulum AE, per ea, quæ docuimus ad 45 pri. § 5. mox inuenta media proportionalis inter AD, DE erit latus quadrati æqualis rectangulo AE, cui, cùm sit æqualis circulus ABC, erit idem quadratum æquale ipsi etiam circulo.

Dato circulo æquale rectilineum cuiuscunque figuræ, etiam non quadratæ, constituere, pertinet ad 20, siue ad 25 proposit. huius, ibi vide.

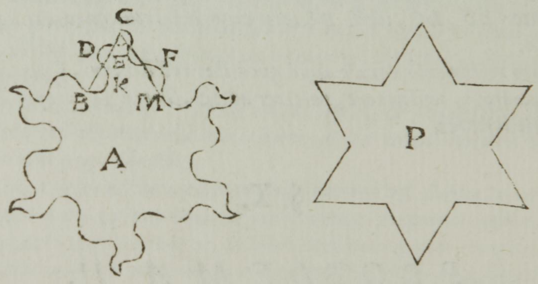
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Quemadmodum ad easdem 20, vel 25 pertinet dato rectilineo cuiuscumq; figuræ circulum æqualem. &c. Videbis apud nos ad eas prop.

§. XI.

PROBLEMA III.

Curuilineum radiatum quadrare.



1 *SVpporo curuilineum factum esse ex figura rectilinea aliqua regulari iuxta artem, quam habes a nobis in Proteo Geometrico Apiario 1, prælib. 3; præsertim radios (velut in figura hic A radium BKDCEFM) factos esse ex oppositis æqualibus segmentis æqualium circulorum circa latera isoscelium triangulorum, vt vides circa occulta latera BC, CM isoscelis BCM, iuxta praxes in cit. Apiario.*

2 *Suppono Isoscelia ea, vt BCM, esse æqualia radijs, siue curuilineis cuspidibus, velut ipsi BKDCEFM radio facto circa isosceles BCM. Quod secundum hic suppositum demonstratum habes apud nos non solum in citat. Apiar. sed etiam in tom. 1. huius Aerarij, § 5 ad axioma 7. Ibi reuise figuram, & breuissimam demonstrationem ex eo axiomate 7.*

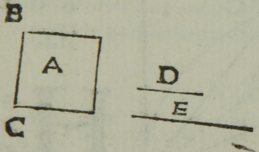
Itaq; iuxta hic supposita, figuræ radiosæ curuilineæ A finge radios esse sex, & singulos verte in æqualia isoscelia habentia, pro basibus latera

latera regularis hexagoni, vt vides P. Vide cit. Ap. Curuilineo igitur A radiato transformato in æquale rectilineum P, & rectilineo P transformato in æquale rectangulum, per 45 pri. li 6 & super inuenta media proportionali inter latera rectanguli excitato quadrato, vt in antecedentibus duobus problematibus, erit curuilineum radiatum præcisè geometricè quadratum, sine vlla supposita propositione vel Archimedis (vt fit in quadratura circuli) vel alterius Authoris. Cùm tamen radiatum curuilineum A videatur magis distare à quadratura, quàm circulus, propter figuræ heterocleitatem. Vide cit. Apiarium.

§. XII.

PROBLEMA IV.

Dato quadrato æquale rectangulũ constituere.



HOc problema ex 17 hac propositione non erit facile ad soluendum nisi illi, cui notum sit problema nostrum, quod est in antec. conuersum 13 propos. huius lib. 6. & aliter etiam ad 30. &c. scilicet: datæ rectæ duas extremas proportionales adinuenire. *Quo supposito ad eam 13 propos. a nobis peracto, & demonstrato, statim propositum hìc problema soluitur.*

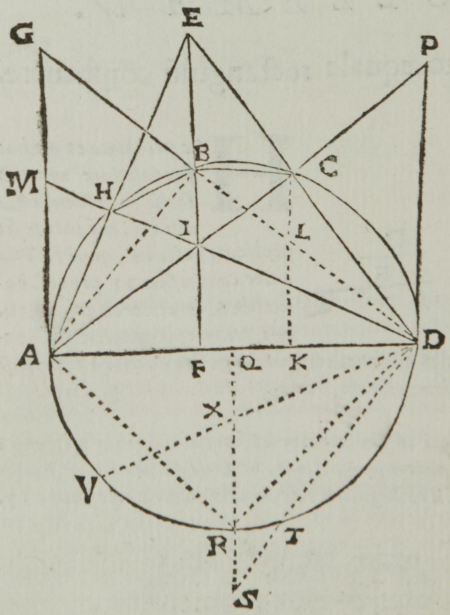
Nam dati quadrati A vni laterum BC inuentis duabus extremis proportionalibus in eadem proportione, vt D ad BC, ita BC ad E, conflatum ex duabus D, E rectãgulum erit æquale quadrato, per hanc 17.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§XIII.

THEOREMA I.

In ſemicirculo rectà perpendiculari erectà ex aliquo puncto diametri, & protractà etiam extra peripheriam, omnia rectangula comprehenſa ſub ſegmentis interceptis inter eundem terminum diametri, inter perpendicularem, & inter peripheriam, ſunt inter ſe ſe æqualia.



Haec propoſitio pluribus in Geometria ſpeculatiua inſeruire poteſt, vt in aliquo apud nos exemplo videre poteris.

Igitur à quocunque puncto F diametri AD erecta ſit perpendicularis FB protracta etiam extra ſemicirculum AHBCD vt lubet in E, & à termino D ducantur quot-

quotlibet rectæ DH, DC, quarum DH intercepta sit inter D, & inter peripheriam in H, & secans perpendicularem EF in I; DC vero intercepta sit inter D, & inter perpendicularem in E extra semicirculum, & secans peripheriam in C, quemadmodum & ipsa diameter est intercepta inter D, & A, & secans in F perpendicularem. Dico rectangula sub DH, DI, item sub DE, DC, quemadmodum & sub DA, DF, esse inter se æqualia. Pariq; ratione rectangula sub AD, AF, item sub AC, AI, item sub AE, AH affirmo esse inter se æqualia.

Iungantur enim AB, BD; patet è secundà parte corollarij post 8 propos. huius lib. 6, latus BD esse medium proportionale inter DA, DF, pariterq; latus AB esse medium proportionale inter AD, AF. Atqui BD est etiam medium proportionale inter DI, DH, itemque inter DE, DC; pariterq; AB est medium proportionale inter AC, AI, & inter AE, AH, per theor. 1. in § 37 ad 4 huius; ergo, per hanc 17 prop. Eucl. erunt rectangula DA, DF, & DE, DC, & DH, DI æqualia vni, eidemq; quadrato ex DB; ergo æqualia inter se. Pariter rectangula AD, AF; AC, AE; AI, AH sunt æqualia quadrato ex AB, & æqualia inter se.

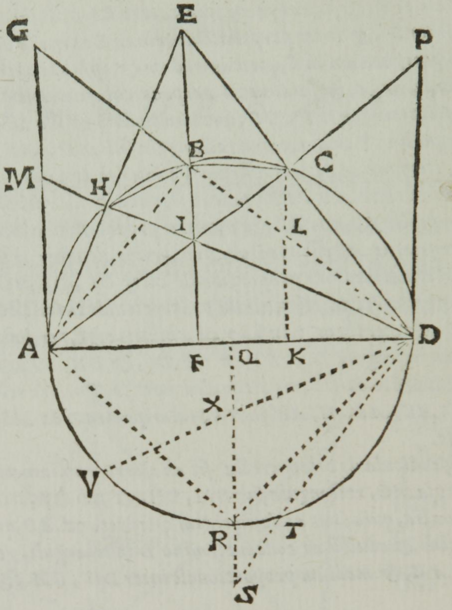
Si perpendicularis etiam erecta sit ab alterutro diametri extremo A, sitq; ipsa AG, rectangula sub DM, DH, & sub DB, DG erunt inter se æqualia, quia sunt æqualia eidem quadrato ex AD, quod est latus adiacens, & eductũ ab eodem termino D in triangulis rectangulis DAG DAM, & medium proportionale inter DH, DM, & inter DG, DB.

§ XIV.

THEOREMA II.

Si ad diametrũ circuli in extremis punctis duæ perpendiculares excitentur, & ab eisdem extremis per vnum, idemq; punctum circumferentiæ due alię rectę circulum secantes ducantur occurrẽtes duabus perpẽdicularibus, erit rectangulum comprehensum sub vtralibet secantium, & eius segmento interiore, quadrato diametri æquale.

Hoc



Hoc theorema, quod proponit Cardanus lib. 16 de subtilitate, & Iohannes Baptista Benedictus demonstrat, sine alia demonstratione patet ex antecedentibus apud nos ad hanc 17 Eucl. Nam si, quemadmodum ab extremo A diametri AD erecta est perpendicularis AG, erigatur altera ab extremo D, puta DP, & quemadmodum ducta est ex D recta secans circumferentiam in B, & occurrens perpendiculari AG in G, sic etiam altera ducatur ab A secans peripheriam in C, & occurrens perpẽdiculari in P, quoniam per coroll. prop. 8 huius lib. 6, & § 21 ad eam, diameter, siue latus AD in triangulis rectangulis ADP, DAG est medium proportionale inter AP, AC, & inter DG, DB, ergo, per hanc 17, ea gemina rectangula sunt æqualia quadrato eiusdem diametri.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§. XV.

THEOREMA III.

Si in circulo diametri ſeſe ad rectos angulos ſecent, & ab vnius extremo puncto recta ducatur vtcunque ſecans circumferentiam, & alteram diametrum ſiue productam, ſiue non productam; erit rectangulum comprehenſum ſub duobus ſegmentis huius lineæ ductæ, quorum vnum inter extremum punctum prioris diametri, & ſecundam diametrum, alterum vero inter idem punctum extremum, & circumferentiam interijcitur, æquale quadrato intra circulum deſcripto.

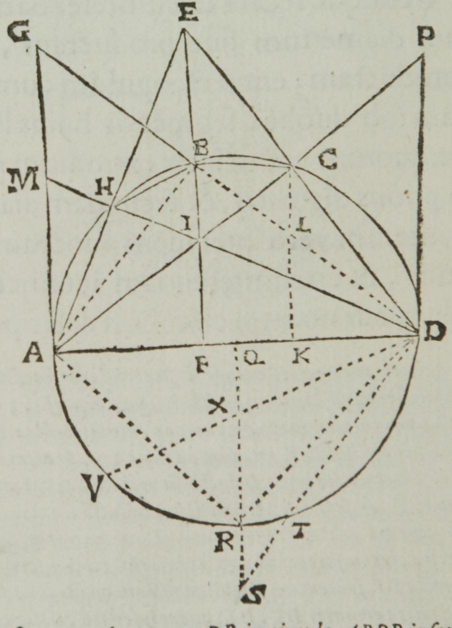
HOc pariter theorema Cardani à Benedicto demonſtratum dupliciter apud Clauium in ſcholijs poſt propoſ. 33 ſexti, nobis pro corollario eſt, & patet ex antedemonſtratis tum ad 4 propoſ. huius, § 37, tum ad hanc 17. Si enim in circulo ABDR ab extremo diametri D ducta ſit recta vel DS ſecans circumferentiam in T, & ſemidiametrum QR productam extra circulum in S, vel recta DV, ſecans in X eandem ſemidiametrum QR non productam extra circumferentiam, & occurrens circumferentiæ in V; Quoniam recta DR ſubtendens angulum rectum quadrantis, eſt media proportionalis tam inter DS, DT, quàm inter DV, DX, per § 37 ad 4 huius; ergo per hanc 17, vtrunque rectangulum ſeorſim eſt æquale quadrato ex DR inſcribendo in circulo ABDR eodem prorſus modo, quo præmonſtratum eſt in antecedentibus ad hanc 17, æqualia eſſe rectangula ſub DE, DC, & ſub DH, DI quadrato ex DB. &c. Niſi quod FE non eſt ſemidiameter extra circulum producta, & DB non ſubtendit quadrantem, quemadmodum QS eſt ſemidiameter producta extra circulum, & DR quadrantem ſubtendit.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§. XVI.

THEOREMA IV.

Quadratum costæ est æquale rectangulo sub diametro, & semidiametro quadrati.

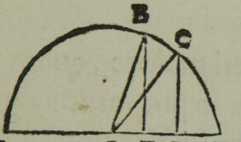


SI fingas quadratum ex DR in circulo ABDR inscriptum, quoniam ex angulo recto ARD in semicirculo AVTD perpendicularis RQ demissa est in basim AD, & per coroll. 8, propos. DR, vel RA, est latus medium proportionale inter AD, DQ; ergo per hanc 17, rectangulum sub AD diametro, & sub DQ semidiametro est æquale quadrato ex vtralibet costa DR, vel RA quadrati sub ijs &c.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§ XVII.
THEOREMA V.

Si curuæ lineæ recta subtendatur, & quæ à lineà ad subtensam perpendiculares ducũtur possint æquale ei, quod ipsius subtensæ partibus continetur, dicta linea circuli circumferentia erit.



Hoc theorema ad hanc 17 spectans vsui est in demonstrationibus circa sectiones, & theorias conicas, & cylindricas, & est apud Eutocium ad 5 propos. lib. 1. Con. Apollon. apud Pappum lemm. 2. in l. 1 conic. eiusdem Apollonij, & apud Serenum Antinsensem Philosophum lib. 1. de sect. Cylin. propos. 4. Atq; Eutocius quidem, præter directam demonstrationem, expedit etiam theorema demonstratione indirecta sic: Si enim circulus, qui circa AD discriptus est, non transit per B punctum, erit a rectangulum DEA æquale quadrato lineæ maioris, vel minoris ipsa EB, quod non ponitur. *Demonstrationem verò directam vide apud Serenum citatum. Eam nos hìc omittimus, quia supponit aliqua è lib. 2 Elem. Quem Tyroni nos nondum suggessimus in hac nostra compendiaria methodo. Nec in theorematibus tam facilis venia datur suppositionibus, quàm in problematum praxibus.* a 13. 6.

§. XVIII.
SCHOLION I.

Paradoxum de tribus rectis lineis inter se proportionalibus, quarum mediæ quadratum

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

non eſt æquale rectangulo ſub extremis, cōtra propoſ. 17 huius.

AD 30 propoſ. huius inferius § 9, in fine, vbi conſtat propoſiti paradoxi contra hanc 17 demonſtratio, & ſolutio ex occaſione ſectæ lineæ mediâ, & extremâ ratione, videbis id, quod hîc tantùm indicamus ex occaſione huius 17 propoſ. contra quam videtur paradoxum. Illuc ad 30 propoſ. te prouoco.

§. XIX.

SCHOLION II.

De quadrato medij numeri maiore, quam rectangulum ſub extremis in proportionalitate Arithmeticâ; minore verò in Harmonicâ, &c.

VIde nos ad 5 propoſ. lib. 2 Elem. vt ex ijs ornes cum paradoxis hanc 17. propoſ.

§ XX.

SCHOLION III.

Propoſitiones 16, & 17 hu. vniuerſaliſſimè demonſtratæ de toto genere quantitatis, &c.

SCilicet etiam de quantitate diſcretâ in arithmeticis, & non ſolum de figuris planis, ſed etiam de ſolidis, ac per notas vulgatas logiſticas, formatâ ſic vniuerſaliſſima propoſitione. Quatuor proportionalium quantitatum productum ab extremis eſt æquale producto à medijs; *vel:* trium proportionalium quantita-

tum

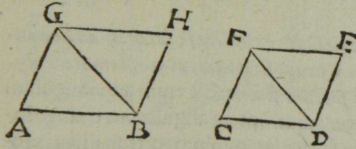
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

tum productum ex media est æquale producto ex prima, & tertia. *Ostensionem in notis arithmeticis habes in § 10 ad propos. 14 huius Quod enim ibi in numeris ostensum est de planis, & solidis, congruit cum hoc Scholio. Nam ibi numeri reciprocè proportionales 2, 6, 4, 12 producunt æqualem ex extremis 2, & 12, & ex medijs, 6, & 4. Vide in Breuiario nostro Stereometrico, sect. 1. num. 3. Habes hic demonstratas simul cum 16, & 17 hu. etiam libri 7 propositiones 19, & 20 arithmeticas & libri 11 propositionem 36 solidam de parallelepipedis.*

Propositio XVIII. Probl. VI.

Super data recta linea dato rectilineo simile similiterque positum rectilineum describere.

OPorteat super data AB dato rectilineo CE simile, similiterque positum rectilineum describere. Ducatur DF, & [a] constituantur ad puncta A, B rectæ AB anguli GAB, ABG æquales angulis C, CDF; eritq; reliquus CFD reliquo AGB æqualis: triangula igitur FCD, GAB sunt æquiangula. [b] Est ergo, vt FD ad GB, ita FC ad GA, & CD ad AB. [c] Constituãtur rursus ad puncta B, G rectæ BG anguli BGH, GBH æquales angulis DFE, FDE; eritque reliquus E reliquo H æqualis: triangula ergo FDE, GBH æquiangula sunt; [d] est igitur vt FD ad GB, ita FE, ad GH, & ED ad HB. Ostensum autem est, esse vt FD ad GB, ita FC ad GA, & CD ad AB, [e] igitur vt FC ad AG, ita est CD ad AB, & FE ad GH; itemque ED ad HB. Et cum angulus CFD ęqualis sit angulo AGB, & DFE ipsi BGH, erit totus GFE toti AGH æqualis. Eadem de causa



a propos. 23. 1.

b propos. 4. 6.

c propos. 23. 1.

d propos. 4. 6.

e propos. 11. 5.

erit angulus CDE æqualis angulo ABH. Est verò & angulus C angulo A, & angulus E angulo H æqualis: æquiangula ergo sunt AH, CE, habentque latera circa æquales angulos proportionalia. f Est igitur AH rectilineum simile, similiterque positum rectilineo CE. Super data ergo recta linea, &c. Quod oportuit facere.

f def. 6. 1.

SCHOLION I.

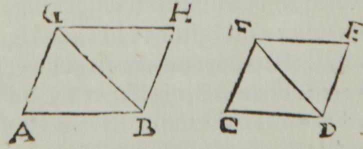
Quid sit figuras esse non solum similes, sed etiam similiter positas habes a nobis ad definit. 1 huius lib. 6.

§. I.

SCHOLION II.

Hallucinatio, & variatio circa demonstrationem huius 18 propos.

Campanus quasi per neglectum expedire se satagit ad demonstratione circa hanc 18 propositionem, atq; affirmat: Polygonum polygono dato factum simile: Est enim æquiangulum dato polygono propter æqualitatem angulorum triangulorum in quos est vterque diuisus; sed & laterum proportionalium, propter proportionalitatem laterum ipsorum triangulorum ex 4 propos. huius, &c. *At esto, mi Campane, sint triangulorum partialiũ æquales anguli, & latera eorum proportionalia, adhuc superest probare esse proportionalia etiam latera polygonorum ex ordine non interrupto.*



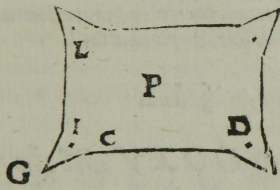
Nam facile quidem conceditur si partiales anguli (in figura Euclidis) AGB, & CFD, item BGH & DFE sunt inter se æquales, etiam totales AGH, CFE esse æquales, ac licet

licet vt latus AG ad FB, ita sit CF ad FD, & vt BG ad GH, ita DF ad FE (sic enim sunt proportionalia latera triangulorum) non tamen inde statim apparet demonstratum esse vt AG ad GH, ita CF ad FE ex ordine, sine interpositione ipsorum GB, FD; nisi vtaris probationibus vel iuxta Euclidem, vel iuxta alios exactiores interpretes.

Euclides quidem vtitur 11 propos. lib. 5. At fortasse ad maiorem pro Tyronibus facilitatem Orontius, & Clauius vtuntur prop. 22, & argumentantur ex æqualitate sic. Quandoquidem est vt AG ad GB, ita CF ad FD, & vt BG ad GH ita DF ad FE, ergo ex æquali, vt AG ad GH, sic CF ad FE. &c sine qua probatione non constat demõstratio è sola laterum circa triangula æquiangula proportione, vt indicat Campanus.

§. II.

Vsus, & Praxis militaris proposit. 18 in circino proportionum.



Oppidi P forma maior sit transferẽda in minorem B, ita vt omnes partes, & latera, & totum rectilineum B sit in partibus, & in toto simile ipsi P. Vtere in circino proportionum eà facie, in qua diuisio est rectæ lineæ in partes æquales 100. Ad pr. 10, § 14. Longitutinem lateris, siue lineæ, puta CD oppidi P aptato in circini crure alterutro à centro A, ver. gr. ad 30. Deinde lineæ EF (super qua constituendum est B simile, similiterq; positum ipsi A) lõgitudinem, siue interuallum interpone, diducto circino ABC, inter 30, & 30. Atq; in immoto sic circino habebis (quod mire iucundum, ac vtile est) in quodam quasi promptuario reliqua omnia latera rectilinei B proportionalia, & homologa reliquis lateribus rectilinei P. Nam interuallo CG aptato ad A in circino vsq; ad, verbi gr. 10, interuallum inter 10, & 10 dat homologum EH, ac sic deinceps ex ordine GI, HK &c. Sic IL translatum sit in circinum ab A ad 20; interual-

lum

lum inter 20, & 20 dat homologum KN. &c.latera tamen FE, EH, HK, KN, &c. iunge in angulos ad E, H, K, N, &c. æquales angulis C, G, I, L, &c. iuxta praxes a nobis edoctas ad 23 propos. lib. 1.

2 In qua tamen angulorum æqualitate conficienda non nihil operositatis est. Ac propterea, quod & alibi monui, vsus aliqui, & praxes in circino proportionum ingeniosi quidem sunt, sed non expediunt, quia geometricè fieri possunt eædem operationes expeditius, vt alibi apud nos vidisti, & mox insequenti § videbis. Ad varietatem tamen ingeniosam, & condimentum eruditum Euclidianarũ propositionum apponuntur à nobis pro varijs Lectorum ingenijs variæ praxes.

3 Demonstratio huius vsus, & praxis tota est in 4, & 18 hac propos. huius lib. 6. Sunt enim omnia triangula æquiangula communem angulum in A vertice circini habentia. Et vt latera maioris rectilinei in circino, A 10, A 20, A 30, &c. inter se sunt, in eadem proportione latera minoris rectilinei, siue interualla inter 10, & 10, inter 20, & 20, inter 30, & 30, &c. Sunt inter se, permutando, &c.

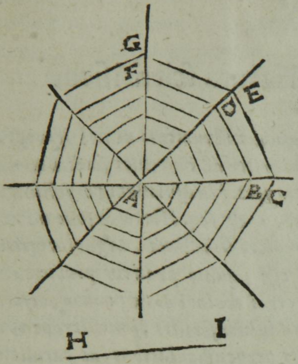
Inuerso ordine praxis erit exercenda in translatione minoris formæ oppidi in formam maiorem; scilicet transferendo latera minoris in alterutrum latus circini AB, AC, & diducto circino ad interuallum primi lateris formæ maioris iuxtà terminos primi interualli translati inter A, & numeros in circino proportionum. Vsus aperiet tibi, mi Tyro, in exemplis hæc, & plura alia.

§. III.

PARADOXVM in-

-- eàdem Praxi, dum geometricè expeditior ab Aranea in Apiarijs nostris geometrizante docetur.

1 P*Er simplicem ductum parallelarum modis pluribus a nobis edoctarum ad lib. 1. prop. 31, & per resolutionem rectilinei siue formæ oppidi datæ in triangula, expeditior fit operatio, & cura operanti eripitur angulorum æqualium constituendorum, vt docuit nos Aranea in Apiar. 1 Prælib. 2. Vides eius animarculi telam proportionum esse pro circino proportionum, in qua*



telà fila parallela transuersa ducta sunt per centralia alia fila, ceu BDF, CEG deducta per AC, AE, AG. Quæ cētralia fila sūt instar crurū circini proportionū. Et fila parallela sunt pro interuallis acceptis inter numeros eiusdem formę. &c. Ac, si quadrangulo ABDF sit super data HI constituendum maius quadrangulum simile, similiterque positum, &c. ab vno quatuor angulorum A ducantur per reliquos F, D, B rectæ AG, AE, AC, & sumatur ipsi HI in latere vtrolibet AG, vel AC æqualis, verb. gr. AC; à C agatur ipsi BD parallela CE, & ab E ipsi DF parallela EG, erit quadrangulum ACEG simile, similiterque positum dato ABDF, per simplicem ductum parallelarum expeditiùs etiā, quàm Euclides. &c. Similis erit ratio constituendi minus polygonum dato maiori simile. &c.

2 Hoc Araneæ exemplo oppidi aut munimenti bellici forma siue regularis, siue irregularis maior in minorem similem, &c. geometricè ac demonstratiuè transferri potest. Relinquo industriæ tuæ applicationem hanc, ne morosi videamur circà eadem, aut similia.

SCHOLION III.

Ad ornandam erudite 18 propos.

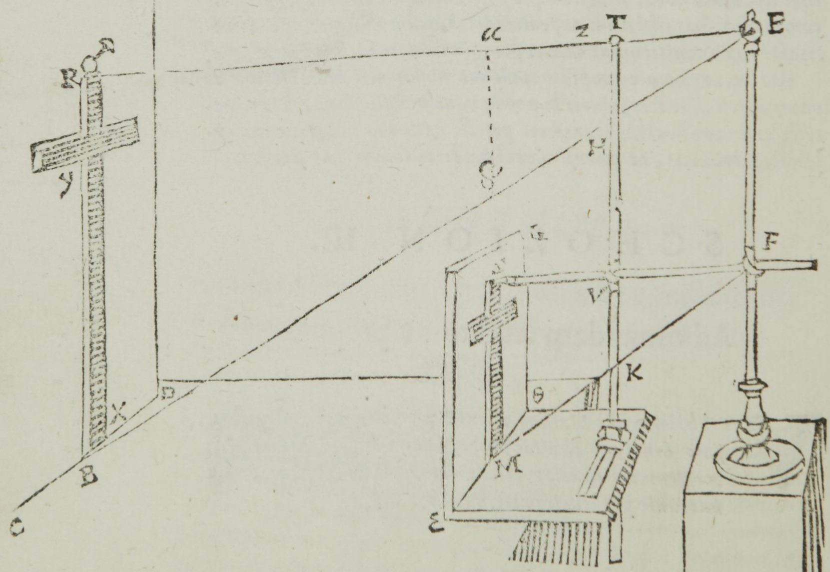
VT Philosophus Mathematicus Tyronibus, atq; auditoribus suis ornet, & condiat propos. hanc 18 Eucl. afferat, præter geometrica, etiam eruditiones, quas ex Æliano, Plinio Vitruuio posuimus in cit. Pr. lib. 2. Ap. 1.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§. IV.

Vsus propos. 18 in Pictura scientifica.

SVppono constructionem, ac vsum instrumenti nostri scenographici, quo vtimur perpendiculariter ad imagines sciẽtificè pingẽdas quàm simillimas prototypis. Eius formam perfectiorem vide in Apiar. 5, prog. 2. cap. 4. & seq. Hìc vide schema vtcumq; in quo crux minor picta est maiori simillima. Agnosce igitur picturam crucis minoris nihil aliud esse, quam praxim problematis Euclidiani, quo ipsi polygono, siue cruci maiori datæ ponitur, describitur, pingitur polygonum, siue crux minor similis, similiterque &c. super recta FM. Sunt enim in planis perpendicularibus, ac parallelis

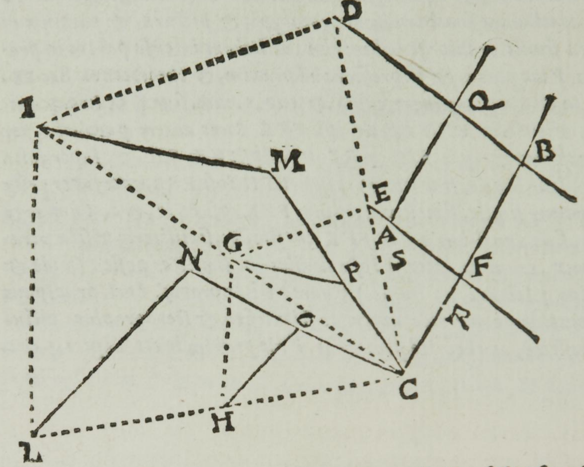


cruces parallelæ, & æquiangulæ, ac proinde argumentationes ex 18 huius concludunt similitudinem prototypi, & picturæ, & partium in pictura similiter inter se habentium, ac habent inter se partes in prototypo. Vide plura, & expressiora ad praxim, & theoricen ex hac 18. Eucl. in cit. Ap. 5. prog. 2. cap. 4. & cap. 5. num. siue § 5. In cap. quidem 4 ostenditur ETH æquale ipsi FVK. Sunt autem parallelæ, per constructionem, ipsæ TH, & RB, item ipsæ VK, SM, & super rectà ET ponitur simile, similiterq; ipsum ETH ipsi ERB, item super recta FV ponitur simile, similiterq; ipsum FVK ipsi FSM, &c. Cùm ergo eidem, siue æqualibus ETH, FVK sint similes, similiterq; positæ vtraque crux, erunt & inter se ipsæ similes, ac similiter positæ (vide & inferius q. lemma, 21 huius) Quare 18 hæc propos. Eucl. præcipuus est fontium geometricorum, vnde scientifica, & scenographica pictura practicè, ac theoricè promanat. Vide praxim in cit. Apiar. 5. &c.

§. V.

Vsus, ac theorice organicæ picturæ, in eodem plano è 18 propositione Euclidis.

Qvod nuper in exemplo Araneæ geometricè præstitimus, dum datam figuram maiorem, siue minorem in similem vel coarctauimus, vel ampliauimus, idque in eodem plano, licet idem etiam organicè præstare in plano eodem per instrumentum parallelogrammum plano ipsi parallelum, non autem perpendiculare, vt in antecedenti vsu ostendimus in planis inter se distantibus. Praxen, & theoricen prolixiores habes apud nos in citat. Apiar. 5. prog. 2. cap. 7, 8, &c. Hic tantùm pro scholij breuitate indico in apposita geometricà figura, in qua instar instrumenti est pa-

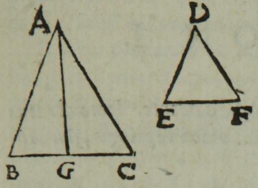


rallelogrammum CFAEBQD, cuius latera fixè mobilia ſunt in angulis A, F, B, Q, & haſta BC mobilis eſt circa C infixum tabulæ, in qua quadrangulum maius CDIL dum percurritur ab extremo D haſtæ ſuperioris, ac maioris BD, deſcribitur eodem momento quadrangulum minus CEGH ſimile, ac ſimiliter ſuper rectà CE ab extremo E haſtæ inferioris, ac minoris FE; & contra dum percurritur ab E datum minus EGH, deſcribitur à D ſuper CD maius DIL ſimile, ac ſimiliter. &c. Plura vide etiam circa conſtructionem, & vſum eius inſtrumenti in cit. Apiar. 5. &c. Facilis eſt ex antepoſitis à nobis, & ab Euclide demonſtratio. &c.

Propoſitio XIX. Theor. XIII.

Similia triangula inter ſe ſunt in dupla proportione ſuorum laterum.

SInt ABC, DEF triangula ſimilia habentia angulos B, E æquales, ſitque vt AB ad BC, ita DE ad EF, vt latera BC, EF ſint homologa. Dico triangulum ABC



BC ad triangulum DEF duplam habere proportionem eius, quam habet BC ad EF. [a] Sumatur enim ipsarum BC, EF tertia proportionalis BG vt sit quomodo BC ad EF, ita EF ad BG, ducaturque GA. Cùm igitur sit vt AB ad BC, ita DE ad EF, [b] erit permutando vt AB ad DE, ita BC ad EF, sed vt BC ad EF, ita est EF ad BG: ergo vt AB ad DE, ita est EF ad BG. Triangulorum ergo ABG, DEF latera circa æquales angulos reciprocantur. Quorum autẽ triangulorum vnum angulum vni æqualem habentium latera circa æquales angulos reciprocantur, illa æqualia sunt: [c] triangula ergo DEF, ABG æqualia sunt. Et quia est vt BC ad EF, ita EF ad BG; quando autem tres lineæ proportionales sunt, [d] prima ad tertiam duplam proportionem habere dicitur eius, quam habet ad secundam. BC ergo habet ad BG duplam proportionem eius, quàm habet ad EF. Vt vero BC ad BG, [e] ita est triangulum ABC ad triãgulum ABG: habet ergo triangulum ABC ad triangulum ABG duplam proportionem eius, quam habet BC ad EF. Est autem triangulum ABG æquale triangulo DEF: habet ergo triangulum ABC ad triangulum DEF duplam proportionem eius, quam habet BC ad EF. Similia ergo triãgula, &c. Quod oportuit demonstrare.

a *propos.* 15.6.

b *defin.* 10.5.

c *propos.* 15.6.

d *defin.* 10.5.

e *propos.* 1.6.

COROLLARIVM.

EX his manifestum est, si tres lineæ proportionales fuerint, esse vt prima ad tertiam, ita triangulum super prima descriptum ad triangulum super secunda simile, similiterq; descriptum. Ostensum est enim, vt est CB ad BG, ita esse triangulum ABC ad triangulum ABG, hoc est, ad triangulum DEF. Quod oportuit demonstrare.

SCHOLION I.

Hasce 19, & 20 propos. aliter facilè, ac euidenter demonstratas ex vsu geometrico centri grauitatis. vide in epilogo, seu Appendice in fine 3 par. hu. 2. To.

SCHOLION II.

Quam interpres ponit duplã intellige duplicatam proportionẽ. Sed dum addit: laterum, *indicat laterum quamcumq; proportionem duplandam, siue duplicandam.*

Griembergerus ad definit. 10 lib. 5 habet, inter cætera, quæ huc faciunt: ABCD: Quando omnes proportiones interie ctæ sunt eædem; tunc ratio A ad C dicitur, per compendium, esse duplicata proportionis A ad B, eo quod èadem ratio sit bis continuata per communem terminum B. Et A ad D dicitur triplicata eiusdem, quia ter continuatur per terminos B, C, &c.

§. I.

SCHOLION III.

Hallucinatio circa duplicatam, &c. proportionem, &c.

Nota differentiam inter duplam, & duplicatam, inter triplam, & triplicatam. &c. proportionem.

Aliud est proportionem aliquam esse duplam alterius alicuius proportionis, aliud duplicatam. Sic aliud triplã, aliud triplicatam. &c. Qua in re vide hallucinationes aliquorum apud Clauium in schol. ad defin. 10 lib. 5. In numeris 2, 4, 8, 16, proportio 2 ad 8 ducitur duplicata proportionis 2 ad 4, quia èadem proportio dupla bis assumitur, siuè duplicatur, est enim proportio dupla inter 2, & 4, item dupla inter 4, & 8; ergo a 2 ad 8 bis sumpta est, siue duplicata èadem proportio. Non est autem proportio 8 ad 2 dupla proportionis 4 ad 2. nam proportio 4 ad 2 est dupla,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

proportio autem 8 ad 2 eſt quadrupla ipſius 2, licet ſit duplicata (nō dupla) ideſt bis poſita inter 2, & 4, & inter 4, & 8. &c.

Pariter proportio 16 ad 2 eſt triplicata (non triplex) proportionis, quæ eſt inter 2, & 4, quia tripliciter (non tripla) poſita eſt proportio eadem inter 2, & 4, inter 4, & 8, & inter 8, & 16. Non autē tripla, ſed octupla eſt proportio ipſius 16 ad 2. In exemplo geometrico de proportione quadratorum, quod paullo poſt ſubijciam ad ſequentem 20 propoſ. Eucl. adhuc melius prædicta conſtabunt.

§. II.

Applicatio, & praxis duplicandæ, triplicandæ, &c. proportionis geometricæ ad maiores, & minores terminos.

1 D*Atis duabus quantitatibus, ſiue numeris, ſi neſcias quā inter ſe proportionem habeant, vt inuenias denominatorem proportionis, quam maior numerus habet ad minorem, diuide maiorem per minorem, & quotiens dabit denominatorem proportionis. Inter 4, & 12 quænam eſt proportio maioris ad minorem? diuiſis 12 per 4, quotiens eſt 3; ergo tripla eſt proportio inter 4, & 12. In maioribus numeris, verbi gratia inter 2432, 5521 quinam eſt numerus denominator probortionis maioris ad minorem? en diuiſio maioris per minorem.*

1353
5521 (2399 $\frac{33}{2432}$
2432

Quotiens ergo 2399 (neglectis minutijs $\frac{33}{2432}$) eſt denominator proportionis, quæ intercedit inter duas quantitates, ſiue numeros 2432, & 5521, conferendo maiorem cum minore.

2 *Inuento denominatore proportionis, ſi eum ducas in maiorem duorum numerorum, productū, quod proueniet, erit tertius terminus proportionis, ſi tertium multiplices per eundem denominatorem, producetur quartus terminus, & ſic deinceps multiplicando ſemper vltimum terminum per eundem quotientem, ſiue denominatorem, habebis duplicatas, triplicatas, &c. proportiones, &c. iuxta explicata in Scholijs antecedentibus.*

Si

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Si denominatorem 3 proportionis inter 4, & 12, ducas in 12 fient 36, si in 36, fient 108, &c. qui sunt tertius, & quartus terminus proportionis triplæ, estque inter 36, & 4 duplicata propertio, inter 108, & 4 triplicata, &c.

5521
2399
49689
49689
16563
11042
13244879

In exẽplo maioris numeri, en ductus quotientis, siue denominatoris (neglectis minutijs) in maiorem. est igitur productum 13244879 tertius numerus proportionalis post primum 2432, & secundum 5521, & duplicata proportio tertij ad primum, &c.

3 Hactenus ad inueniendos maiores, ac maiores terminos proportionalitatis Geometricæ. At vero ad minores, ac minores, per denominatorem proportionis, quam habet maior ad minorem (denominatorem, inquam, inuentum per modum nuper traditum) diuide minorem numerum duorum datorum, & quotiens dabit tertium terminum minorem proportionalem; dabit & quartum, & quintum, ac reliquos deinceps terminos minores in eadem proportione denominator diuidens singulos productos terminos. Exemplum: Denominator proportionis, quam habet maior numerus 16 ad 8, est 2, qui est quotiens ex diuisione maioris per minorem. Per denominatorem, siue quotientem 2 diuide minorem 8, & quotiens 4 dat tertium terminum minorem in eadem proportione dupla, Sic diuide per 2 tertium 4, & prodibit quartus terminus 2, &c. 16, 8, 4, 2, 1, &c.

Vide plura, & egregia apud Clauium vbi de proportionalitate Geometrica in digressionibus ad definitionem 4 lib. 5 Eucl. Hic nostra satis nunc Tyronibus pro instituto, & pro inferius applicandis ad ornandas, ditandas, condiendas hasce 19, & 20 propos. Eucl. &c.

SCHOLION III.

Applicationes, & Vsus, &c. 19 propos. rectius ad prop. 20. translati.

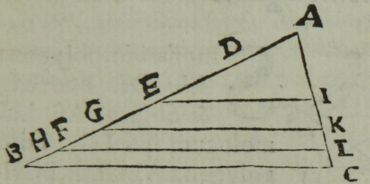
VSus, & applicationes diuidendi, augendi, &c. similia triangula in data proportione, & plura alia curiosa, & vtilia vide ad sequentem 20 propositionem, in qua quod hic speciatim traditum est de triangulis, vniuersim demonstratur de omnibus rectilineis, siue polygonis similibus.

§ 3.

§. III.

PROBLEMA.

Datum triangulum per lineas vni lateri parallelas in quotlibet æquales partes diuidere.



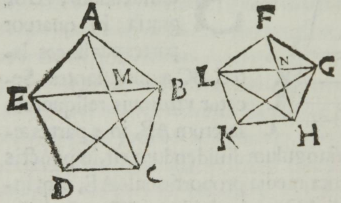
Sit triangulum ABC diuidendum, verbi gratia in quatuor partes per lineas lateri BC æquidistantes. Secetur vtrumuis reliquorum laterum AB, in 4 partes æquales in tot videlicet in quot triangulum diuidendum est, in punctis D, E, F, & inter AB, AD inuenta media proportionali AE, atq; inter AB, AE media proportionali AG; ac deniq; inter AB, AF media proportionali AH; ducantur EI, GK, HL, lateri BC parallelæ. quas dico triangulum partiri in 4 partes æquales. *a* Quoniam enim triangulum ABC triangulo AEI simile est; *b* erit triangulum ABC ad triangulum AEI, vt AB, ad AD, quod tres AB, AE, AD sint continue proportionales. Est autem AD quarta pars ipsius AB. Igitur & triangulum AEI quarta pars est trianguli ABC. a *coroll.* 4 *sexti.* b *coroll.* 19 *sexti.*

c Non aliter ostendemus esse triangulum ABC ad triangulum AGK, vt AB ad AE, quod etiam tres AB, AG, AE sint continuè proportionales. Quare cum AE contineat $\frac{2}{4}$ rectæ AB, continebit etiam AGK triangulum $\frac{2}{4}$ trianguli ABC. Ideoq; cum AEI sit $\frac{1}{4}$ trianguli ABC, vt ostendimus, erit EIKG $\frac{1}{4}$ eiusdem trianguli ABC. Denique eàdem ratione erit triangulum ABC ad triangulum AHL, vt AB ad AF, quòd etiam tres AB, AH, AF sint continuè proportionales, ac proinde triangulum AHL complectetur $\frac{3}{4}$ trianguli ABC; quemadmodum AF continet $\frac{3}{4}$ ipsius AB: ideoq. BHLC erit $\frac{1}{4}$ trianguli ABC, &c. *Clauius in Geom. Pract. &c.* c *coroll.* 19 *sexti.*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Propositio XX. Theor. XIV.

Similia polygona in similia triangula diuidũtur & numero æqualia, & homologa totis; & polygonum ad polygonum duplam habet proportionem eius, quam habet latus homologum ad latus homologum.



Sint similia polygona ABCDE, FGHKL, & sit latus AB homologum ipsi FG. Dico polygona ABCDE, FGHKL in similia triangula diuidi & numero æqualia, & homologa totis, & polygonum ABCDE ad polygonum FGHKL duplicatam habere proportionem eius, quam habet AB ad FG. Iungantur enim BE, EC, GL, LH; & quia polygonum ABCDE simile est polygono FGHKL, erit angulus BAE æqualis angulo GFL; & est, vt BA ad AE, ita GF ad FL. Cum itaque duo sint triangula ABE, FGL vnum angulum vni æqualem, & circa æquales angulos latera proportionalia
a propos. 6.6. habentia,[a] erunt ipsa æquiangula; ideoq; & similia: æqualis est ergo angulus ABE angulo FGL; est verò & totus ABC toti FGH æqualis, propter similitudinem polygo-
b ax. 3. norum; [b] reliquus ergo EBC reliquo LGH æqualis erit. Et quia, propter similitudinem triangulorum ABE, FGL, est vt EB ad BA, ità LG ad GF; sed & propter similitudinem polygonorum, est vt AB ad BC, ita FG ad GH:
c propos. 22.5. [c] ex æquali ergo est, vt EB ad BC, ita LG ad GH; latera ergo circa æquales angulos EBC, LGH sunt proportio-
d propos. 6.6. nalia; æquiangula [d] ergo sunt triangula EBC, LGH; quare

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

re & ſimilia. Eadem de cauſa ſimilia ſunt triangula ECD, LHK. Similia ergo polygona ABCDE,FGHKL in ſimilia triangula, & æqualia numero diuiſa ſunt. Dico & homologa eſſe totis, hoc eſt proportionalia; & antecedentia quidem ABE, EBC, ECD; conſequentia verò ipſorum FGL, LGH, LHK; atque polygonum ABCDE ad polygonum FGHKL duplã habere proportionem eius, quam habet latus homologum AB ad latus homologum FG. Iungantur enim AC, FH. Et quia, propter ſimilitudinem polygonorum, ſunt anguli ABC,FGH æquales; eſtque vt AB ad BC, ita FG ad GH, [e] æquiangula ergo ſunt triangula ABC, FGH: æquales igitur ſunt tam anguli BAC, GFH, quam BCA, GHF. Et quia anguli BAM, GFN æquales ſunt, oſtenſique ſunt & ABM, FGN æquales, erunt & reliqui AMB,FNG æquales; ſunt ergo triãgula ABM, FGN æquiangula. Similiter oſtendemus & triangula BMC, GNH eſſe æquiangula. Eſt ergo vt AM ad MB, ita FN ad NG. Et vt BM ad MC, ita GN ad NH; ex [f] æquali ergo eſt vt AM ad MC, ita FN ad NH: [g] ſed vt AM ad MC, ita eſt triangulum ABM ad triangulum MBC, & AME ad EMC, ſint enim ad ſe inuicem vt baſes; & [h] vt vnum antecedentium, ad vnum conſequentium, ita omnia antecedentia ad omnia conſequentia; vt ergo triangulum AMB ad BMC, ita triangulum ABE ad CBE: [i] ſed vt AMB ad BMC, ita eſt AM ad MC; Vt ergo AM ad MC, ita triangulum ABE ad EBC. Eadem de cauſa eſt vt FN ad NH, ita triãgulum FGL ad GLH. Et eſt vt AM ad MC, ita FN ad NH; vt ergo triangulum ABE ad BEC, ita triãgulum FGL ad GHL; [k] & permutando, vt ABE ad FGL, ita EBC ad GLH. Similiter demonſtrabimus, ductis BD, GK, eſſe vt triangulum BEC ad LGH, ita ECD ad LHK: & quia eſt, vt ABE ad FGL, ita EBC ad LGH, & ECD ad LHK, [l] erit vt vnum antecedentium ad vnum conſequentium, ita omnia antecedentia ad omnia conſequentia: eſt ergo vt ABE ad FGL, ita ABCDE ad FGHKL; ſed [l] ABE ad FGL duplam proportionem habet eius, quam AB latus homologum

e prop. 6. 6.

f prop. 22. 5.

g prop. 1. 6.

h prop. 12. 5.

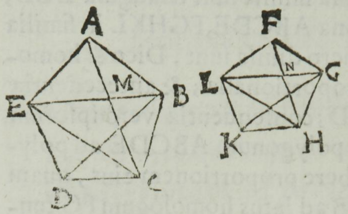
i prop. 1. 6.

k prop 16. 5.

l prop. 12. 5.

l prop. 19. 6.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

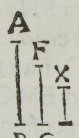


m *prop.* 19.6.

ad FG latus homologũ; [m] ſimilia enim triangula in dupla proportione ſunt laterum homologorũ: habet ergo & ABCDE polygonum ad FGHKL polygonum duplam proportionem eius, quam habet AB ad FG. Similia ergo polygona, &c. Quod oportuit demonſtrare. Eodem modo in ſimilibus quadrilateris oſtẽdetur in dupla illa eſſe proportione laterum homologorum. [a] Oſtenſum eſt autem & in triangulis.

a *prop.* 19.6.

COROLLARIVM I.



VNiuersè ergo ſimiles rectilineæ figuræ ad ſe inuicem ſunt in dupla proportione laterum homologorum; & ſi ipſarum AB, FG tertiam proportionalem ſumamus X, [b] habebit AB ad X duplã proportionem eius, quam habet ad FG. Habet autem & polygonum ad polygonum, & quadrilaterum ad quadrilaterum duplam proportionem eius, qnam habet homologum latus ad homologum, hoc eſt AB ad FG. [c] Oſtenſum eſt autem hoc in triangulis.

b *def.* 10 5.

c *corol. prop.* 19. 6.

COROLLARIVM II.

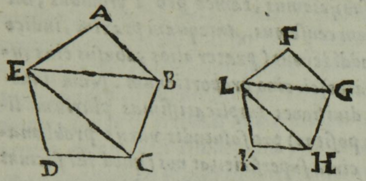
Corol. prop. 19. 6.

VNiuersè ergo manifeſtum eſt, ſi tres fuerint rectę, eſſe vt prima eſt ad tertiã, ita figurã à prima propor. deſcriptam, ad figuram à ſecunda ſimiliter deſcriptam. Quod oportuit demonſtrare.

Oſtendemus etiam aliter, & expeditius triangula eſſe homologa. Exponantur rurſus polygona ABCDE, FGHKL, ducanturque BE, EC, GL, LH. Dico eſſe vt triangu-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

lum ABE ad triangulum FGL ita EBC ad LGH, & CDE ad HKL. Cùm enim triangula ABE, FGL ſimilia ſint,[a] habebit ABE ad FGL duplam proportionem eius, quam habet latus BE ad GL. Eadem de cauſa habebit triangulum BEC ad GLH duplam proportionem eius, quam habet BE ad GL. Eſt ergo vt ABE ad FGL, ita EBC ad GLH. Rurſus cũ triangula EBC, LGH ſimilia ſint, habebit EBC ad LGH duplam proportionẽ eius, quã habet CE recta ad HL. Eadem de cauſa habet triangulum ECD ad LHK duplam proportionem eius, quam habet CE ad HL. Eſt ergo vt BEC ad LGH, ita CED ad LHK. Oſtenſum autem eſt eſſe vt EBC ad LGH, ita ABE ad FGL; ergo vt ABE ad FGL, ita eſt BEC ad GLH, & ECD ad LHK; [b] vt ergo vnum antecedentium ad vnum conſequentium, ita omnia antecedentia ad omnia cõſequentia, & reliqua vt in priori demonſtratione. Quod oportuit demonſtrare.



[a] propoſ. 19. 6.

[b] propoſ. 12. 5.

VSVS

Militares, Muſici, Machinarij, Optici, ſeu Pictorij, Geometrici, Aſtronomici è 20 Propoſitione Eucl.

§. I.

Corollarium Practicum, ſeu

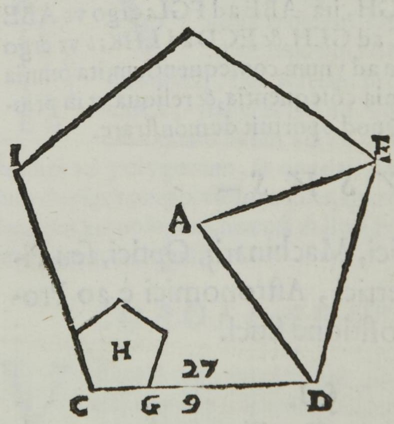
PROBLEMA I.

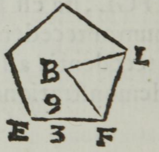
Datis duobus rectilineis ſimilibus quam inter

ſe proportionem habeant ſtatim ac facillimè inuenire in circino proportionum.

Abuſus aliquorum in circino proportionum.

LIcet è 66 ad primam huius deduci poſſit praxis in circino proportionum, quam hìc ſubijciemus, tamen pro Tyronibus, hic ſingillatim applicandam cenſemus. Antequam praxim, indico abuſum, quem aliqui addiderunt (præter alios, abuſus eius inſtrumenti, alibi à nobis indicatos) circino proportionum. Nam inuexerunt in id inſtrumentum diuiſiones implicatiſſimas plurium linearum, (p ræter duas a nobis poſitas) pro ſoluendis varijs problematibus geometricis, præſertim circa ſuperficies; at nos (quod illi faciunt per difficiliores lineas) ad ſoluendum hic propoſitũ problema in eo circino vtemur ſimplici diuiſione lineæ rectæ in æquales partes 100. Ac quoniã ex hac 20 prop. Eucl. facile deducitur hoc, & aliqua alia problemata, quæ hic ſubijciemus, ideo quadã quaſi coroll. denominamus.





Igitur data ſint ſimilia duo rectilinea. verb. gr. Pentagona A, B. Quamnã habent inter ſe proportionem? Accipe latus EF minoris pentagoni B, & eius lateris interuallum interpone inter numerum circini partium æqualium, in quas velis diuiſum EF, v. gr. inter 3 & 3, vel inter 9, & 9, ſcilicet, diducto circino proportionum ad interuallum EF inter 9, & 9. Deinde accipe quantitatem lateris CD maioris pentagoni A, & immoto circino proportionum, vide inter quos numeros laterales aptetur, verb. gr. inter 27, & 27. Diuiſo maiore numero 27 per 9, quotiens 3 dabit denominatorem triplæ proportionis

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

9 ad 27. Accipe iam in circino proportionum tertiam proportionalem duobus lateribus 9, & 27, & vtere modo, quem docuimus ad prop. 4 huius § 9, probl. 1. ex Apiariis. Quo modo inuenies tertiam maiorem proportionalem esse partium 81 ex interuallo inter numeros 81, & 81 in cruribus circini proportionum.

Siue etiam hic aliter: multiplica 27 per 3, & productum 81 erit numerus partium tertiæ proportionalis ad latera 9, & 27. Igitur ex corollar. 2 huius 20 propos. habebit pentagonum B ad pentagonum A proportionem, quam 9 ad 81 siue 3 ad 9. Diuide iam 81 per 9, prodibit 9 quotiens denominator proportionis duplicatæ ipsius 9 ad 81. Vel progrediendo ad minores terminos, & ad tertiam proportionalem minorem, diuide 9 primum numerum per denominatorem proportionis inter 9, & 27, idest diuide 9 per 3, & prodibit quotiens 3, qui habebit ad 27 duplicatam proportionem. Quam vt scias, diuide rursus 27 tertium per 3 primum, & quotiens erit pariter 9, vt fuit ex diuisione ipsius 81 per 9. Vel aliter iuxta defin. 5 huius lib. 6, non diuidendo, sed multiplicando scilicet duos denominatores 3, & 3 proportionis triplicæ inter 9, 27, 81, vel inter 3, 9, 27. Igitur ductus inter se 3 dat 9. &c.

§. II.

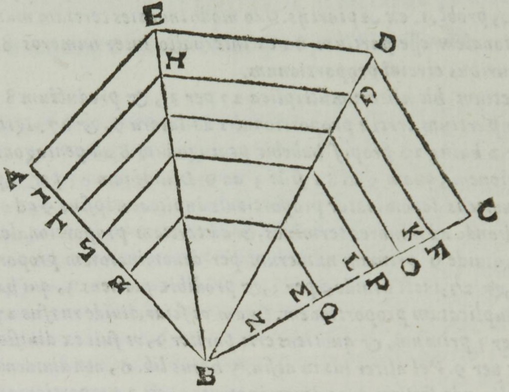
Corollarium Practicum, seu

PROBLEMA II.

Datum rectilineum diuidere in partes æquales per lineas duo latera contigua secantes, & reliquis lateribus parallelas; seruata figuræ similitudine.

MAluimus hoc problema proponere ad hanc 20 prop. Eucl. quàm ad anteced. 19, quia hic vniuersale est, & potest applicari etiam triangulis, quemadmodum 20 hæc prop. Euclid. vniuersalem facit antecedentem particularem de triangulis.

Sit



Sit pentagonum etiam non regulare ABCDE diuidendum, puta, in partes quinque æquales, per lineas secantes duo latera contigua, ceu AB, BC, & parallelas reliquis lateribus AE, ED, DC. Diuidatur alterutrum laterum contiguorum secandorum, verb. gr. AB, in quot proponitur figura diuidenda, scilicet in 5 partes æquales, in punctis K, L, M, N, & inter BC, BK inueniatur media proportionalis BF; inter BC, BL media BO; inter BC, BM media BP; inter BC, BN media BQ; & per F, O, P, Q agantur parallelæ lateribus CDEA, eritq́, pentagulum diuisum in 5 partes æquales.

Nam inuentæ illæ mediæ proportionales nihil aliud sunt, quàm secundæ trium proportionalium, super quibus rectilinea descripta habent proportionem ad rectilinea similia descripta super primà lineà proportionalium, quam linea prima ad tertiam proportionalem, iuxta corollar. 2 Eucl. post 20 hanc prop. Igitur, in exemplo figuræ, quoniam BQ sumpta est media proportionalis inter BC, BN, erit super BQ descriptum rectilineum adsimile descriptum super BC, vt BN ad BC; sed BN est secta quinta pars ipsius BC, ergo & rectilineum super BQ erit quinta pars rectilinei super BC. Rursus quoniam BP est media proportionalis inter BM, BC, erit rectilineum super BP ad rectilineū super BC, vt BM prima ad BC tertiam; sed BM continet duas quintas ipsius BC, ergo, etiam rectilineum super BP continebit duas quintas

re-

rectilinei super BC; est autem probatum rectilineum BQR quinta pars rectilinei BCA, ergo & spatium inter QPRS erit quinta pars rectilinei super BC.

Eodem modo super BO rectilineum continebit tres quintas rectilinei super BC, sicut recta BL continet tres quintas rectæ BC, eritq; spatium inter POST tertia vna quinta pars, &c. Sic inter OFTI quarta quinta, inter FCIA vltima quinta. Diuisum est ergo rectilineum ABCDE in partes æquales per parallelas reliquis lateribus AEDC, & secantes contigua latera AB, BC. Quod erat faciendum.

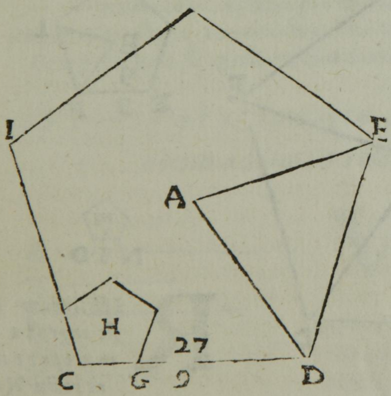
Et seruata est figurarum similitudo, quæ facile probari potest è 18. prop. & è schol. ad eam, & è nostra Araneageometrizante in Apiar. 1. prælib. 2. Applica quod indicamus, & exerce te geometricè, mi Tyro.

§ III.

Corollarium Practicum, siue

PROBLEMA III.

Dati rectilinei aream metiri per similia minora; siue inuestigare quot rectilinea similia minora contineat datum rectilineum in mensurâ dati lateris.



Rectilineum A, vno latere, verb. gr. CD, diuiso in quotlibet partes æquales, verb. gr. in 4, & excitato super vnâ CG rectilineo H, simili, similiterque posito ipsi A, scire aueo quot rectilinea ipsi H æqualia contineantur in rectilineo maiore toto A. Ipsis CG, CD inueniatur tertia proportionalis, sitq; vt CG ad CD 4 partes, ita 4 ad tertium

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

tium, ideſt ad 16. Dico in rectilineo A contineri 16 rectilinea H; ſiue dimenſione facta areæ maioris rectilinei A in menſuris rectilinei H, quantitatem areæ rectilinei maioris eſſe 16 rectilineorum H minorum,

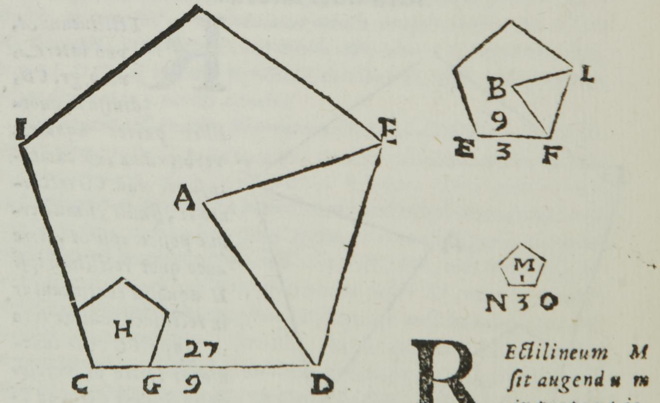
Patet è coroll. 2 huius 20 prop. Nam rectilineum H ſuper prima proportionalium CG ſe habet ad rectilineum A ſuper ſecundà CD, quẽadmodum prima CG ſe habet ad tertiam quæ eſt 16. Siue, ex 20 propoſ. habent rectilinea H, & A inter ſe proportionem duplicatam laterum CG, CD, quæ eſt in proportione quadrupla horum numerorum bis ſumpta, 1, 4, 16, vt 1 ad 16,

§. IV.

Corollarium Practicum, ſiue

PROBLEMA IV.

Datum rectilineum augere, vel imminuere in data proportione, ſeruatà figuræ ſimilitudine.



RECtilineum M ſit augendum in proportione rectæ NO ad

ad rectam CD: inueniatur inter NO, CD media proportionalis EF, super qua excitato rectilineo B simili, similiterq; posito ipsi M, erit B auctum in proportione rectæ NO ad rectam CD. Scilicet ex corollar. 2 sæpius citato ex hac 20, siue ex ipsa 20 propositione. Habent enim M, B proportionem duplicatam laterum NO, EF, quæ est ipsius NO ad rectam CD. Similem in modum si rectilineum A sit imminuendũ in proportione lateris CD ad rectam NO, inuentâ media EF, & super eâ excitato simili, similiterq; &c. B, erit A imminutum in B proportione lateris CD ad rectam NO. &c. Datum ergo rectilineum auximus, & imminuimus in data proportione, seruata figuræ similitudine. Quod erat præstandum.

§. V.

Corollarium Practicum, siue

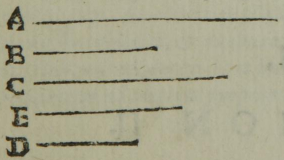
PROBLEMA V.

Dato rectilineo, simile similiterq; positum in datâ aliâ proportione constituere.

NOn differt operatio à præcedenti problemate, à quo deducitur. Nam rectilineum auctum, vel imminutum in data proportione idem est quod constituitur ad aliud simile in data proportione. Applica praxim huius corollarij problemati, seu potius problema præcedens praxi huius corollarij.

Hinc patet quid sit agendum, cum dicitur —

— Vt recta ad rectam, ita constituere rectilineum ad simile rectilineum.

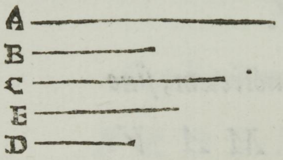


VT A ad B, ita fiat (exẽplum esto, facilitatis maioris gratia, in quadrato) ad quadratum ex C aliud quadratum. Lateri enim tetragonico C inuenienda est D in eadem proportione ipsius A ad B.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Mox inter C, D inuenienda est media proportionalis E, super qua quadratum erit ad quadratum super C, vt B ad A. Nam quadratum C ad quadratum E habet duplicatam proportionem, per corollar. ex 20, sicut recta C ad D, quæ est proportio rectæ A ad B. Sic conuerso modo, —

— *Vt rectilineum ad rectilineum semele, sic facere rectam ad rectam.*



SI conuersim, vt quadratũ super C ad quadratum super E, velis efficere vt sit recta A ad aliam; accipe lateribus C, E tertiam proportionalem D, & vt C recta est ad D, sic fac sit A ad B. Nã quadrati C ad quadratum E est duplicata, idest proportio rectæ C ad D, cui proportioni cùm eadem proportio sit A ad B, erit vt quadratum C ad quadratum E, ita recta A ad rectam B.

SCHOLION I.

Problemata præcedentia etiam de rectilineis non similibus.

SI rectilinea data non sint similia, redigendum alterum erit, iuxta propos. 18 huius, ad alterius similitudinem, similemq; positionem, ac deinde operandum erit vt in præcedentibus similibus. Circa quæ posuimus exempla prout exigit præscriptum huius 20 propos. Eucl. de similibus; quam tamen propositionem hic etiam vniuersaliorem, idest etiam ad non similia, traducimus.

§. VI.

SCHOLION II.

De

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

De quadrato quadruplo quadrati super dimidio latere excitati.

D*Educitur ex corollariis Euclidis, & ex problematibus hìc nostris antecedentibus. Nam tribus datis in eadem proportione, verb.gr. in dupla proportione sic: 1, 2, 4. Quadratū ex latere 1 primo proportionali ad quadratum ex latere 2 secundum proportionale habet proportionem primi 1 ad tertium proportionale latus 4, (hoc est duplicatam lateris 1 ad 2) ideoq; quadratum ex latere 2 est quadruplum quadrati super dimidio latere 1. Poteratq; hoc corollarium theorematicum problematicè, ac vniuersaliter proponi, vt antecedens problema, scilicet sic: quadratum augere ad datam proportionem, verbi gratia quadratum quadruplare. Quod fieret sumptà medià inter 1 augendum, & inter 4, idest inuento 2; & super latere partium 2 excitatum quadratum esset quadruplum quadrati ex 1.*

§. VII.

SCHOLION III.

Indicata aliqua de proportione etiam circulorum inter se duplicatà ex diametris.

E*X prædictis etiam discis, mi Tyro, quid sit apud Euclid. lib. 12 prop. 2.* Circuli inter se sunt, quemadmodum a diametris quadrata. *Demonstrationem in seq. § 8 dabo aliterq; quā Eucl. Iuxta terminos hìc vsurpatos idem est ac si dicas. Quemadmodum ex hac 20 prop. quadrata duplicatam habent proportionem laterum homologorum, sic circuli duplicatam diametrorum. Exempli gratia datis duobus circulis, & duabus eorum diametris, inuentà tertià proportionali, circuli dati habent inter se proportionem, quam vtrius libet diameter ad tertiam proportionalem inuentam.*

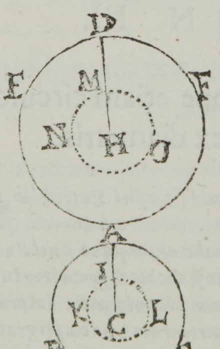
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§. VIII.

THEOREMA I.

Circuli habent inter se duplicatam proportionem semidiametrorum, ex vsu geometrico centri grauitatis demonstratam.

IN varijs vsibus & ad hanc 20 propos. & ad alias in hoc Aerario pro Machinariâ, Astronomiâ. &c. (ac præsertim pro praxibus, & problematibus ad extremum propositionis 47 lib. 1. à nobis positis) ne supponas sine demonstratione geometricâ proportiones circulorum, atq; etiam sphærarum inter se, néue egeas ad hæc posteriorum Euclideorum librorum demonstrationibus, accipe paucis demonstratas eas proportiones hic à nobis ex vsu geometrico centri grauitatis.



Itaq; affirmo, ac breuitèr demonstro circulos ABC, DEF habere inter se proportionem duplicatam semidiametrorum AG, DH. Quoniam enim fiunt ex gyratione semidiametrorum GA, HD, altero eorum extremo fixo in centris G, & H, & circularium arearum quantitas habetur ex ductu earũdem semidiametrorum in peripherias IKL, MNO designatas à centris grauitatis I, M, habebunt prædicti circuli ABC, DEF inter se proportiones & semidiametrorum AG, DH, & peripheriarum minorum IKL, MNO. At vt peripheriæ, sic inter se sunt & earum diametri, ac semidiametri (per citata ex Pappo ad propos. 45. lib. 1. § 3 in 1 tom. huius Aerarij) ergo habent inter se circuli bis proportionem semidiametrorum, id est duplicatam.

§ 9.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§. IX.
COROLLARIVM VI.

Propositio 2. lib. 12 Eucl. demonstrata ex antecedenti theoremate.

Congruit demonstratum theorema antecedens ex vsu geometrico centri grauitatis cum propositione 2. lib. 12 Euclidis, quæ est : Circuli inter se sunt, quemadmodum à diametris quadrata. *Quemadmodum enim quadrata à diametris circulorum habent inter se duplicatam proportionem laterum, siue diametrorum, è quibus fiunt, iuxtà hanc 20 propos. sic & circuli habēt inter se duplicatam proportionem diametrorum, siue (quod in idem rècidit) semidiametrorum, vt nos in antecedenti theoremate facillimè, ac breuissimè demonstrauimus, ac alitèr, quàm Euclides, qui prolixà, & indirectà demonstratione, &c.*

§. X.
COROLLARIVM VII.

Semicirculi, quadrantes, &c. circulorum, habent inter se duplicatam proportionem semidiametrorum.

Fiunt enim etiam illæ partes circulares ex ductu semidiametrorum in dimidiam peripheriam, vel quartam partem peripheriarum signatarum à centris grauitatis, ac vt partes peripheriarum sunt inter se, sic sunt & semidiametri, à quibus describuntur &c. Ad confirmationē aduoca huc propos. 15 lib. 5. Eucl. qui etiam facit pro his, & alijs demonstrationibus apud nos ex centro grauitatis, vbi partes peripheriarum, vel diametrorum pro totis accipimus &c.

§. XI.

SCHOLION IV.

Hallucinatio vitanda Tyronibus in circulorum inter se proportionibus.

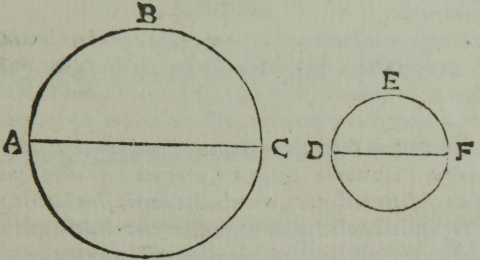
Aliud est, mi Tyro, (tui similes expertus sum hìc falli) philosophari geometricè de proportionibus inter se peripheriarum, aliud de proportionibus inter se circulorum. Circulus enim, iuxta eius definitionem, appellat non solum ambitum, siue peripheriam, sed aream sub ambitu circulari, siue peripheriâ comprehensam. Atq; alia est proportio inter se peripheriarum, alia arearum. Habent quidem circulorum peripheriæ eandem inter se proportionem, quem diametri (quod Pappus præ alijs demonstrauit lib. 5, prop. 11) sed ea simplex est proportio, non autem duplicata. Quã quidem duplicatam diametrorum proportionem habent inter se areæ circulorum, ex dictis in Schol. anteced. 2. Quare si exploranda sit proportio duorum circulorum in peripherijs, aut augendus alter duorum circulorum circa peripheriam, satis est spectare, & accipere proportionem simplicem, quam optas, in diametris, & habebit, verb. gr. alter duorum circulorum, cuius duplo maior est diameter, quàm alterius, habebit, inquam, peripheriam alterius peripheriâ duplo maiorem; & si sit alter augendus peripheriâ duplâ, duplicanda erit diameter, seu semidiameter, eiusq; interuallo ducta peripheria erit aucta in duplum.

§XII.

SCHOLION V.

Quæstiunculæ curiosæ, ac praxes Harmonicæ, Militares, &c. in proportionibus peripheriarum, & circulorum.

1 Accipe luculentum exemplum, & praxim proportionis peripheriarum, & circulorum in re musica; quo exemplo palam fit quid intersit, etiam ad sensum, inter vtrãque in circulis proportionem. Finge primo duas peri-



pherias ABC, DEF esse æreas, ac sonoras, & diametros AC, DF esse duas fides harmonicas æqualiter tensas æqualis crassitiei, similisque materiæ; quarum diametrorum maior sit dupla longitudine minoris, & consequenter etiam, ex prædictis, peripheria maior dupla minoris. Pulsatæ vtraq; diameter edent consonantiam, quæ est in lineæ harmonicæ diuisionibus (reuise praxim nostram in § 8 ad 9 proposit. & in Apiar. 10, Progym. 1. propos. 1.) totius ad dimidiam, vocaturq; consonantia diapason, suauissima. Quam ergo consonantiam reddent peripheriæ ùtraq; pulsatæ ABC, DEF? eandem scilicet, quam diametri, diapason; quia eadem prorsus, ac simplex proportio diametrorum quæ peripheriarum est.

Finge secundo eosdem circulos ABC, DEF esse duas laminas æreas, & sonoras eiusdem qualitatis, & æquabilitatis in materia. Quamnã eæ laminæ suspensæ è B, & E, ac æqualiter pulsatæ edent consonantiam? Iuxta prædicta ex hac 20 propos. quoniam fit quæstio, & comparatio superficierum circularium, non peripheriarum, edent consonantiam, non simplicem 1, ad 2 quæ inter diametros, sed duplicatam proportionis diametrorum, nempe eam, quæ in diuisione lineæ harmonicæ est 1 ad 4, & appellatur disdiapason, suauis inter acutas. Si æquales, & cætera pares sonoræ superficies, seu laminæ vnisonæ sunt, pro-

Laminæ duæ circulares diametrorũ in dupla proportione, pulsatæ reddent consonãtiã disdiapason &c.

profectò quartà parte altera facta minor quartam è primis consonãtium edet. Vt ex dictis etiam sensus aurium distinguat proportionem simplicem diametrorum, & peripheriarum à proportione duplicatà circulorum. &c.

2 In proximè antecedenti problemate progressio quæstionis facta est à diametris, & peripherijs, quarum altera sit dupla alterius, & ex diapaso diametrorum, & peripheriarum itum est ad disdiapason circularium laminarum, quarum altera, iuxta hanc 20 propos. est alterius quadrupla.

Duarũ laminarũ ærearum circulariũ in dupla proportione diametri, & peripheriæ sunt dissonæ.

At hic ego nunc contrarià ratione, datà circulari lamina alterius duplà, & cum alterà reddente consonantiam diapason, quæro, eorum circulorum peripheriæ quãm inter se proportionem habebunt, & in qua erunt inter se consonantia? Affirmo earum peripheriarum consonantiam nullam futuram, quia non habent proportionem inter se rationalem Vide nos in Apiar. 10, progym. 2 quæst. 3. Quoniã enim, cõstituto isoscele rectãgulo, circulus diametri, siue lateris, quod opponitur angulo recto, est duplus vtriuslibet circuli descripti circa vtrũlibet laterum constituentium angulum rectum, iuxta ea quæ ad finem prop. 47. lib. 1. demonstrauimus; atq; vt diametri sunt inter se, sic & peripheriæ; diameter autem, siue basis trianguli isoscelis rectanguli, est incommensurabilis cum vtrolibet laterum conficientium angulum rectum, iuxta § 15 ad 47 propos. lib. 1, & iuxta alibi à nobis circa hoc probata; ideo & peripheria circuli, qui sit alterius duplus, &c. est incommensurabilis cum peripheria circuli subdupli; ac proinde non consonantes sunt eæ peripheriæ. Vide nostra in fine proposit. 47. lib 1. & alicui figuræ ibi hæc applica, vt apertiora videas.

Cõsonãtias oculis percipere.

3 Ex antedictis disce modum cognoscendi, etiam sine auditu, quas consonantias edituræ sint propositæ alquæ etiam extra circularem figuram, similes, ac sonoræ laminæ. Acceptà enim quantitate, ac proportione laterum homologorum, & duplicatà, pronuntiabis iuxta eam, (seruatis tamen cæteris paribus in vtraq; lamina, &c.) edendas consonantias, pro varià earum specie, diuisione, ac numero in harmonicæ lineæ diuisione apud nos in citatis ad 10 propos. huius, & in Ap. 10, seruatà figurarum similitudine. Pariter iuxta diametrorum duplicatas proportiones, laminas augebis, aut imminues, atq; instrues tibi ex hac 20 proposit. copiosam, & demonstratam harmoniã.

Fistulas pro varijs consonantijs geometricè aptare.

4 Quam prædictis modis etiam efficies, augendo, vel imminuendo ora circularia fistularum iuxta proportionẽ diametrorũ duplicatã, ad aquas pro lubita proportione effundendas è fontibus ad harmoniam hydraulicam, dum proportionatis quantitatibus cadunt lymphæ;

phæ; iuxta inuenta in Ap. nostro 10. progym. 2. prop. 3.

At vero viri militares pro cognoscenda proportione, quam habēt, aut ad quam fusili arte augenda, vel minuenda sunt ora bombardarū maiorum, vel minorum, non egent duplicatà, sed simplici proportione diametrorum, iuxta quam sunt & inter se peripheriæ concauæ in oribus earum militarium machinarium. *Tormēta bellica pro variâ proportione geometricè conflare.*

§. XIII.

COROLLARIVM VIII — Vniuersale ad 2 propos. lib. 12 Eucl.

DVm Geometra demonstrat circulos esse in proportione quadratorum ex diametris, & non solum quadrata ex diametris, sed etiam qualibet rectilineæ figuræ similes, similiterq; super diametris excitatæ duplicatam habent proportionem laterum homologorum, iuxta hanc 20. prop. huius lib. 6, an non ex 2 prop. lib. 12. rectè etiam inferas circulos habere inter se proportionem, non solum quadratorum ex diametris, sed etiam similium rectilineorum super diametris? nempe duplicatam diametrorum.

§ XIV.

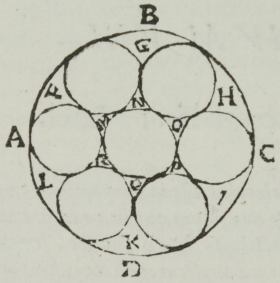
THEOREMA II.

Intra figuram rectilineam, vel circulum descriptis minoribus, & inter se se æqualibus quotcunq; capere potest, similibus rectilineis, vel circulis, facilè, ac demonstratiuè cognoscere quot rectilineis, vel circulis minoribus æqualia sint spatia quantumuis irregularia ab ip-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

sis rectilineis, vel circulis minoribus non occupata.

Exemplum esto in circulis, a quibus fit vt spatia non occupata sint quam maximè irregularia, & sub curuis concauis, & conuexis lineis, & angulis mixtis comprehensa, ideo apparenter difficiliora ad certam eorum mensuram. Esto circulus ABCD, & diuisa diametro AC, verb. gr. in tres partes æquales, semidiametro vnius sextę partis descripti sint circelli minores, quorum tres, se mutuo, & peripheriam maioris circuli cōtingentes, occupabunt diametri A C longitudinem, reliqui verò infra, & supra diametrum mutuis cōtactibus inter se, & cum reliquis, & cum maiore circulo bini erunt; atq; omnes in dato exēplo trifariatę diametri, erunt 7 circelli inter se æquales, nec plures integros in ijs contactibus capit ambitus circuli maioris. Quero ex te, mi Tyro, spatia curuilinea nō occupata à circulis minoribus, atque inter eos, & ambitum maioris circuli intercepta (qualia sunt F, G, H, I, K, L & M, N, O, P, Q, R) quot circulis minoribus sunt æqualia? Hæres? Ego verò affirmo esse omnia illa curuilinea spatia æqualia duobus circellis minoribus intra maiorē descriptis, in exemplo hìc dato proportionis diametrorum 1 ad 3. Ac facilè ab antecedentibus, & ex hac 20 prop. huius lib. 6 demonstratur.



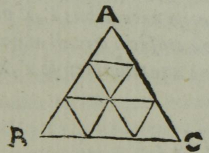
Quoniam enim etiam circuli sunt in duplicata proportione suarum diametrorum, & diameter circelli cuiuslibet in nostro exemplo ad diametrū circuli maioris est vt 1 ad 3; si duplicetur proportio, fiatq; 1, 3, 9, erit proportio vnius circelli ad maiorem, vt 1 ad 9. Ergo circulus maior aream habebit æqualem 9 circellis minoribus. At inscripti circelli, iuxta conditiones constructionis, sunt tantùm septem; ergo reliqua spatia in maiore circulo à circellis non occupata sunt reliquum areæ ad complimentum 9 circellorum, quibus ea est æqualis; ergo sunt æqualia ea spatia duobus circellis. Quod erat demonstrandū.

Simili ratione geometricè philosophandum erit in omni alia propor-

portione datâ diametrorum; simili, inquam, non eàdem. Sed pro varia diametrorũ proportione, à qua variatur numerus inscriptorum integrorum minorum circulorum mutuò se, ac maiorem circulum contingentium.

Simili etiã ratione demõstrabitur de quacunq; rectilineà figurà, intra quã ad datã laterum homologorum proportionem inscribantur figuræ similes minores inter se equales, quæ habebunt aliqua latera cõmunia, seu congruentia tam inter se, quàm cum latere maioris rectilinei, tamen aliquando, propter varietatem figurarum aliquarum spatium planè totum non implentium se totis, ac integris, ac relinquent aliquas intercapedines. Quæ semper erunt æquales tot minoribus rectilineis, quot desunt numero ex proportione duplicata laterum homologorum.

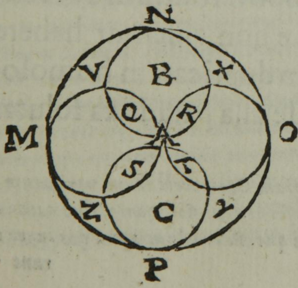
Aliquando, dixi, non semper, quia sunt aliquæ figuræ similes, quarum minores maioribus inscriptæ, (siue maiores per minores diuisæ) totum spatium maioris figuræ absumunt, nec quidquam superest intercepti, vel intercisi inter integras minores inscriptas, & inter maiorem. Reuise nos de triplici genere angulorum, & figurarum spatium per se implentium ad prop. 15. lib. 6. Eucl. & in Ap. 1. prælib. 1.



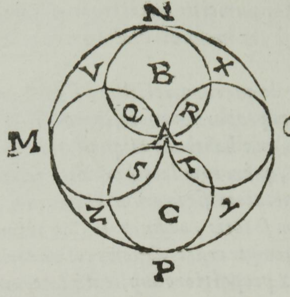
Vide hìc exemplum in triãgulo æquilatero ABC, in quo 9 minora æquilatera implent aream totam, factà proportione laterum 1 ad 3, & duplicatà 1 ad 9.

§. XV.

COROLLARIVM IX.



SI quis velit etiam inscribere, verbi gr. in circulo maiori MNOP omnes minores circulos, quibus area maioris æqualis est, circuli minores contingent quidem maiorem, se tamen corũ aliqui mutuo secabunt. Vt vides in apposita figura, in qua proportio diametrorum est 1 ad 2, & duplicata fit 1 ad 4, hoc est, ex antedictis, maioris circuli



area est quadrupla minoris. Ex inscriptorum circulorum intersectionibus mutuis spatia Q, R, S, T bis occupantur ab æqualibus circulis, vacant verò, nec occupantur spatia V, X, Y, Z.

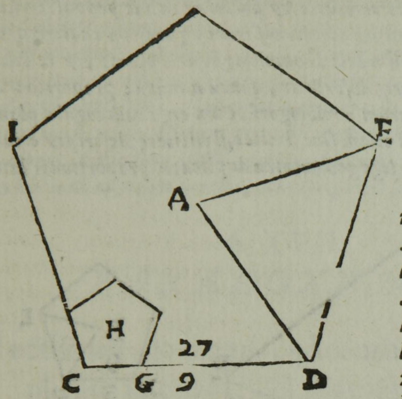
Facile erit Tyroni ex antedictis, & dicendis demõstrare curuilinea Q, R, S, T esse æqualia curuilineis V, X, Y, Z. Spatia enim vacãtia sunt ea, quę debentur circulis sectis, vt cõpleant maioris circuli totam aream, cui sunt æquales. Accipiantur bini integri circuli minores, verbi gr. M V Q A Z, A X O Y, quorum alteruter cùm sit quarta pars maioris, ergo bini simul occupant dimidium maioris; reliquum dimidium areæ maioris erit sub duobus circulorum minorum segmẽtis B, C, & sub spatijs vacantibus V, X, Y, Z, & alterutrum segmentum; verbi gratia B, cum suis adiacẽtibus spatijs V, X ponetur conficere quartã partem areæ maioris circuli. Igitur circulus minor A N, hoc est segmentum B cum segmentis Q, R est quarta pars areæ circuli maioris; idem segmentum B cum spatijs vacantibus V, X positum est etiam quartam occupare partem areæ eiusdem circuli maioris, ergo, ablato communi segmento B, remanent æqualia inter se V, X, & Q, R.

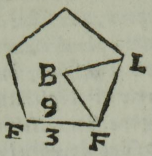
§. XVI.

PARADOXVM I.

Quod est contra 20. propos. solutum de rectilineis cylogonijs, quæ non videntur habere inter se proportionem duplicatam homologorũ laterũ. Atq; inde alia paradoxa soluta.

1 *OPponat fortasse quispiam Geometricarum veritatum non superficiarius perscrutator; Cilogonię, siue cauiangulæ figuræ rectilineæ quemadmodum apud nos inuexerunt*





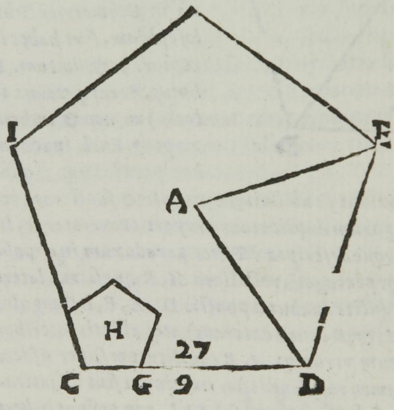
runt alia noua paradoxa in Geometricã Philosophiam, (vt habes in Apiar. 3. & in tom. 1. huius Aerarij varijs in locis) an non & in hanc 20 prop Eucl. inuehunt hoc paradoxum, quòd cylogonia rectilinea eximunt se ab huiusce propos. 20. sanctione, nec habent laterum homologorum duplicatam proportionem inter se, licet similia sint, similiterque descripta? Patet paradoxum in apposita figura. Nam in vtroq; pentagono rectilineo A, B, quasi vno latere introrsum infracto, siue ductis duabus à punctis D, E, F, L (angulos æquales facientibus in A, & B cauos externos) atq; ablatis lateribus DE, FL, vides rectilineum vtrumq; A, B constitutum super ijsdem lateribus CD, EF, quę tamen rectilinea cùm imminuta sint quantitate vtràq; comprehensà sub DAE, & sub FBL, non possunt habere inter se eandem proportionem, quam antea habebant sub lateribus DE, FL. Sub quibus, ac reliquis lateribus quoniam ex hac 20 propos. comprehendunt quantitates, siue areas habentes inter se proportionem duplicatam rectarum CD, EF; ideo, imminutis areis, an non habent inter se proportionem minorem duplicatà laterum?

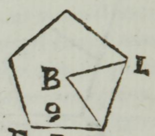
2 Atq; hinc alia consequentur paradoxa. Scilicet, quam proportionem habeant cylogonia similia rectilinea scire non licebit per inuentionem tertiæ proportionalis; nec ope eiusdem tertiæ inuestigare, licebit quot rectilinea minora similia contineantur in maiore; nec pariter licebit cigolonia rectilinea augere, vel imminuere secundùm datam proportionem mediæ proportionalis, &c. Neq; enim, vt prædixi, cilogonia rectilinea sequuntur proportiones laterum secundum mediam, vel tertiam proportionalem, sed deficiunt ab ijs proportionibus, propter imminutas areas; &c. vt prædictum est.

3 Op-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

3 *Oppositioni debeo, & affero non solum responsionem, sed etiam occasionem luculentioris veritatis, & doctrinæ in hac propos. 20 latentis, quæ (sine exceptione monstruosarum figurarum cauiangularum) planè vniuersalissima est de omnibus figuris planis, & rectilineis similibus, similiterq; descriptis, quarum mutua proportio in areis est duplicata laterum homologorũ. Cùm ergo cauiangulæ planæ figuræ sint rectilineæ, si etiam sint similes, similiterq; descriptæ etiam ipsæ comprehenduntur lege geometrica duplicatæ proportionis laterum homologorum.*





4 *At enim eãdẽ latera sunt CD, EF, & imminutæ sunt areæ, ablatis triangulis DAE, FBL, quomodo ergo minores, siue imminutæ areæ possunt habere eandem laterum non minutorum proportionem? Quid ni, mi Tyro? An non duæ rectæ, vel duo numeri, quorũ est, v.g. proportio quadrupla in maioribus numeris, vel in palmis, imminui tamen possunt intra terminos eiusdem proportionis? V.g. imminutis proportione lineis, habent eæ inter se quadruplam proportionem digitalem, sicut antea habebant quadruplam palmarem. Pari modo cilogonia rectilinea, modò sint, ex præscripto huius 20 proposit. similia, similiterq; descripta, etiam ex vi eiusdem 20 prop. habebunt duplicatam laterum proportionem.*

Quemadmodum è duplicatâ laterum CG, CD proportione, demonstratum est contineri in pentagono A sexdecim pentagona minuscula H, sic, eodem pentagono A facto cauiangulo per ablationem triãguli DAE, si pentagonum H minusculum simili ratione efficias cauiãgulum atq; imminuas triangulo minusculo, quod sit simile ablato maiori DAE, continebũtur in pẽtagono cylonogonio maiori pariter 16

pen-

pẽtagona cylogonia minuſcula ex vi demõſtrationis in hac 20 prop.

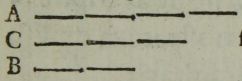
4 Hinc facilis eſt ſolutio reliquorum paradoxorum in oppoſitionibus ſub num. 2 huius paragraphi. Nituntur enim illa omnia eà hallucinatione, quam iam ſoluimus, ac proinde negantur omnes illæ illationes. Itaq; etiam licebit ſcire quam proportionem habeant data duo cylogonia rectilinea, per inuentionem tertiæ proportionalis, & imminuentur, vel augebuntur per mediam proportionalem eodem prorſus modo, quo reliqua rectilinea non cylogonia. Quare propoſitio hæc 20 ſibi conſtat etiam in rectilineis cylogonijs ſimilibus. &c.

§. XVII.

PARADOXVM II.

Rectilinea, & circuli, quorum proportio duplicata laterum, vel diametrorum cognita eſt, ac neſcitur. Et alia paradoxa.

SI cognita eſt duplicata laterum proportio, quomodo neſcitur? Ideo paradoxum eſt, mi Tyro: lege, ac intellige ſequentia. Huic paradoxo anſam, & veram cauſam præbet doctum ſcholion antiquum in fine li. 10 Elem. & in exemplaribus græcis; quod etiam apud Zambertum, Campanum, Commandinum, & Clauium extat. Cuius quidem ſcholij prima pars ex verſione Commandini ſic habet: Inuentis longitudine incommenſurabilibus rectis lineis A, B, inuenientur & aliæ quamplurimæ magnitudines ex duabus dimenſionibus, nimirum ſuperficies incommenſurabiles inter ſe ſe. Si enim ipſarum A, B mediam proportionalem ſumamus rectam lineam C, erit vt A ad B, ita figura, quæ fit ex A ad eam, quæ ex C ſimilem, ſimiliterq; deſcriptam; ſiue quadrata, ſiue alia rectilinea ſimilia, ſiue circuli, qui circa diametros A, C deſcribantur, quandoquidem circuli inter ſe ſunt vt diametrorum quadrata. Inuenta igitur ſunt ſpatia plana inter ſe incommenſurabilia.



Itaq; rectilinea ſimilia, &c. quæ ſunt deſcripta ſuper lineis incommenſurabilibus, (quarum plura genera apud Eucl lib. 10) erunt & ipſa inter ſe areis incommenſurabilia, ideſt quorum areas nulla communis menſura metiri poterit, iuxta defin. 2. lib. 10; proportionem

tamen habebunt duplicatam laterum homologorum ex vi huius 20 propos. At quoniam ea proportio est irrationalis, quæ in partium numeris nec exhiberi, nec agnosci potest, ideo constat sibi veritas propositi à nobis paradoxi de rectilineis, quorum proportio duplicata laterum cognita est, ac nescitur. Quare nec sciri poterit quam inter se proportionem habeant data duo similia rectilinea, quorum alterum, exemp. gratia, sit excitatum super diametro alicuius quadrati, alterum vero super vno laterum eiusdem quadrati, licet, inuentà tertià proportionali ipsis diametro, & lateri quadrati, sciatur rectilinea ea duo habere inter se proportionem, quæ est lateris quadrati, tamquam primæ lineæ proportionalis ad tertiam inuentam.

Ratio ex antedictis est quia proportio inter eas lineas, licet sit primæ ad tertiam duplicata, est tamen in partium numero ignota, quia irrationalis, ideoq; & proportio rectilineorum super primà, & secundà similium licet sciatur esse duplicata, tamen ignota erit, quia & ipsa rectilinea sunt incommensurabilia, idest habent proportionẽ ignotam in numeris partium, &c.

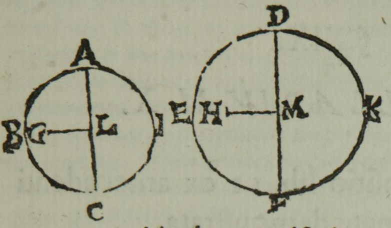
Paria intellige de circulis, quorum diametri sint lineæ incommẽsurabiles.

§. XVIII.

THEOREMA III.

Sphæræ habent inter se proportionem triplicatam semidiametrorum demostratam ex vsu geometrico centri grauitatis.

ELeuemus huius 20 propos. duplicatam, & producamus etiam ad triplicatam in exẽplo luculento. Pro quo suppono in semicirculari plano inuentionem centri grauitatis, pro qua vide schol. in seq. Itaque quod ad propositum theorema pertinet, finge semicirculos ABC, DEF, inuentis eorum centris grauitatis in G, H, circulariter rotari circà diametros AC, DF, & factas esse geminas sphæras BI, EK; dico eas habere inter se proportionem triplicatam semidiametrorum. Quoniam enim sphericæ soliditatis quantitates constantur ex ductu semicirculorum ABC, DEF in periphe-



pherias signatas à centris grauitatis G, H in rotatione semicirculorũ circa diametros, habebunt sphæræ BI, EK inter se proportionẽ & semicirculorum, & peripheriarum signatarũ à centris grauitatis. At proportio semicirculorum per § 8, & 10 ad hanc propos. 20. Eucl est duplicata semidiametrorũ (& proportio peripheriarũ à centris grauitatis est vt earum semidiametri GL, HM) ergo additâ hâc tertiâ semidiametrorum GL, HM proportione duabus, siue duplicatæ proportioni semidiametrorum in semicirculis, conflatur proportio triplicata semidiametrorum, quæ est inter soliditates vtriusq; sphæræ BI, EK; quod erat demonstrandum.

SCHOLION VI.

Ad facilitatem praxis pro anteced. theor. & de quadratura circuli e centro grauitatis in semicirculo.

NE alibi à nobis dicta hîc iterentur, ac vt ad praxim scias necessaria pro antecedenti theoremate, accipe sequentia indicata. Scilicet vt scias ipsos ambitus rotationũ à cẽtris grauitatis G, H, scire opus est vbi nã in semicirculis ACB, DFE sint centra grauitatis G, H, vnde procedunt rotationum semidiametri, hoc est quantitates ipsarum LG, HM. Quam ad rem vide indicata apud nos in Analectis ad quartam editionem nostrorum Apiariorum in analect. 7. nu. 3, vbi de conflatione, & dimensione sphæricæ soliditatis. Ac præterea quomodo quadratura circuli prodeat ab inuentione centri grauitatis in semicirculo, vide ibid. Analectum 6.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§.XIX.

COROLLARIVM X.

Euclidis 13 propoſitio lib. 12 ex antecedenti theoremate demonſtrata.

Congruit veritas antecedentis theorematis de triplicatà proportione ſemidiametrorũ inter ſphæras demonſtratà ex vſu geometrico centri grauitatis, cum 18 propoſ. lib. 12 Euclidis, quæ eſt de triplicatà proportione diametrorum inter ſphæras Vt enim ſemidiametri apud nos, ſic diametri apud Euclidem. Ac, quod pretium fuit operæ, id, quod Euclides prolixà, & indirectà demonſtratione proſequitur, nos breuiſſimà, & facillimà ſumus aſſecuti.

SCHOLION.

Poteſt etiam formari propoſitio ſic. Sphæræ habent inter ſe proportionem triplicatam peripheriæ circuli maximi. Vt enim ſemidiametrorum, vel diametrorum proportiones, ſic & peripheriarum ab ipſis deſcriptarum. &c.

§XX.

COROLLARIVM XI.

Sphæræ inter ſe ſunt vt à diametris cubi.

Quemadmodum circuli inter ſe ſunt vt diametrorum quadrata, ideſt in duplicata proportione laterum & c. ſic, quoniam ſimilia ſolida parallelepipeda (qualia ſunt & cubica)

ca) inter se sunt in triplicata ratione homologorum laterum, per demonstrata facillimè ex eorum ortu à nobis in sect. 1. Breniarij stereometici, in fine huius 2 to. & per propos. 33. li. 11. Eucl. Ergo dum sphæræ, per demonstrata in anteced. habent proportionem triplicatam diametrorum, habent eandem cum proportione cuborum à diametris. Vides apud nos consonantiam 2 propos. lib. 12 cum vltimà, idest 18 eiusdem libri. Potes & huc aduocare proposit. 12. eiusdem lib. 12, de triplicata ratione diametrorum in basibus inter similes cylindros, & conos. &c. Vide citat. Breu Stereom.

§. XXI.

COROLLARIVM XII.

Dimensiones facillimæ solidorum ex antedictis, Auctiones, &c.

AD finem li. 2, & 3 in 3. parte huius Aerarij, & in Breuiar. stereom. docebimus in aliquibus exemplis facillimam dimensionem superficierum, etiam curuarum, & soliditatum corporum rotundorum ex vsu geometrico centri grauitatis. Hic tantum indico ex demonstratis ad 14, 15, ad hanc 20, & inferius ad 23, § 16, 17, 18, 19, 20 elici posse dimensiones superficierum, & soliditatum conicarum, cylindricarum, sphæricarum; scilicet habitis quantitatibus per numeros tam linearum, quàm superficierum, quæ rotantur, & peripheriarum rotationis à centro grauitatis, ex quibus conflantur superficies, & soliditates illæ, vt habes in demonstrationibus à centro grauitatis. &c. Ex antedictis etiam deduci possunt auctiones, iminutiones solidorum, &c. de quibus vide nos in fine hu. 2 To. in Breuiar. Stereometrico.

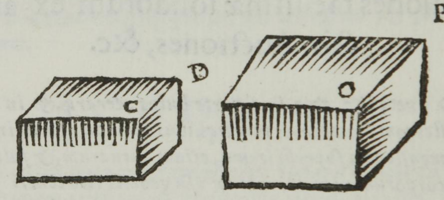
§. XXII.

PARADOXVM III, & Corollarium 13 machinarium, & militare, scilicet —

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Solidi, ſphæræ, vel parallelep. propter molem vel nimiam grauitationem imponderabilis, occultam grauitatem geometricè, ſine mechanica ponderatione, prodere ex hac 20 propoſ.

Finge vel ſphæram immenſæ molis, vel materiæ grauitantis vltra facilem vſum machinarum grauia attollentium, vel finge alicuiuſcunque figuræ ſub planis parallelis ſolidum, cuius vnum ſaltem latus rectilineum metiri liceat. Ponamus pro Tyronibus, & pro exemplo faciliori, parallelepipedum O, quod finge vel mole, vel materià eſſe tuis ſaltem viribus imponderabile. Quì fiat vt geometricè, ac demonſtratiuè ex hac 20 propoſ. ſine pon-



deratione, noris quantum ponderet O? Audi: Effinge tibi minuſculum ſolidum aliud ſimile C, deinde accipe proportionem laterum homologorum CD, OP, finge duplam 1 ad 2: ea proportio dupla fiat triplicata, ſeu triplicetur, ſintque quatuor termini proportionis duplæ triplicatę ſic 1, 2, 4, 8. Quoniam omnia parallelepipeda ſimilia. (Vide in ſect. 1. Breu. Stereom.) ſunt inter ſe in triplicata proportione laterũ homologorũ, pariter erunt non ſolũ quãtitates ſub ijs figuris, ſed & põdera quantitatũ in ijs phyſicarum in triplicatà proportione. Igitur parallelepipedo C ponderante, verb. gr. vnam libram, inde diſces parallelepipedum O ponderaturum libras 8. Si fuerit proportio tripla 1, 3, 9, 27, ponderabit O 27, ex cognito 1 in C. Parilique modo in qualibet alia proportione triplicata infiniti numeri, & grauitatis circa quæcunq; alia ſolida ſimilia parallelep. &c.

Atque

Atq; hinc habes quanã arte geometricà, ex vnius solidi parallelep. ponderati vnico homologo accepto latere, discas pondera etiam aliorũ numero infinitorum solidorum similium, &c. sine eorum mechanicà ponderatione, seruatis tamen semper cæteris paribus in materia. *Ex vnico solido scire pōdera omnium similium solidorũ.*

Ex antecedentibus patet ars scientifica geometricè inueniendi quãtum materiæ sit opus pro conflanda pila ærea, quę apta sit datę bombardæ. Nam acceptà diametro concaui oris bombardæ, & comparatà cum alià diametro æreà pilæ, si lubeat, minusculæ, earum diametrorum proportio triplicanda est, dabitque numerum ponderationis materiæ (respectu ponderis pilæ minoris) pro maiore pila necessariæ. Tanti ergo ponderis accipiatur materia, & ex ea conflet ur pila ęrea, quæ erit apta bombardæ datæ. *Nota pro militaribus.*

Vide & de triplicata proportione aliorum aliquot similium solidorum, in sect. 1. Breu. Stereom.

§ XXIII.
COROLLARIVM XIV.

De physica demonstratione è sonis, & ponderatijs pro circulorum, & similium planorum duplicatà, & sphærarum à diametris, & similium aliquorum solidorum ab homologis lateribus triplicatà proportione.

1 *ETiam sine venia anticipationis habes, mi Tyro, ab antedictis vnde tibi physicè interim constet ab effectibus, & experimentis nunquam fallentibus (modo cætera semper paria seruentur in materijs) circulos habere inter se duplicatam diametrorum proportionem, scilicet a consonantijs in duplicata diametrorum proportione editis, &c. vt docuimus in § 8, sphæras verò habere inter se triplicatam diametrorum proportionem ex earũ grauitationibus, quæ se produnt in triplicata diametrorũ proportione. Quemadmodũ & alia aliqua solida similia grauitant in triplicata laterũ homologorũ proport. de quibus vide in sec. 1 Breu. Stereom. Quinimmo in circulorum diametris, peripherijs & areis ponderatio ipsa congruet cum proportionibus geometricis. Nam vt lignea, si-*

ue

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

ue ærea diameter alterius dupla ponderabit duplo pondere, quàm alterius, sic & duplæ diametri ærea peripheria duplo erit ponderosior, quàm peripheria ex dimidia diametro. Aereæ verò laminæ circularis area ex dupla diametro ponderabit quadruplo magis, quàm superficies ærea circularis ex dimidià diametro, seruatâ semper, (vt iam non semel dixi) paritate in crassitie, æqualitate, qualitate materiæ, ac cæteris alijs ad castigatum experimentum necessarijs. Quod dictum est de sonoris, & ponderosis circulis, idem intellige etiam de similibus cuiuscunq; figuræ planis sonoris, & ponderosis.

Coniectura vnde innotuerit proportiones planarū, & solidarū inter se figurarū.

3 Ac quis scit an veteres philosophi Geometræ aliquam occasionem habuerint ab ijs experimentis, & effectibus physicis inuestigandi eas diametrorum duplicatas, & triplicatas proportiones? Vnde enim venerint in cognitionem arcanarum earum proportionum in similibus figuris planis, & solidis circa quantitatem, nisi ex aliquibus qualitatibus physicam quantitatem consectantibus? &c.

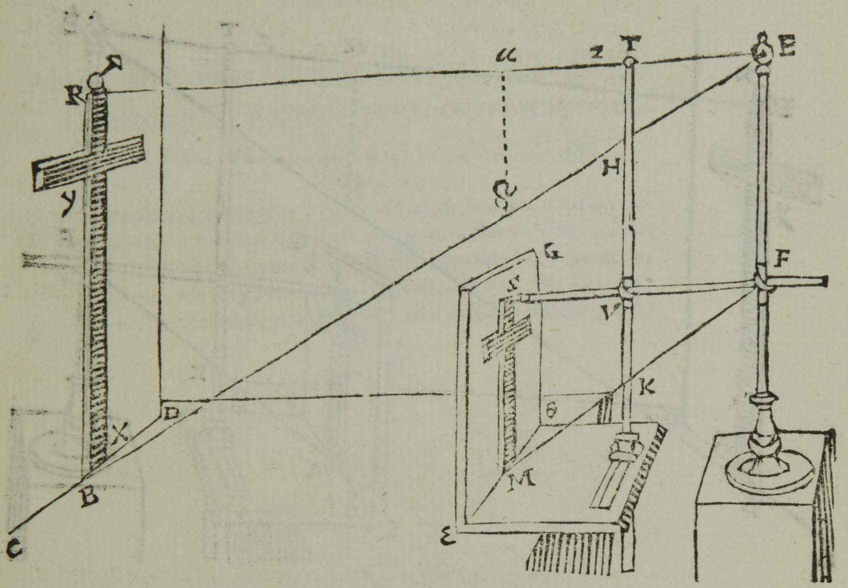
§. XXIV.

VSVS scenographicus propos. 20. in picturà scientificà, nempe —

— Dato prototypo etiam procul posito, & inaccesso similem imaginem in data proportione delineare.

AD eam partem Philosophiæ Opticæ, quæ Scenographice appellatur, quæque philosophatur circa obiectorum visiones in distantia determinatà, & moderatà, pertinet ars pingendi, quæ tamen scientificè transferat prototypa in similes imagines. In ea scientificà picturà problema hic a nobis propositum non paucos torsit, ac pro planè arcano habitum est. Nos tamen huic arcano aditum satis apertum (à nemine tamen, quem viderimus hactenus reseratum) arbitramur ab hac 20 propos. Euclid. Data sit in pauimento horizontali (nos in figura vtimur rectà imaginarià visuali ER parallelà horizonti, & quod de ER dicimus, intellige

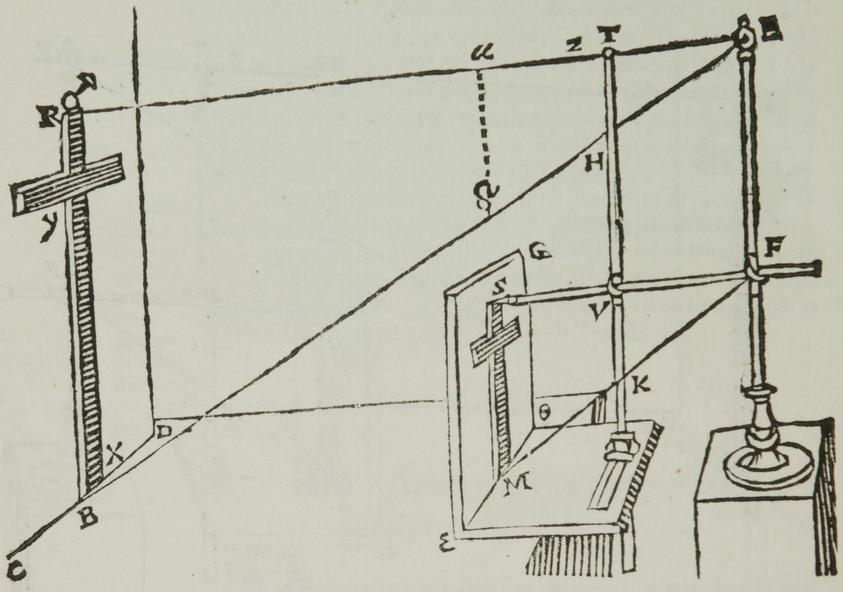
de



de horizontali linea) distantia ER à prototypo RB. Libitum sit delineare crucem minorem SM similem, similiterque positam maiori cruci RB in ea proportione, vt SM sit quadruplo minor quam RB. Fiat dimensio in pauimento distantiæ ER, ac, si quidem etiam sit innaccessa distantia, per modum aliquem geometricum è nostris in Apiar. 2, vel ad 4 propos. huius in paradoxo nostro, & § 21. Acceptæ deinde distantiæ ER quarta pars notetur, verbi gr. in Z Mox inter ER, EZ accipiatur media proportionalis Eα. Si ad distantiam Eα collocaris tabellam pictoriam prototypo RB parallelam, atque in ea tabella delinearis crucem minorem SM (ea arte scenographica, & geometricè optica, quam explicamus in vsu hastarum FE, FS, TK, &c. in Apiar. nostro 5) affirmo delineatam SM esse quadruplo minorem, quam RB. In Apiar. cit. 5 demonstramus æquiangula, & æqualia esse triangula Eαδ, FSM, ac proinde quæ de Eαδ pronuntiantur, probant etiam de FSM.

Quo-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2



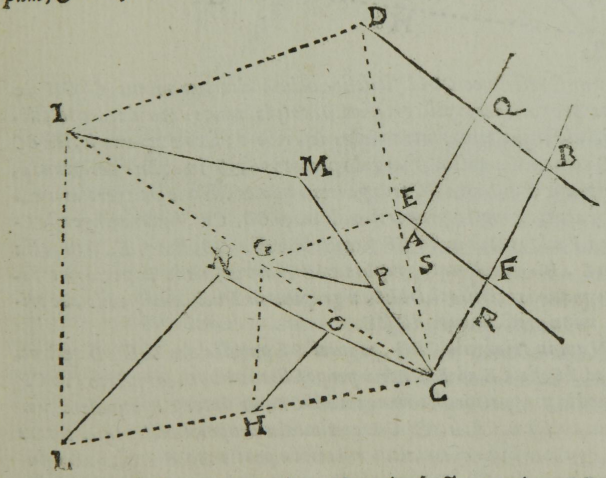
Quoniam igitur, imaginatà αδ parallelà prototypo RB, triangula Eαδ, ERB sunt æquiangula, & est vt Eα, ad αδ, ita ER ad RB, erit & permutãdo vt Eα ad ER, ita αδ ad RB, at Eα est media inter quartam partem EZ, & inter totam ER, ergo & αδ erit media inter totam RB, & inter quartam eius partem. Vt ergo prima EZ ad tertiã, sic rectilineum super Eα secundà ad rectilineum super ER tertià simile, similiterque descriptum, è 2 corollar. huius 20 propos. Pariq; ratione permutatà, rectilineum, siue crux delineata super αδ media, siue secunda, erit ad RB super tertia, vt est prima, idest quarta pars ipsius RB, ad totam RB; at prima, idest quarta pars ipsius RB, est quadruplo minor, quàm tertia RB, ergo & delineata forma super αδ erit quadruplo minor, quàm RB, hoc est crux SM æqualis (demonstrata in Apiar. 5) ipsi αδ, erit subquadrupla ipsius RB.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§ XXV.

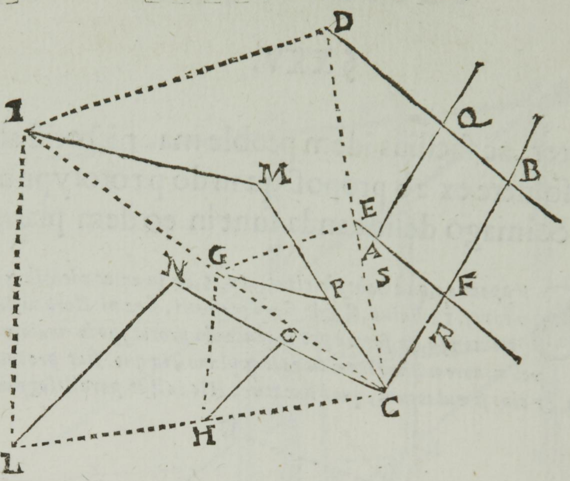
Aliter, ac facilius idem problema pictoriũ abſoluere ex 20 propoſ. quando prototypum, & imago delineanda ſunt in eodem plano.

1 *SVppono ea, quæ habes in citat. Ap. 5, & in antecedentibus ad propoſ. 18 huius, § 4 de ſcenographici, ſiue pictorij inſtrumenti vſu, & formà pro traducendo prototypo in maiorem, vel minorem imaginem in eodem plano, in quo ſint prototypum, & eius ſimulacrum, quod lineatur. Hìc inſtar parallelogram-*



mi pictorij eſt figura geometrica AB, cuius haſtæ geminæ DB, EF productiles, & fixè gyratiles ſunt in Q, B, F, A, atq; etiam in C fixo, & gyratili in plano, vbi fit delineatio, iuxta plura, & expreſſa, quæ habes in cit. Ap. 5. vbi etiam in primis præcipitur vt ſemper in eàdem recta ſint D, E, & C, propter rationes ibi allatas, & propter neruum præcipuum hìc indicandæ demonſtrationis.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2



Igitur si rectilineo CDIL sit delineandum alterum minus CEGH in data proportione, verb. gr. quod sit triplo minus dato maiore rectilineo, lubeatque minus intra maius describere; fixo extremo hastæ BC in C communi puncto, & angulo prototypi, & imaginis delineandæ, accipiantur in hastæ BC tres partes æquales, sitque vna tertiarum CR, accepta media proportionali inter CB, CR, (quam finge esse CF) ad F adducatur hasta EF parallela hastæ DB, sintq; E, D in recta cum C. Dico, collocato graphio in E, dum cuspis in D percurrit latera maioris rectilinei DILC, à graphio in E delineari simile, ac triplo minus rectilineum EGHC.

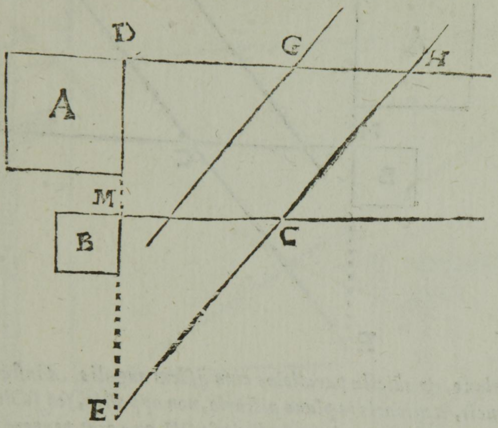
Nam in triangulo CDB, propter FE parallelam basi BD, est vt CF ad FB, sic CE ad ED, per 2 propos. huius lib. 6. Atq; ideo, vt CF est media proportionalis inter totam CB, & inter CR æqualem vni tertiæ eiusdem CB, sic & CE erit media proportionalis inter totam CD, & inter lineam æqualem vni tertiæ partis totius CD, quam finge, verb gratia, CS. Igitur rectilineum descriptum super CE habebit se ad rectilineum super CD, vt prima CS ad tertiam CD, per corollar. 2 huius propos. 20 Eucl. At CS est tertia pars ipsius CD, ergo rectilineum super CE erit tertia pars maioris rectilinei super CD.

2 Hactenus si quando rectilineum minus describatur super parte communi lateris, quod sit maioris rectilinei, in quo casu expeditissi-

ma

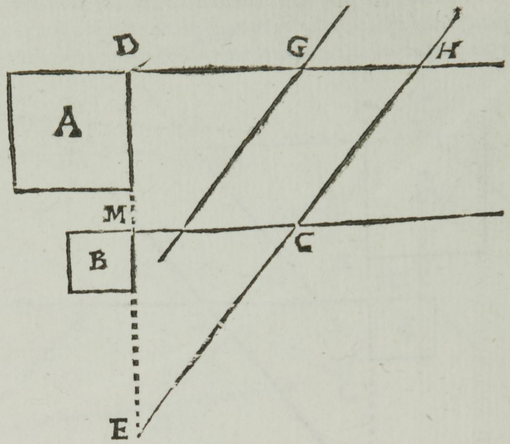
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

ma eſt operatio, & perfacilis demonſtratio. At quid agas ſi quando (quod fermè aſſolet) effigies in eodē plano cum prototypo delinenda eſt extra prototypum, in data tamen proportione ad prototypum? In



exemplo geometrico duorum quadratorum A, B, ſit inſtar prototypi, & imaginis maioris ipſum A, cui, pro ſimili ſimiliterq; poſità effigie delineandà, ſit ipſum B, v. gr. triplo minus, quàm A delineandum. Fiat in parallelogrammi ſcenographici CG latere EH diuiſio in C mediæ proportionalis inter 1, & 3 partes, &c. vt factum eſt in antecedentis figuræ latere ad F; & cuſpis in D, & graphium in M, in eadem linea imaginarià DE cum latere quadrati A, operationes ſuas peragent, quemadmodum in antecedenti figura. Eritq; B ſimilis, & tertia pars ipſius A. In quo quidem vſu, & caſu quoniam nihil ab ijs dictum eſt, qui plura alia (hoc, quod eſt præcipuum, omiſſo) commenti ſunt circa inſtrumentum id ſcenographicum, ideo conſultò hìc demonſtrationem diſſimulo caſùs à me propoſiti, atq; operationis (vt vides in figura hic appoſita) inſtitutæ. Exerceant ſe ſaltem in excudendà demonſtratione qui caſum, & operationem diſſimularunt. Quamquam ex antedictis, & demonſtratis à nobis in duobus antecedentibus vſibus inſtrumenti tum perpendicularis, tum paralleli plano pictorio facile eſt idem hìc demōſtrare de B ſubtriplo ipſius A, vt in antecedentibus eſt a nobis demonſtratum ex hac 20 propoſ. Eucl.

Confer hanc ſecundam figuram cum prima, in qua cruces, & agnoſce quæ ibi in diuerſis planis, & perpendicularia ſunt, hìc eſſe in eo-



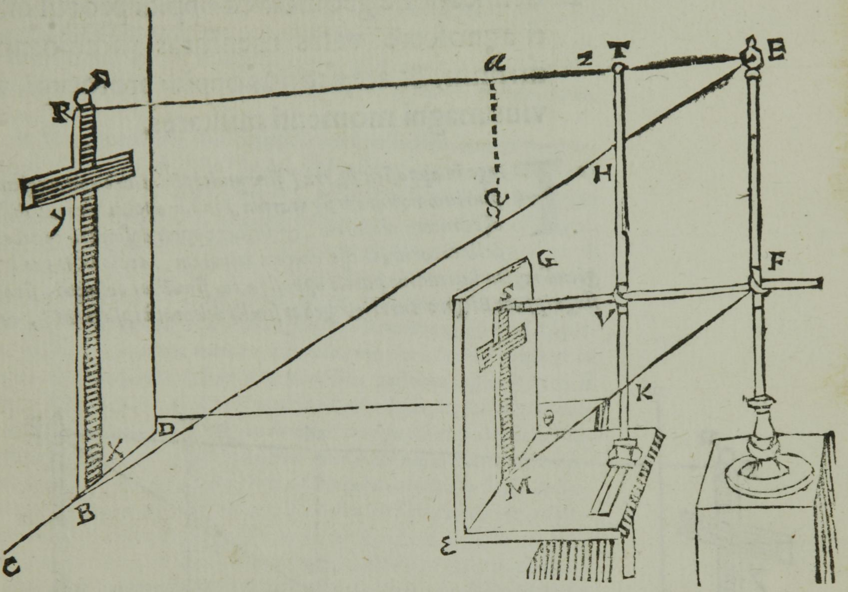
dem plano, & abiecta parallelωs cum iisdem angulis. A instar maioris crucis, B minoris in plano pictorio, non opposito, sed subiecto cruci maiori. Et instar radij visualis ipsa DH, quæ erat perpendicularis ad crucis maioris planum, hic facta est parallela eidem plano. Sic CM instar graphij, non vt ibi perpendicularis, sed paralleli plano in quo B. &c.

§. XXVI.

SCHOLION VII.

Solutio dubitationis in figura, & exemplo crucis delineatæ.

AT enim, inquiet Tyro, in § 16 ad hanc 20 propos. Eucl. paradoxum attulisti de cylogonijs figuris, quæ deficiunt a demonstratione huius 20 propos. Cruces illæ sunt & ipsæ cauiangulæ, vt vides in Y, &c. Igitur, etiam datis homologis lateribus B, & M, non inde potest inferri ipsam SM esse in subquadrupla proportione cum ipsa RB, vt demonstrasti de cæteris cauian-



uiangulis similibus, &c. Respondeo. Acceptæ sunt rectæ RB, SM quasi continuata latera parallelogrammorum, itemque transuersa latera, &c. nec facta est illatio à lateribus homologis ad areas, quæ excedant terminos laterum parallelorum. In rectilineis verò cylogonys verb. gr. in exemplo pentagonorum, § 16, à lateribus homologis illatio fiebat ad areas comprehensas lateribus non fractis, quæ tamen fracta in angulos intra figuram incauatos, imminuunt areas. &c.

Valet tamen demõst. ab hac 20. prop. ẽt in cylog. & hìc. Relege § 16.

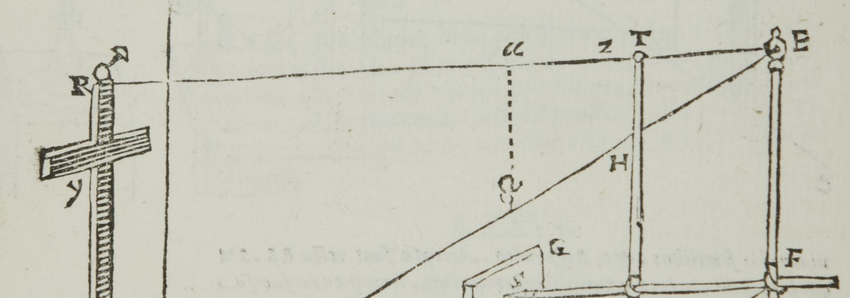
§. XXVII.

COROLLARIVM XV, ac eximium militare.

In

In delineatione geometricà oppidi procul diſſiti agnoſcere veras menſuras mœniorum, turrium, & areæ totius oppidi prototypi, ad vſus magni momenti militares.

1 Finge in appoſita figura (ſine multiplicatione non neceſſariæ plurium nouarum figurarum) inſtar oppidi procul diſſiti eſſe crucem maiorem, & inſtar oppidi delineati in tabellà delineatorià ε G eſſe crucem minorem. Accipe CD pro longitudine, ſeu latitudine partis oppoſitæ, cui ſimiliter delineata ſit ε θ: finge ipſam BR pro turri, & pro ei ſimili delineatà ipſam MS. &c.



Igitur si quispiam vir militaris vtens ritè nostro instrumento scenographico VE iuxta instructiones, & vsus, quos in Ap. 5 docuimus, & oppidi oppositi, ac procul dissiti hac arte, seu picturà scientificà geometricà formam minusculam delinearit in plano pictorio εG, facillimo negotio poterit in partibus & in tota forma minusculi oppidi agnoscere veras mensuras partium, & totius ambitùs, & totius areæ oppidi prototypi.

2 *Nam in æquiangulis triangulis eandem habent inter se proportionem distantiæ ER, FS ad bases, idest ad prototypũ oppidum (pro quo hic stat BR) & ad effigiem MS; permutando vt distantia ER ad distantiam FS, ita bases, siue oppidum prototypum RB ad effigiem MS. Licet autem cognoscere distantias per modos a nobis positos in Ap. 2, & ad antecedentes hic propositiones 2, 4, 8, &c. Ergo in eisdem mensuris distantiarum dabuntur & mensuræ prototypi ex effigie. In exẽplo, ipsi passus distantiæ (finge in pauimento) ab E ad R (quibus passibus respondent totidem digitales mensuræ in FS) produnt in digitalibus mensuris ipsius SM mensuras passuum ipsius RB; ac si fingas RB pro turri, eius veram altitudinem habes in SM digitaliter dimensà. Sic mœniorum longitudinem CD in passibus habes ex εθ notam per digitos. Ac vt partes oppidi tamquam bases maiorum triangulorum se habent ad partes formæ delineatæ tamquam bases minores triangulorum æquiangulorum, sic totus ambitus ad totum; ac proinde habebis in mensuris minusculis delineationis in tabella εG totũ ambitum in veris, & maioribus mensuris oppidi prototypi. Sic enim in altitudine turriculæ SM dabitur vera maioris, ac dissitæ RB; sic & mœniorum altitudo. &c.*

3 *Quibus altitudinibus habitis, habebit vir militaris sine periculoso accessu ad hostilia mœnia, vnde prouideat, & instruat scalas aptæ longitudinis mœnibus inscendendis, iuxta ea quæ docuimus in Ap. 2, in fin prælogy de vmbris, & ad 47 propos. lib. 1. Eucl. in tom. 1 huius Aerarij. Habebit & vnde aptè sciat eleuare bellica tormenta feriendæ turri etiam non visæ, &c. vt docuimus ab eandem 47 lib. 1.*

4 *At verò (quod propriè spectat ad hanc 20 prop. Eucl.) quì liceat aream scire oppidi protòtypi? Facillimè ex dictis. Nam si, exempli gratia, didicisti per antedicta quantitatem partis mœniorum CD, & illi homologam delineasti εθ, accipe in numeris mensurarum vtriusq; lateris CD, εθ tertiam proportionalem, & quam proportionem habebit prima, verb. gr. CD ad tertiam post secundam εθ, eandem habebũt inter se proportionem areæ oppidi prototypi, & oppiduli delineati, per coroll. 2 huius propos. 20. Habent enim similia, similiterq; posita*

prototypum, & delineata effigies laterum homologorum duplicatam proportionem, per hanc 20 propos.

5 Atq; hoc est quod in Apiar. 5 sub finem non tam apertè, vt hìc diximus, quia hìc debebatur cognitioni, & vsui huius propositionis. Quamquam in corollarijs ex aranea nostra geometrizante innuimus hanc duplicatam proportionem. &c. In Ap. 5. satis nobis visum est è scenographici nostri instrumenti vsu indicare modum accipiendi è distantijs proportiones, & mensuras prototypi, & delineatæ figuræ, atq; etiam vtrorumq; ambitum. Quare, mi Tyro, caue alterum pro altero accipias, quemadmodum prædiximus in circulo aliam esse proportionem diametrorum ad circumferentias, aliam diametrorum ad areas; illa enim est simplex, hæc duplicata. Sic & hìc alia est proportio laterum, & partium ad totum ambitum, alia laterum ad areas; est enim hæc duplicata. &c. Fruere, mi Tyro, corollario isto nostro ex vsu huius propos. 20, quæ plurifariæ vtilitatis est in artibus pacatis, & bellicis.

§. XXVIII.

Corollaria, & paradoxa eximia vniuersalia Astronomica indicata de cœlorum, & cœlestium sphærarum inter se, & cũ terra proportionibus. &c. Ex antedictis ad hanc 20 propos. de duplicata, & triplicata, &c.

Elemẽta Geometrica quẽad-modum ad cœlestia, & altissima scibilia eleuẽtur.

QVoniam, præter geometricas demonstrationes ex 12 lib. Elem. habes ex antedictis hìc etiam ab effectis euidentiam duplicatæ proportionis diametrorum in circulis, & triplicatæ in sphæris, vt dictum est in § 8, 18, 23 ex centro grauitatis in antecedentibus, ideo non erit alienum, aut extra scientiam, & condimentum pertinens ad hanc 20 propositionem saltem indicare quàm altè attollant animum ad cœlestia cum admiratione cognoscenda geometricæ elementares propositiones. Itaque ex hac similium planarum figurarum duplicata proportione à lateribus homologis, & præcipuè à duplicata diametrorum in circulis, triplicata in sphæris proportione, (quæ orbiculatæ figuræ planæ,

ac

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

ac solidæ omnes sunt inter se similes) habes, o Tyro, Vnde tibi auferas admirationem, quam astronomicarum sublimitatum ignorantia rudioribus solet afferre, scilicet vndenam, & quanam è scientia humani ingenij industria comprehenderit amplitudines, & proportiones cœlestium circulorum, & globorum, quas Astronomi tam copiosè, & confidenter exponunt. Scilicet a figuris geometricis circulorum, & sphærarum, atq; ab earum proportionibus geometricè demonstratis. Nam vniuersè loquendo (paullo post exemplum aliquod peculiare afferam) quanto cælum aliud alio sit amplius norunt à proportione duplicatà diametrorum, siue distantiarum à terra ad singulos planetas, & astra. Quas distantias venati sunt varijs modis, quorum aliquos habes apud nos in Ap.8. Quanto verò Planeta quispiam, vel astrum sit alio maius, vel quanto sit terræ globo minus, aut maius demostratiuè agnoscunt e triplicata proportione diametrorum. Quas diametros didicerunt ijs modis, quorum aliquos habes etiam apud nos in cit. Ap.8.

Vndenam Astronomi norint cœlorum magnitudines, ac differentias.

Vnde eorum à terris distantias.

Vnde Planetarũ, ac terræ magnitudines, ac differentias.

Habitis igitur diametris cælorum, tamquam circulorum, (Planetarum, Astrorum, Terræ, tamquam sphærarum) geometricè deinde, iuxtà antedicta, demonstrant æquè, ac de geometricis figuris planis circulorum, de solidis sphærarum. &c. Duo saltem exempla indico, èaq; paradoxa vulgo.

§. XXIX.

THEOREMA IV, ac Astronomicum.

Circellus cælestis à stella polari circa mundi axem, & polum dessignatus longè maior est circulo cœli solaris.

IVxta Clauij sententiam in cap. 1. sphæræ Sacroboschi, Stella polaris nostri poli arctici abest hoc æui à polo grad. ferè $3\frac{1}{2}$, & motu suo circa polum describit circellum, cuius diameter est 7 grad. Ille tamen oculis nostris apparens minimus circellus tãtæ immensitatis est, vt non modo Sole ipso, sed etiam solaris cæli cir-

culo longe longe sit maior. Hoc astronomicum paradoxum demõstratur non sine vsu huius 20 propos. Eucl. ac suppositis ijs, quæ à nobis præmissa sunt in antecedentibus scholijs, & Applicationibus.

Nam diameter circuli, quem signat stella polaris motu suo diurno, & nocturno circa polum continet, ex citato Clauio, semidiametros terræ 5521, diameter verò circuli maximi solaris motùs continet semidiametros terræ 2432. Ac facillimũ quidẽ est nosse maioris diametri, nempe 5521 maiorem esse peripheriam, siue orbitam motùs circularis à stella polari signatam; atque in eadem proportione diametrorum orbitam cursus solaris esse minorem. At vero loquendo de circulis, & ethereis eorum superficiebus, quas orbita solaris, & orbita polaris astri comprehendunt, quæque centrum habent in axe mundi, quæro quanto maior est circulus ille polaris circulo cæli, siue motùs solaris? Reuise quæ habes ad anteced. prop. 19, §2, atque ibi agnosce non temerè esse positum illud exemplum numerorum, quorum alter pro polaris, alter pro solaris celi diametro est, nẽpe 2432, 5521. Quibus tertium numerum proportionalem appone 13244879. Tanto ergo maior est circulus ille polaris circulo cæli solaris, quãto maior est tertius numerus 13244879 numero primo 2432. Nam ex cit. 2. pro l. 12. Eucl. circuli habent inter se proportionem quadratorum ex diametris, idest iuxta explicata in anteced & iuxta hanc 20 propos. Eucl. habent duplicatam proportionem diametrorum. Hoc autem paradoxum astronomicum (cui oculus videtur contradicere dum solaris ambitùs amplitudinem, & polaris circelli angustias contemplatur) hallucinationem sensuum corrigat ratiocinationibus petitis ab immensa syderum, & polaris stellæ distantiâ, ac longissimè maiori, quàm sit distantia Solis à terra, &c. Qua de re vide eos, qui astronomicas institutiones perscripserunt.

§.XXX.

THEOREMA V.
item Astronomicum.

Sphæra Solis (quæ terrà lunge minor oculis apparet) est maior terræ sphærà plusquam centies, & quadragies.

Re-

Recentiorum Astronomorum ſententia eſt, iuxta inſcriptionem huius § 30, in quam ſententiam inducuntur ratiocinationibus probatis geometricè iuxta à nobis antedicta ad hanc 20 propoſ. Nam ex Apiar. 2 apud nos conſtat modus inueniendæ diametri terrenæ molis. Ex ijs, atque alijs modis Aſtronomi compererunt diametrum Solis ad diametrum terræ eſſe vt $5\frac{1}{5}$ ad 1, hoc eſt diametrum ſolis eſſe diametro terræ maiorem quinquies, & præterea vna quinta parte. Quoniam verò didiciſti ab antedictis, etiã phyſicè ex grauitationibus ſphærarum, ſphæras habere inter ſe proportionem triplicatam diametrorum; triplicetur hæc proportio diametrorum $5\frac{1}{5}$, 1: facilitatis gratià transferatur in aptiores numeros eiuſdem inter ſe proportionis, ſintq; 26, 5, quibus in eadem proportione appoſiti duo alij numeri conficiunt hanc ſeriem proportionis 703, $135\frac{1}{2}$, 26, 5. erit igitur proportio corporis ſolaris ad terræ globum quæ eſt numeri primi ad quartum 703 ad 5, hoc eſt triplicata. At 5 in 703 continetur centies, & quadragies, & tribus quintis partibus, vt conſtat diuidenti numerum maiorem 703 per minorem 5, quotiens enim erit $140\frac{3}{5}$, Tyroni en ſchema operationis arithmeticæ.

2
703 ($140\frac{3}{5}$
555

Ergo Solis ſphæra terræ ſphærà maior eſt centies quadragies, & tribus quintis terræ partibus; licet nobis è terra proſpectantibus infinitis partibus terrà minor Sol videatur.

En, Tyro, quas alas ad tam ſublimia, & arcana tibi commodat Geometrica Philoſophia elementaribus ſuis propoſitionibus demonſtratis.

§. XXXI.

SCHOLION VIII.

Figurarum tranſmutationes etiam ex hac 20 propoſit.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

QVæcunq; pertinent ad 25 propoſ. huius, ex eaq; fluunt, vel dem onſtrantur, (exemplorum aliquorum gratià) figuras datas in quaſcunque alias æquales transformare; dato rectilineo cuiuſcunque figuræ æqualem circulum, vel dato circulo æquale cuiuſcunque figuræ rectilineum conſtituere; proportianalia rectilinea exhibere. &c. nos ſoluimus ope huius 20. Nã ſuper inuenta media proportionali inter latera datæ, & fictæ figurarũ in rectangula translatarum, figura ſimilis per 18, factæ deſcribitur, èaque æqualis probatur datæ per 1, & hanc 20 propoſ. & iuxta nos, per 9 quinti. Itaque licet iure ſuo hæc propoſitio 20 videatur poſtulare a nobis hîc indicata in hoc ſcholio, & plura alia problemata (quorum copia, & aliorum antecedentium oſtendunt fæcunditatem, & vſus pene infinitos huius 20 propoſitionis) tamen ne hîc audiamus: ohe, iam ſatis eſt, cenſuimus reponenda ad 25 ea præcipue, quę ad transformationes geometricas pertinent; vt à vigeſimæ copia dicetur etiam 25 propoſitio.

SCHOLION.

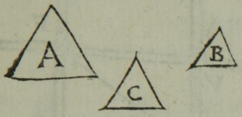
EX duplicata proportione, de quà in hac 20 propoſitione, habes vnde intelligas in libro 8 propoſitiones 11, & propoſitiones arithmeticas in ſcholys poſt propoſitionem 10, vbi de duplicata, triplicata, quadruplicata, & vlterius multiplicatis proportionibus in eodem genere inter numeros. Sed quod ibi aliter, licebit facilius oſtendere in exemplis expoſitis per ſimplices notas vulgatæ Logiſticæ.

Habes & lucem ad propoſ. 33 lib. 11, & ad prop. 8, 12, 18 l. 12.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Propof. XXI. Theor. XV.

Quæ eidem rectilineo ſunt ſimilia, & inter ſe ſunt ſimilia.



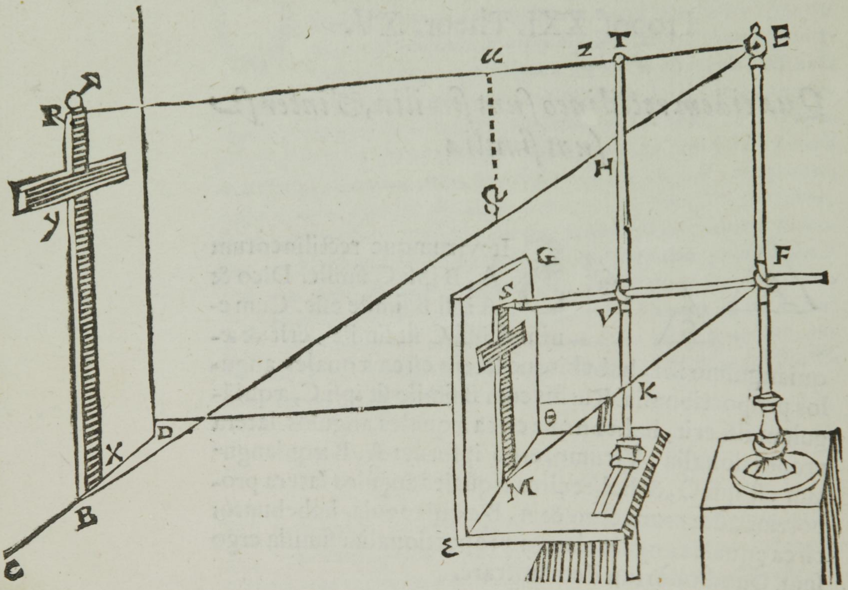
SIt vtrumque rectilineorum A, B ipſi C ſimile. Dico & A ipſi B ſimile eſſe. Cum enim A ipſi C ſit ſimile, erit & æquiangulum illi, habebitque latera circa æquales angulos proportionalia. Rurſus cum B ſimile ſit ipſi C, æquiãgulum illi erit, habebitque circa æquales angulos latera proportionalia. Vtrumq; ergo ipſorum A, B æquiangulum eſt ipſi C, & habet circa æquales angulos latera proportionalia: erunt ergo & A, B æquiangula, habebuntq; circa ęquales angulos latera proportionalia: ſimilia ergo ſunt. Quod oportuit demonſtrare.

SCHOLION.

Imago per inſtrumentum noſtrum ſcenographicum ſcientificè delineata, etiam prototypo ſimillima demõſtratur ex hac 21 propoſ. Eucl.

HIc tantùm indico ad ornamentum, & vſum aliquem curioſum huius 21 propoſit. id, quod expreſſius habes in Apiar. 5. progym.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

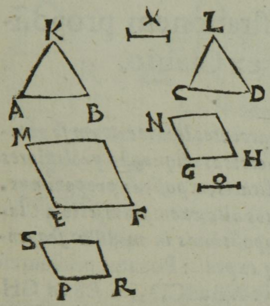


gym. 2. Aio MS omnino ſimilem, ſimiliterq; poſitam ipſi RB. Nam in parallelogrammo EK duo triangula EHT, FKV ſunt æqualia per 4 propoſ. lib. 5. vt demonſtrauimus in cit. Æpiar. 5 propter angulos æquales ad T, & V, & latera æqualia ET, FV, & TH, VK. Præterea yſdem triangulis æqualibus EHT, FKV ſunt æqualia triangula EBR, FMS, per 4 propoſ. huius lib. 6, ac ſimilia, ac latera etiam homologa habent; ergo ſunt & inter ſe ſimilia, per hanc 21 propoſ. Eucl. & ſimiles inter ſe habent baſes RB prototypum, & SM imaginem delineatam.

Pro-

Propoſ. XXII. Theor. XVI.

Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, erunt & rectilinea ab ipſis ſimilia, ſimiliterque deſcripta proportionalia. Et ſi rectilinea ſimilia, ſimiliterque ab ipſis deſcripta proportionalia fuerint, erunt & ipſæ proportionales.



SInt quatuor rectę AB, CD, EF, GH proportionales. Vt AB ad CD, ita EF ad GH, [a] deſcribanturque ſuper AB, CD ſimilia, ſimiliterque poſita rectilinea KAB, LCD, ſuper EF, GH ſimilia ſimiliterq; poſita MF, NH. Dico eſſe vt KAB ad LCD, ita MF ad NH. [b] ſumatur enim ipſarum AB, CD tertia proportionalis X, ipſarum vero EF, GH tertia proportionalis O. Et cùm ſit vt AB ad CD, ita EF ad GH, & vt CD ad X, ita GH ad O; [c] erit ex æquali vt AB ad X, ita EF ad O: [d] ſed vt AB ad X, ita eſt KAB ad LCD, & vt EF ad O, ita [e] MF ad NH: ergo vt ABK ad CDL, ita eſt MF ad NH. Sed ſit vt KAB ad LCD, ita MF ad NH; dico eſſe vt AB ad CD, ita FE ad GH. Fiat [f] enim vt AB ad CD, ita EF ad PR, [g] deſcribaturque ſuper PR rectilineum SR ſimile, ſimiliterque poſitum ipſis MF, NH. Cùm ergo ſit, vt AB ad CD, ita EF ad PR, deſcriptaque ſint ſuper AB, CD rectilinea KAB, LCD ſimilia, ſimiliterque poſita; ſuper EF, PR verò ſimilia ſimiliterq; poſita MF, SR; erit vt KAB ad LCD,

a *propoſ.* 18.5.
b *propoſ.* 11.6.
c *propoſ.* 22.5.
d *propoſ.* 19.6.
e *cor. prop.* 26. 6.
f *propoſ.* 12.6.
g *propoſ.* 18.6.

LGD, ita MF ad SR: ponitur autem vt KAB ad LCD, ita MF ad NH. Habet ergo MF ad NH, & ad SR eandem proportionem; *h* æqualia ergo sunt NH, SR; sed sunt similia, similiterque posita; æquales ergo sunt GH, PR. Et quia est vt AB ad CD, ita EF ad PR, suntq; PR, GH æquales, erit vt AB ad CD, ita EF ad GH. Si ergo quatuor rectæ, &c. Quod oportuit demonstrare.

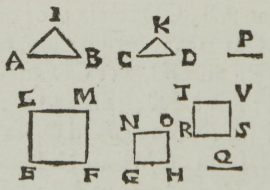
h propos. 9.5.

§. I.

SCHOLION I.

Aliter, ac breuius demonstrationem propositionis 22 expedire ex Clauio.

Tyronum labori, & molestiæ parcentes libenter, cum se occasio dat, demonstrationes geometricas aliquando prolixiores breuius, sine detrimento facilitatis, expositas proponimus. Vnum hìc, præter alibi apud nos alia, exemplum esto a Clauio, qui demonstrationem huius 22 propositionis in modum sequentem expedit: Ponatur primum esse vt AB ad CD, ita EF ad GH. Dico esse quoq; vt ABI, ad BDK, ita EM ad GO. a. Cùm enim sit proportio rectilinei ABI ad CDK duplicata proportionis AB ad CD; item proportio rectilinei EM ad rectilineum GO duplicata proportionis EF ad GH; erunt proportiones ABI, ad CDK; & EM ad GO æquales; quandoquidem duplicatæ sunt proportionum æqualium AB ad CD, & EF ad GH. Quod est primum.



a 19, vel 20 sexti

Ponatur deinde esse vt ABI ad CDK, ita EM ad GO. b Dico esse quoq; vt AB ad CD, ita EF ad GH. Cum enim sit proportio ABI ad CDK duplicata proportionis AB ad CD; item proportio EM ad GO duplicata proportionis EF ad GH; erunt proportiones AB ad

b 19, vel 20 sexti.

CD, &

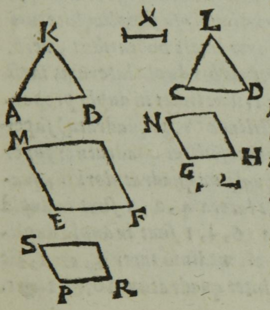
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

& EF ad GH æquales, quandoquidem earum proportiones duplicatæ ABI ad CDK; & EM ad GO æquales ponũtur. Quod est secundũ.

§ II.

SCHOLION II.

Ampliatio Propos. 22 & eius vniuersalitas.



1 *INtellige ea rectilinea quatuor similia inter se proportionalia non solum in proportione interrupta, ita vt bina ABK, CDL sint in eadem proportione, in qua sunt bina MF, NH, nec tamen sint CDL MF in eàdem, & connectente duas similes proportiones ipsorum ABK, CDL, & MF, NH; sed intellige etiam si quatuor rectæ AB, CD, GH sint in continuata, & conuexa inter se eàdem proportione, immò & si sint tres connexæ in eàdem proportione, etiam rectilinea super ijs rectis esse in continuatà eadē inter se proportione, modò tamen sint rectilinea continuatæ illius proportionis similia omnia inter se. Sic enim postulat hæc propositio 22, & antecedens 20; neq; enim dissimilium rectilineorum est proportio laterum duplicata.*

2 *Quod affirmatum, & demonstratum est in 1 propos. huius, hic vniuersale est. Nam in 1 propos. ostensum est speciatim de triangulis, & parallelogrammis intra easdem parallelas, siue altitudinis eiusdē, ea esse inter se vt bases, scilicet esse inter se proportionalia iuxtà basium proportionem, si tres, vel quatuor bases sint inter se proportionales, esse & super illis proportionalia triangula; & parallelogrammata. At in hac 22 propositione fit egressus extra easdem parallelas, & extra triangula, & parallelogrammata, & vniuersaliter de quibuscunq; figuris (modo sint similes) in quacunq; sint altitudine, eas esse inter se in proportione linearum trium, vel quatuor proportionalium super quibus sint constitutæ. &c.*

§. III.

SCHOLION III.

In qua proportione sint rectilinea similia super proportionalibus lineis.

INtellige de proportione, de qua in antec. 20 proposit. scilicet rectilinea super proportionalibus lineis similia, esse etiam ipsa proportionalia inter se, non proportione ipsa simplici laterum sed duplicata. &c. Ceu quadrata super lineis habentibus, verb. g. inter se duplam, sunt inter se in proportione bis dupla laterum; idest quadruplà, siue duplicatà, &c. Et datis tribus lineis in dupla proportione, primà 4, media 2 extremà 1, rectilinea (v. g. quadrata) super ijs sunt in eàdem, sed duplicatà proportione; scilicet quadratum super linea 4 est 16, super 2 est 4 minorum æqualium quadratulorum, qualium est quadratum super extremà 1. Vt latera 4, 2, 1 sunt in duplà proportione, sic ex ijs lateribus quadrata 16, 4, 1 sunt in dupla duplicatà, idest in quadruplà; & vt latus 2 est medium inter 4, & 1, sic quadratum 4 est medium proportionale inter quadratum 16, & 1. &c.

§. IV.

SCHOLION IV.

Prop. 22 fons constituendorum rectilineorum proportionalium.

QVemadmodum de lineis proportionalibus inueniendis Euclid. agit in propositionibus 11, 12, 13, ac visus est aliquibus defecisse in inuentione etiam rectilineorum proportionalium; sic oculos geometricè acutos habenti tacitè in hac 22 propos. obijcit semina rectilineorum proportionalium, quæ sapienti possunt producere vberem segetem proportionalium recti-

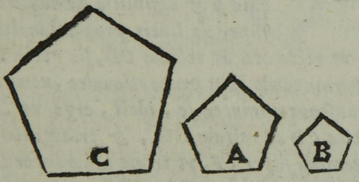
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

ctilineorum similium, & dissimilium figurà, tertij, medij, quarti, proportionalis. &c. vt puta hic partim dum in quatuor proportionalibus lineis quartum proportionale rectilineum tribus datis appositũ ostentat, partim etiam nos magis explicitè ad 25 propos. inferius (quæ egent, iuxta aliquos) problemata exercebimus de inuentione proportionalium rectilineorum. Vides ergo in Geometricis hisce elementis nihil esse quod iure possit desiderari, & (iuxta dicta ex Proclo in Prolegomenis, & ad 1 propos. lib. 1 de conditionibus elementorum geometricorum) alia expressa esse, alia quasi tacita, quæ facile deduci possint ab expressis. &c.

§. V.

PROBLEMA.

Dato rectilineo duo extrema proportionalia, & similia adiungere.

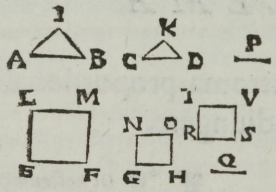


Hoc nostrum problema, quia non eget vsu propositionis 25, & solui potest ad hanc 22, ideo hic id accipe. Sint recti lineo A adiungenda duo similia rectilinea extrema proportionalia ita, vt datum A sit medium proportionale inter duo inuenienda. Per nostrum problema ad 13 propos. huius, rectæ A inueniātur duæ aliæ rectæ extremæ proportionales, ita vt recta A sit media proportionalis inter duas inueniendas, quæ sint B, C, ac super ijs excitentur rectilinea B, C similia, similiterque descripta, per 18 huius; eruntque super rectis B, A, C proportionalibus rectilinea B, A, C proportionalia B, & C extrema dato medio A in eadem proportione adiuncta; per hanc 22, & Schol. nostrum 1 ad eam.

§. VI.

PARADOXVM.

Super quatuor rectis lineis proportionalibus quatuor rectilinea inter se proportionalia sunt, & tamen inter se non similia. Cum vsu in Musicis, & in Ponderosis.



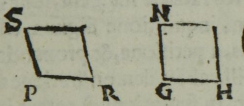
ERit & hoc auctarium ad hanc 22 prop. Eucl. quẽadmodum, & aliqua antecedentium. Affirmat Geometra super quatuor rectis proportionalibus rectilinea similia esse inter se proportionalia; quid si & dissimilia demonstrem super ijs lineis proportionalia? nam in figura hic posita si vt recta AB ad rectam CD, sic recta EF ad rectam GH, ergo & permutando sunt proportionales, nempe antecedentes inter se, & consequentes inter se, idest, ergo vt AB recta ad rectam EF, sic recta CD ad rectam GH, & triangulum super AB est ad parallelogrammũ super EF, vt triangulum super CD ad parallelogrammum super GH. Ac patet. Nam si fiat triangulum simile ipsi AIB, & æquale parallelogrammo LF, (per praxim, quam docuimus in To. 1. § 19 ad 47 lib. 1. mox inferius demonstrandam in propos. 25 huius) erit id triangulum, per hanc 22, proportionale ipsi ABI; ergo & parallelogrammum LF æquale illi triangulo possibili, erit & ipsum proportionale eidem ABI. Eodemque modo probari potest CDK, & NH, licet figurarum dissimilium, esse proportionalia inter se. Videbis exempla inferius ad 25, vbi de rectilineis proportionalibus inueniendis agemus. Quam verò inter se proportionem habeant ABI, LF, & CDK, NH inuestigare licet eo modo facillimo, quem nos docuimus, ac demonstrauimus ad 1 huius, § 6.

Hinc appone ad ea, quæ ad 20 propositionẽ applicauimus materijs

so-

sonoris, & ponderosis, & agnosce laminas etiam dissimilium figurarum, quales hìc triangulares, & quadrangulares edere consonantias commensurabiles, & easdem quas ederent, si essent in figuris similibus eiusdem quantitatis; pariterque etiam solida dissimilium figurarum habere posse inter se commensurabiles proportiones ponderũ, &c. Quales autem sint eæ proportiones sonorum, vel ponderum inuestigabis, vel (quod ad planas) ea arte, quam modò dixi de figuris geometricis ex 1. huius, vel ex 20 propos. Nam si fingas geometrica plana, & solida figuris dissimilibus laminarum, & grauium corporum, eaque commutes in similes inter se figuras tum planas, tum solidas, & laterum homologorum duplices in planis, triplices in solidis proportiones, dabunt eæ quantitatem ponderositatis, & qualitatem consonantiæ, &c. Relege ad 20. Hìc satis esto indicare, & applicare propositum paradoxum etiam vsibus sonoris, & ponderarijs.

LEMMA EVCL.



QVod autem quando rectilinea æqualia similia fuerint, ipsorum latera homologa æqualia sint, sic ostendemus. Sint NH, SR æqualia, & similia; sitque vt HG ad GN, ita RP ad PS. Dico RP, GH æquales esse. Si non, erit vna maior. Sit maior RP. Cùm ergo sit vt RP ad PS, ita HG ad GN, [a] erit permutando vt RP ad GH, ita PS ad GN. maior est autem PR, quàm GH, maior ergo etiam erit PS, quàm GN. Quare & RS maius erit, quàm HN: sed est illi æquale, quod fieri non potest. Non est ergo PR maior, quàm GH. Quod oportuit demonstrare.

[a] *propos.* 16.5.

§. VII.

SCHOLION:

Pa-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Lẽmata ante, & post propositionẽ principalẽ ponũtur.

Pariter post propos.4 lib.5.habes Lemma. Lemmata fermè apud Geometricos Philosophos præmitti solent demonstrationibus principalibus, tamen etiam aliquando (vt apud Euclidẽ) postponuntur propositioni, ac demonstrationi principali, si quando aliquid inter plura alia demonstranda videatur egere probatione, quæ interposita demonstrationi principali, præsertim prolixiori (vt hic saltem non admodum breui) videretur posse interturbare progressum demonstrationis, ac seorsim post demonstrationem facilius, & expeditius probari possit. Habes hìc, & alibi exempla apud Euclid. Relege, mi Tyro, quæ de lemmate habes in tom. 1 huius Aerarij ad propos. 1 lib. 1 Elem. § 3.

Lẽma, seu sumptio latè, & pressè quid sit, & differat.

Lẽma axioma, petitio quid differant.

Apud Proclum sub nomine sumptionis ab interprete accipe sequẽtia, ad eruditionem, & cognitionem geometricam, lib. 3. ad propos. 1. Sumptionem de omni etiam propositione, quæ in alius Propositionis constructione sumitur, sæpe numero prędicari dicunt, ex tot sumptionibus demonstrationem ipsius factam esse dicentes. Propriè autem apud eos, qui in Geometria versantur sumptio, & propositio fide indigent. Cùm enim in constructione, vel in demonstratione aliquid sumimus eorum, quæ ostensa non sunt, sed ratione indigent, tunc id quod sumptum est, vel per se ambiguum, inquisitione dignum esse arbitrati, sumptionem ipsum appellamus, a petitione, & pronuntiato quatenus demonstrabilis existit; cum illa absq; demonstratione ad aliorum fidem faciendam per se sumantur. In sumptionum autem inuentione optimum quidem est cogitationis ad hoc aptitudo; multos enim est videre acutos in solutionibus, nullisq; methodis hoc facientes, quemadmodum & Cratistus noster, qui idoneus quidem erat ad venandum Quæsitum ex primis, & breuibus quo ad fieri poterat: vsus autem fuit natura ad inuentionem. Traduntur tamen methodi optima quidem illa, quæ per resolutionem ad exploratum principiũ reducit. &c. *Qua de re habes satis multa ad primam prop. lib. 1. Elem. in tom. priori huius Aerarij.*

§ VIII.

SCHOLION.

Propos. 22 ampliata ad numeros, & ad solida.

Po-

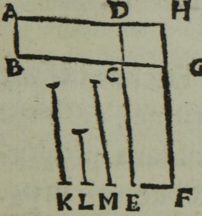
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Poteſt hæc 22 propoſitio demonſtrari & in numeris, & de parallelepipedis pro propoſit. 37 libri 11. Sint 2, 4, & 3, 6 in dupla proportione, fiant ſingulorum quadrata 4, 16, & 9, 36. vt quadrati 4 eſt quadruplum quadratum 16, ſic quadrati 9 quadruplum quadratum 36.

Fiant cubi 8, 64, & 27, 216. vt cubi 8 eſt octuplus cubus 64, ſic cubi 27 octuplus eſt cubus 216. Itaque formetur propoſitio vniuerſalis ad totum genus quantitatis: Si quatuor quantitatum binæ ſint proportionales, binarum ſimilia producta ſunt proportionalia.

Propoſ. XXIII. Theor. XVII.

Aequiangula parallelogramma inter ſe proportionem habent è lateribus compoſitam.



Sint æquiangula parallelogrãma AC, CF æquales angulos BCD, ECG habentia. Dico illa porportionem habere ex proportione laterum compoſitam, ex illa nimirum quam habet BC ad CG, & quam habet DC ad CE. Ponatur BC ipſi CG in directum; [a] erit ergo & DC ipſi CE in directum, & compleatur parallelogrammum DG. Exponatur quædam recta K, [b] fiatque vt BC ad CG, ita K ad L, & vt DC ad CE, ita L ad M. Proportiones ergo K ad L, & L ad M eędem ſunt quæ laterum BC ad CG, & DC ad CE. [c] Sed proportio K ad M componitur ex proportione K ad L, & L ad M; habet ergo & K ad M proportionem ex laterum proportione compoſitam. Et cùm ſit vt BC ad CG, [d] ita AC parallelogrammum ad CH: & vt BC ad CG, ita K ad L, [e] erit vt K ad L, ita AC ad CH. Rurſus [f] cum ſit vt DC ad CE, ita pa-

a *propoſ.* 14.5.
b *propoſ.* 12.6.
c *def.* 5. 6.
d *propoſ.* 1.6.
e *propoſ.* 11.5. 6.
f *propoſ.* 1.6.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

parallelogrammum CH ad CF; & vt DC ab CE, ita L ad M, g erit vt L ad M, ita CH ad CF. Cùm igitur ostensum sit vt K ad L, ita esse AC ad CH; vt verò L ad M, ita CH ad CF, h erit ex æquali vt K ad M, ita AC ad CF. At K ad M proportionẽ habet cõpositam ex lateribus, ergo & AC ad CF proportionem habet compositam ex lateribus: æquiangula ergo parallelogramma, &c. Quod oportuit demonstrare.

g *propos.* 1.5.
h *propos.* 22.5.

SCHOLION I.

Hanc 23 aliter, ac facilè demõstratam ex vsu geometrico centri grauitatis vide in Epilogo planimetrico in 3 par. hu. 2. Tomi.

§. I.

SCHOLION II.

Expositio, & cõstructio, quibus Euclides vtitur in demonstranda 23 propositione, dissipant hallucinationes circa compositam proportionem Geometricam, velut laterum in parallelogrammis. &c.

Detrimenta abstractè ab exẽplis, & figuris philosophantiũ.

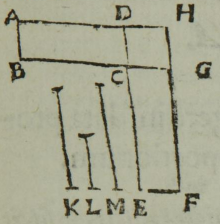
1 *DVm aliqui nimis abstractè versantur in Geometricis, nec ea quæ in aliquibus definitionibus prolata sunt applicatè inquirunt in exẽplis peculiarium demonstrationum, aberrant à vera cognitione locutionum geometricarum, cum detrimento magni momenti circa physicas materias, quas informant fallacijs geometricis. Exemplo sunt prauæ aliquorum interpretationes circa proportiones duplicatas, triplicatas, compositas. &c. Quarum fallax interpretatio inducit fallaciam in mensuras quantitatum planarum, & solidarum. Quid igitur sit verè ratio, siue pro-*

por-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

portio composita in Geometricis videndū est, sine pluribus ambagibus, in huius propos. 23 exemplo, ac demonstratione. In qua vides ab Euclide fieri, & vocari proportionem compositam lineæ K ad lineam M, quia componitur ex proportione K ad L, & L ad M. *Quid nitidius, ac simplicius?*

Composita proportio quænam sit.



2 Itaque quemadmodum si K, L, M essent in eadem proportione verb. gr. dupla, diceretur proportio prima K ad tertiam M duplicata, iuxta definitionem 10 lib. 5 & iuxta à nobis explicata ad prop 19 huius; ita quoniam proportiones ipsarum K ad L, & L ad M in hac propositione 23 supponuntur esse diuersi generis, non vocatur proportio primæ K ad tertiam M duplicata, idest bis vsurpata, iterata in eodem genere, sed vocatur composita, & ex diuersi generis proportionibus producta.

Composita proportio est precipuè ex proportionibus diuersi generis.

3 Producta inquam (ne hìc etiam fallare cum aliquibus) iuxta definitionem quintam huius lib. 6, scilicet quæ producitur, & manifestatur in numero denominatore, ac producto per multiplicationem inter se denominatorum intermediarum proportionum. Nam si aueas scire in specie quænam sit proportio primæ K ad tertiam M, denominatores duarum proportionum diuersi generis intermediarum inter K, L, & inter L, M, inter se multiplicati producunt denominatorem compositum, qui indicat proportionem compositam è duabus K ad L, & L ad M. Doctè enim demonstrat Clauius ad finem lib. 9 element. compositionem proportionum esse non additionem, sed multiplicationem denominatorum intermediarum proportionum.

Modus sciendi datam proportionem compositā. &c

Composita proportio est etiā ex maioris, & minoris inæqualitatis proportionibus

4 Caue etiam ab alia fallacia, ac scito proportiones intermedias inter primum, & extremum terminos (quorum mutua proportio componitur ab intermedijs) esse non solum diuersi generis, sed maioris, & minoris inæqualitatis, & maiores etiam proportione primi & vltimi extremorum. Qua de re vide cit. Clau. ad fin. lib. 9.

5 Animum aduerte etiam ad proportiones laterum in parallelogrammis, ac scito nō esse ex reciprocis ita, vt in vtroq; sint antecedentes, & consequentes termini proportionum, verbi gr. vt BC ad CG, ita EC ad CD, sed Euclides vult in altero parallelogrammo intelligi antecedentes, in altero consequentes, aitque: Dico parallelogrammata BD, CF proportionem habere ex proportione laterum compositam, ex illa nimirum, quam habet BC ad CG, & quam habet DC ad CE. *Hanc animaduersionem habes etiam à Clauio. Cui rationem ego ad-*

Composita proportio ex lateribus nō reciprocè sūptis intelligitur in hac 23 prop.

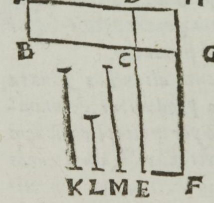
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

do, quia cùm laterum proportio est reciproca, tunc patet, ex 14 huius, esse arearum proportionem solius æqualitatis. In hac autem prop. 21 docet proportiones etiam alias arearum ex lateribus, &c.

§ II.

LEMMA.

Datæ rectæ lineæ aliam adiungere in data proportione per circinum proportionum.



IN spice figuram Euclidis, & sit, vt ille iubet, rectæ L adiungenda recta M, ad quam ipsa L habeat proportionem, quã habet latus DC ad latus CE. Vide quam proportionem habeãt inter se DC, CE in partibus acceptis ex circino proportionum, iuxta lẽma ex vsu eius circini ad 1 propos. huius, § 6, sitq; v. gr. DC 2, CE 8.

Accipe interuallum rectæ L, & diducto circino proportionum, colloca interuallum rectæ L inter lubitos numeros, v erb gr. inter 10, & 10, & quoniam CE 8 est quadruplum ipsius DC 2, accipe (immota perstante circini partium diductione) interuallum inter 40, & 40, qui numerus quoniam est quadruplus numeri 10, erit & recta accepta inter 40, & 40, (finge ipsam M) quadrupla ipsius L; accepta scilicet, & adiuncta data rectæ in data proportione. Quod erat faciendum.

§. III.

Praxis geometrica pro inueniendà proportionẽ compositá innuitur in construtione, quà vtitur Eucl. dum demonstrat hanc 23 proposit. Additis à nobis duabus alijs praxibus arithmeticis.

In-

1 INnuit, inquam, Euclides in Geometrica praxi, & constructione praxim, quà vtare, mi Tyro, etiam in numeris. Nam dum ait: exponatur quædam recta K, fiatq; vt BC ad CG, ita K ad L; & vt DC ad CE, ita L ad M. & paullo inferius. Proportio K ad M componitur ex proportione K ad L, & L ad M. ostendit datis, verb.gr. quatuor numeris 2, 4, 3, 9 quorum primus, & secundus habent inter se proportionem duplam, tertius, & quartus triplam, vt inuenias, & scias numerum, ad quem primus habet compositam proportionem, redigendos esse ad tres, & faciendum vt secundus 4 habeat ad tertium proportionem, quam habet 3 ad 9, fiatque, vt Euclides in tribus lineis, ita: 2, 4, 12, habeatque 12 ad 4 triplam proportionem, & ex diuisione tertij 12 per primum 2 dabitur 6 quotiens, & denominator proportionis sextuplæ, quam habet 12 ad 2, quæq; erit composita ex proportionibus 2 ad 4, & 4 ad 12. Vtere praxi; & eam applica, quam habes ex circino proport. in lemmate antecedenti. *Modus inueniendi denominatorem compositæ proportionis.*

2 Iuxta vero definitionem 5 huius lib.6, non diuisione, sed vtendo multiplicatione, si quantitates, idest denominatores proportionum inter 2, & 4, inter 3, & 9, siue inter 4, & 12, hoc est 2, & 3 multiplicentur (ecce compositam esse proportionem ex multiplicatione, non ex additione) inter se, atq; ex 2 in 3 fiat productum 6, est id denominator proportionis compositæ, ac productæ ex duabus inter 2 & 4, inter 3, & 9, & quam habet primus numerus 2 ad tertium 12. *Modus alter eundem denominatorem inueniendi.*

3 Vel aliter tertiò, iuxta definitionem a nobis additam in § 4 ad defin. 5 huius lib.6, eodem ordine seruato numerorum 2, 4, 3, 9. numeri proportionum antecedentes 2, & 3 multiplicentur, & productum esto 6, item consequentes 4, & 9 multiplicati producant 36: diuiso 36 per 6, quotiens 6 dat denominatorem compositæ proportionis, &c. Huius tertiæ praxis theoricen etiam geometricè demonstratam habes in § 14, Corollar. 6 ad hanc 23 propos. Eucl. *Modus 3 eundem denominatorem compositæ proportionis inueniendi.*

Datis igitur duobus parallelogrammis, & in partes æquales, eiusdemque mensuræ diuisis binis vtriusq; lateribus circa angulum æqualem, habes duplicem praxim, quarum altera est connectendo, & exponendo numeros iuxta exemplum Euclidis in lineis, vt inuenias denominatorem ex proportione primi ad vltimum: altera praxis est per multiplicationem denominatorum intermediorum, & productum denominet, & indicet proportionem quantitatum arealium inter ipsa parallelogrammata.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§. IV.

SCHOLION III.

Adiumenta, & firmamenta praxeωn antecedentium a nobis, & ab alijs.

Modi cognoscēdi proportiones inter datos numeros.

1 NEque verò est quod hæreas in inueniendis, & cognoscendis proportionibus inter datos duos numeros, itemq; in inueniendo numero, ad quem alter datus habeat lubitam proportionem. Nam per diuisiones, & multiplicationes inueniuntur ij numeri iuxta praxim, quam tradidimus ad 19 propo. 5 huius, quæ non est hic iteranda. Illam illic relege, & applica ad compositam proportionem vt ibi habes pro dupla, tripla, &c.

Vbi nā doceatur modus redigendi datos numeros ad minimos in eadem proportione.

2 Et quoniam expedit, ad faciliorem cognitionem, & praxim, redigere numeros proportionum aliquando maiores in minimos eiusdem proportionis, habes ab Euclide lib. 7 propos. 35, & lib. 8 propos. 4. & in schol. ad eas, modum, quo datis numeris. &c. reperiantur minimi omnium in eadem ratione. &c.

3 Fieri verò denominatorem compositæ proportionis ex multiplicatione denominatorum intermediarum proportionum habes demonstratum ab Eutocio apud nos ad defin quintam huius, & ibi indicatas alias aliorum demonstrationes. Itemq; probationes hallucinationum, quas indicauimus in antec. § 1. Vide apud Clauium ad 5 defin. huius, & ad finem lib. 9, & ad 10 defin. lib. quinti.

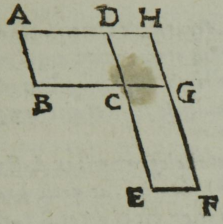
Plura geometricè, & arithmeticè circa multiplicationes, subtractiones, &c. proportionum vide apud Orontium, defin. 5 huius, & apud Regiomontanum in Epitome Magnæ constructionis Ptolemæi, propos. 18 lib. 1.

§. V.

SCHOLION IV.

Ali-

Aliter, ac breuius demonstrare hanc propos. 23. Eademq; in numeris demonstrata.



Habes apud Clauium breuiorem, pro imminuenda molestia Tyronibus, demostrationem huius propos. 23 in hunc modum. Coniunctis parallelogrammis, vt prius e. Cum sit vt AC ad CH, ita BC, ad CG, & vt CH, ad CF, ita DC, ad CE. Proportio autem AC, ad CF componatur, per definitionem, ex intermedijs proportionibus AC ad CH, & CH ad CF, componetur quoq; eadem proportio AC ad CF ex proportionibus BC, ad CG, & DC ad CE, quæ illis intermedijs sunt æquales. Quod est propositum. *e 1 sexti.*

In numeris verò hanc eandem propositionem demonstratam vide apud Euclidem lib. 8, propos. 5, vbi : plani numeri rationem inter se habent ex lateribus compositam.

§ VI.

PROBLEMA.

Proportiones parallelogrammorum inter se facillimè, ac variè inuenire etiam extra hanc 23 propositionem.

1 modus. *Datis duobus parallelogrammis æquiangulis, etiam sine inuestigatione, & ambagibus compositæ proportionis laterum circa vnum angulum, scire licet quam intra se proportionem habeant, per § 6 nostrum, & Problema vniuersalissimum ad primam propos. huius,*

sci-

ſcilicet applicando alterum datorum parallelogrammorum ad vnum latus alterius dati parallelogrammi, & baſium proportiones dabunt proportionem parallelogrammorum. Vel etiam aliter, vt ad eam 1 propoſ. docuimus, ſuper æqualibus duabus rectis, quaſi baſibus, conſtituendo parallelogrammata (licet altitudinum inæqualium) æqualia datis rectilineis, & altitudinum proportiones dabunt proportiones rectilineorum.

2 modus. Ex dictis in 1 tomo huius Aerarij, de dimetiendis areis parallelagrammorum ex ductu in ſe laterum circa vnum angulum: Nam ex ea multiplicatione productum vtriuſq; parallelogrāmi oſtendet proportionem arearum vtriuſque, diuidendo ſcilicet alterum productorum maius per minus.

Atq; in hac arearum dimenſione in parallelogrammis ex ductu laterum inter ſe latet (quam paucis indico) theorice, ac ratio praxis arithmeticæ, qua vſi ſumus ad defin. 5 huius, & hic in antec. § 3, & in ſequentibus corollarijs vtemur. Vide hic figuram Euclidis, & in ea agnoſce antecedentia proportionum eſſe parallelogrammi BD latera BC, CD, conſequentia CG, CE in parallelogrammo EG.

Ratio praxis arithmeticæ pro inueniēdo denominatore compoſitæ proportionis.

Multiplicare numeros antecedentes proportionum inter ſe, & ſequentes inter ſe nihil aliud eſt, quàm ex ductu duorum laterum vnius parallelogrammi, & duorum alterius conficere quantitates, ſeu ſummas areales, & earum in numeris proportiones cognoſcere.

3 In antecedenti num. 2 dixi: circa vnum angulum, *non exprimendo æqualitatem omnium angulorum, quam in parallelogrammis Euclides innuit in hac 23 propoſitione, dùm parallelogramma æquiangula proponit. Dummodo enim vnum angulum æqualem vni alterius habeant data parallelogrammata, ſunt etiam æquiangula, & reliquos tres reliquis tribus alterius æquales habent angulos, iuxta à nobis demonſtrata in tom. 1 huius Aerarij ad prop. 34, § 15. Itaque per eam ibi demonſtrationem liberaris à curà cæterorum angulorum, modo vnum vni æqualem ponas, eaque ſola poſitione facillimum habes negotium geometricum.*

§. VII.

Vſus Geometrici, Corollaria, Ampliationes propoſitionis 23.

Quod

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

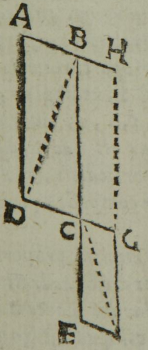
1 QVod ad ampliationes attinet inſpice oculo geometricè illuſtrato, mi Tyro, in nomine parallelogrammi generico doceri etiam cognitionem proportionum, quam habent inter ſe rhombi, rhomboidea, rectangula, quadrata tam inter ſe in eadem ſpecie, quam in diuersà comparata, modò figuræ illæ habeant vnum vni alterius æqualem angulum, iuxta indicata in fine § 6 antec. Adde ijs etiam parallelogrammata plurilatera, velut ſexagonum, octogonum regularia &c. Ratio patet à propoſ. 23, quia eæ omnes figuræ ſunt parallelogrammata, & æquiangula. Inferius videbis aliqua exempla.

Adde prædictis & triangula aliqua, quorum proportio inueſtigatur ex hac 23, vt in 19 propoſ. oſtendit Euclides etiam in triangulis ſimilibus proportionem laterum homologorum.

Adde & aliqua plurilatera non parallelogramma, &c. de quibus omnibus inferius inſeqq corollarijs.

2 In propoſitione 1 comparauit Euclides inter ſe triangula, & parallelogrammata eiuſdem altitudinis; in 20 propoſ. comparauit inter ſe ſimilia polygona. Hìc comparat parallelogrammata etiam diuerſæ altitudinis, & non ſimilia, ideſt etiam non habentia circa æquales angulos latera proportionalia.

3 Ac nota pariter ad ampliationem, (quod & notauit Clauius) proportionem hanc è lateribus compoſitam in prædictis omnibus figurarum formis fieri (inſpice figuram Euclidis) comparando latera non ſolum, BC, CG, & DC, CE, ſed etiam comparando BC cum CE, & DC cum CG, & à compoſita ex eorum proportionibus proportione indicari proportionem arearum.



Quæ animaduerſio magnifacienda eſt, ſi non ob aliud, ſaltem ob theorema inferius ponendum in § 14. Veram verò eſſe hanc animaduerſionem non ſolum indicio eſt quòd vniuerſaliter ab Euclide proponitur comparatio ea laterum, ſed etiam patere affirmo ſi parallelogrammata componas, vt hìc vides, & compares parallelogrammi AC latus BC cum parallelogrammi CE latere CE, & DC cum CG; addito enim tertio parallelogrammo CH, fiet eadem demonſtratio Euclidis.

Alia ex prædictis in hoc § 7, tibi, mi Tyro, conſtabunt magis in ſequentibus corollarijs. Atque

que

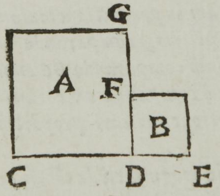
que ex prædictis, & sequentibus videbis quàm amplæ doctrinæ, ampliq; vsus sit hæc 23.

§. VIII.

COROLLARIVM I.

Aliter tertio demonstrare etiam ex 23 propositione quadratum, cuius latus sit duplum lateris alterius quadrati, esse quadruplum alterius.

HOc theorema, quod apud alios demonstratum extat primo è 4 propos. lib. 2, & secundo è 20 lib. huius etiam apud nos, nos hìc tertio etiam ex hac 23 propos. Euclid, & ex nostris praxibus ad eam demonstratum per modum corollarij expediemus. Nam quadrata cùm sint æquiangula, & parallelogrammata, habent & ipsa inter se proportionem ex lateribus compositam. Sit ergo quadratum A, cuius CD sit duplum lateris DE, & iuxta Euclidis exemplum geometricum in hac propos. 23, fiat pro latere DE 1, pro CD 2, quæ est prima proportio duorum laterum in vtroq; quadrato circa angulum æqualem; rursus exponatur secunda proportio lateris DF 1, & lateris DG 2; nectantur, & fiant tres numeri in prædictis proportionibus sic, 1, 2, 4; vides proportionem compositam ex 1 ad 2, & ex 2 ad 4, quæ est 1 ad 4, esse quadruplam. Vel, denominatoribus vtriusq; proportionis 2, & 2 inter se multiplicatis, productum est 4 denominator compositæ proportionis: ergo A est ipsius B quadruplum.



Vel deniq; multiplicentur antecedentes inter se numeri proportionum 1 in 1, & productum est 1, scilicet quantitas areæ quadrati minoris B; multiplicati inter se consequentes 2 producunt 4 aream maioris quadrati A; ergo proportio maioris A ad B est 4 ad 1, ergo quadruplum A ipsius B.

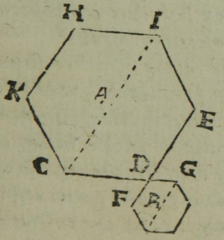
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§. IX.

COROLLARIVM II.

Omnes figuræ regulares habentes latera numeri paris opposita parallela, inter ſe proportionem habent ex lateribus compoſitam.

HExagona, octogona, decagona, dodecagona, &c (omiſſis regularibus figuris, quarum latera ſunt numeri imparis, nec habent latera parallela, pentagonum, heptagonum. &c.) veniunt ſub hoc corollarium. Exemplum affero in Hexagonis A, B, quæ aſſero habere inter ſe proportionem ex lateribus compoſitam. Et quoniam ſunt ſimilia inter ſe, habentq; ex defin. 1 angulos æquales, & latera circa eos proportionalia, finge latus CD eſſe triplum lateris DG, erit & ED triplum ipſius DF. Fiũt igitur hi numeri 1, 3, 1, 3, quos connecte vt docuit Euclides, ita vt inuenias ſecundo tertium in ea proportione, in qua eſt tertius ad quartum Sic: 1, 3, 9; erit proportio 1, ad 9 compoſita ex proportionibus laterum 1 ad 3, & 3 ad 9. Igitur erit B nona pars ipſius A. Vel ex definitione quinta huius, multiplicatis denominatoribus proportionum 1, 3, 1, 3, id eſt ducto 3 in 3, proſilit denominator 9 proportionis cõpoſitæ, &c.



Vel deniq; multiplicatis antecedentibus 1, in 1, fiet 1, conſequentibus 3 in 3 fiunt 9, ergo proportio eſt 1 ad 9, &c. Firmantur prædicta ex 20 propoſ. nam ſimiles figuræ hexagonicæ A, B habent proportionem laterum homologorum duplicatam (quæ iuxta dicta ad defin. 5 huius, & ipſa compoſita eſt ex intermediis) id eſt dato minoris hexagoni B latere DG pro 1, & maioris A latere CD pro 3, ſi continuetur tripla proportio, prodit tertius numerus 9 denominans proportionem inter A, & B duplicatam; vt etiam eandem denominabat in compo-

ſitione laterum CD, DG, & ED, DF. &c. ergo. &c.

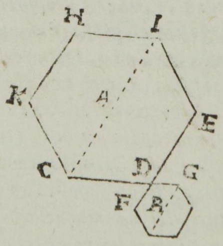
Eodem modo corollarium erit de aliis regularibus figuris plurilateris, & parallelogrammis, iuxta determinationem in inſcriptione huius corollarij. Nam eæ habent conditiones propoſitionis 23, ſunt æquiangulæ, & parallelogrammata.

§. X.

PARADOXVM, & COROLLARIVM III.

Rectilinea plurilatera non parallelogrammata, quæ habent inter ſe proportionem ex lateribus compoſitam.

PRopoſitio hæc 23 Euclidis eſt de figuris parallelogrãmis, quomodo ergo ſint aliquæ figuræ non habentes latera parallela, & tamen ſint habentes proportionem ex lateribus compoſitam, vt docet propoſ. 23 de parallelogrammis æquiangulis?



Facilimè, ac breuiſſimè confirmatur noſtrum paradoxum, vt & inferius in corollar. 5 de triangulis. nam, exempligratia, in duobus hexagonis A, B, ducta diametro per angulos oppoſitos, in duas æquales partes deſpeſcuntur hexagona, vt demonſtratum habes in 1 tom. huius Ærarij ad propoſ. 34. & fiunt bina quadrilatera ICKH, ICDE, itemq; in minori hexagono B bina alia æqualia minora quadrilatera. Atque in maiori Hexagono duo latera HI, KC, & CD, IE non ſunt parallela, quippe continentia angulos ad K, & H maiores duobus rectis, iuxta demonſtrata à nobis ad propoſ. 32. lib. . & in Apiar. 1, Prælibam. . Sic & quadrilatera bina in minore Hexagono B non ſunt parallelogramma in binis oppoſitis lateribus; tamen quadrilaterorum

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

rorum maiorum alterutrum ad alterutrum minoris habent proportionem compositam ex lateribus circa angulos hexagonorum æquales; quia dimidia ad dimidia sunt vt tota A, & B inter se, quæ ex antec. coroll. 2 habent proport. ex later. compos.

Paria intellige de plurilateris alijs quibuscunque, quæ fieri possunt ex bifariatione quarumcunq; plurilaterarum figurarum regularium habentium latera numeri paris, octogonorum, decagonorum, &c. hoc est habentium bina opposita omnia latera parallela.

Vide confirmatorium huius paradoxi in paradoxo, seu corollario 5 paullo inferius.

§ XI.

COROLLARIVM IV.

Quadratum ad rectangulum altera parte longius quamnam habet proportionem? comparauimus similes figuras in antec. coroll. 1, & 2, quadrata inter se, plurilatera parallelogramma, hexagonum cum hexagono, &c. comparentur etiam dissimiles quadratū, & rectangulū non quadratum. Habent eæ figuræ compositam proportionem ex lateribus circa angulum rectum, &, si iungantur, vt Euclides facit in duobus parallelogrammis, eadem Euclidis demonstratio prorsus concludit etiam de hisce.

Proportio inter quadratum, & rectāgulum est composita ex lateribus.

Immo vniuersaliter etiam de alijs figuris inter se dissimilibus, modò sint angulorum æqualium, & laterum parallelorum.

§ XII.

PROBLEMA.

Datis quibuscunq; & quotcunque rectilineis, quam inter se proportionem habeant facilè inuestigare ex hac 23 propos. Euclid.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Nostris corollarijs hoc etiam problema nostrum appono antequam aliqua etiam alia ab alijs. Quod proposuimus, ac soluimus ad 1 propos. huius in § 6, 7, hic aliter, ac maiori cum libertate absoluimus. Nam hic (vt ad 1 propos. huius) non est necesse vti parallelogrammis intra easdem parallelas, siue eiusdem altitudinis, ac formæ, nec (vt videbis ad 2, propos.) est necesse seruare figurarum similitudinem. Explico, & expedio. Datis quibuscunq; ac cuiuscunq; irregularitatis rectilineis, vt quam inter se proportionem habeant inuestiges, transfer ea in parallelogrammata per 45, & 46 lib. 1. etiam diuersæ altitudinis, ac formæ, modò sint habentia vnum angulum vni æqualem sub lateribus parallelis, sintque alia parallelogrammata rhombi, vel rhomboidea, vel rectangula longiora, vel quadrata. &c. Deinde accipe (modo iam sæpius dicto per circinum proportionum) mensuras laterum binorum, ac binorum circa æquales angulos; &, per iam sæpius in exemplis ostensa ad hanc 23, vide proportionem ex ijs lateribus compositam, eaque erit quam habent datæ quælibet figuræ inter se, (quæ etiam non sint parallelogrammata) antequam parallelogrammentur, cum ea, quam diximus, libertate, &c. Exemplis, & figuris appositis potes tu te prædicta experiri. Nobis hic sat esto vniuersalissimo problemate negotium hoc geometricum indicasse.

Quinimmo licebit etiam ad maiorem libertatem data rectilinea in triangula transferre, atq; ex triangulis compositam laterum proportionem inuestigare, vt mox è sequentibus patebit.

§. XIII.
PARADOXVM, &
COROLLARIVM V.

Triangula habentia vnum vni æqualem angulum, habent proportionem compositam ex lateribus circa æquales angulos.

Triangula non pertinent ad parallelogrammata, de quibus est. Propos. 23 Eucl. Quid ergo huic propositioni cum triangulis?

En.

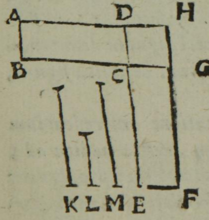
En. Commandinus (quod ex eo alij demonstratione produxerunt) rectè per breuissimum corollarium proposuit, & rationem indicauit sic: Ex iam demonstratis (*scilicet ab Euclide*) colligitur triangula, quæ vnum angulum vni angulo æqualem habent, proportionem habere ex lateribus compositam: sunt enim ea parallelogrammorum æquiãgulorum dimidia. *Atq; vt tota inter se, sic dimidia 2, 4, 3, 9, vel 2, 4, 12, denominator compositæ proportionis est 6. Fac dimidia 1, 2, 6, etiam in dimidijs denominator compositæ proportionis est 6, multiplicatis inter se denominatoribus duplæ, & triplæ proportionum in totis 2, 4, 12, & in dimidijs 1, 2, 6, &c.*

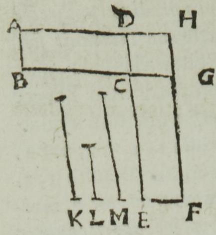
§.XIV.

COROLLARIVM VI.

Parallelogramma inter se proportionẽ habent compositam ex proportione basium, & proportione altitudinum.

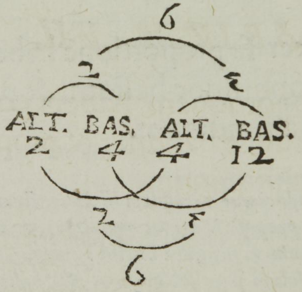
Hoc nos corollarium deducimus tamquam iã demonstratum ab Euclide in hac 23 propos. Nam vt monuimus, & ostẽdimus in § 7. antec num. 3. in figura Euclidis comparantur non solum parallelogrammi BD basis BC cum parallelogrammi CF altitudine CG, & parallelogrammi EG basis CE cum altitudine CD parallelogrammi BD; sed & bases BC, CE, & altitudines DC, CG, è quarum proportionibus compositã habent inter se parallelogrammata. Igitur arithmeticè ratiocinemur in numeris 2, 4, 3, 9 positis in § 3 ad hanc 23, & applicatis figuræ Euclidis, in qua sint pro basibus rectæ BC, CE, & altitudinibus DC, CG. Atq; vt Tyronum facilitati consulamus, exempla demus in numeris, quorum proportiones denominant numeri integri, eritq; effugium à fractionibus numerorum, si sequamur exemplum Euclidis continuantis proportiones, & efficientis





vt secunda L habeat secundam proportionem ad M, quam habent inter se DC, CE.

Sit ergo (vel supponantur hæc, etiam si figuræ Euclidis non ritè aptentur) parallelogrammi EG altitudo CG 2, & parallelogrammi BD basis BC 4; sit parallelogrammi EG basis EC 9, & parallelogrammi BD altitudo CD 3. Primò exponantur ordine ij numeri 2, 4, 3, 9. secundò connectantur, & è quatuor fiant tres (vt Euclides in tribus lineis) ita, vt secundus habeat proportionem ad tertium, quam habet tertius 3 ad 9, sintq; 2, 4, 12; siue, bis posito medio, sic: 2, 4, 4, 12. Atq; hac ratione basis EC erunt partes non amplius 9, sed 12, & altitudinis CD erunt partes non amplius 3, sed 4. Igitur CD altitudo 2, BC basis 4, CE basis 12, CD altitudo 4.



Vides in apposita hìc figura basium 4, 12 triplam proportionem, & altitudinum 2, 4 duplam, & ex earum denominatoribus 2, 3 inter se multiplicatis fieri denominatorem 6 cõpositæ proportionis. Qui idem est ex multiplicatione denominatorum earum proportionum, quam habent altitudo 2 ad basim 4, & basis 12 ad altitudinem 4; est enim proportionis 2 ad 4 denominator 2, & proportionis 12 ad 4 denominator 3, ac multiplicati gignunt denominatorem eundem 6 compositæ proportionis, vt antea. Applica figuræ, ac eam iuxta hìc dicta contemplare.

Confirmatur etiam à productis ex multiplicatione antecedentium inter se, & consequentium inter se terminorum, iuxta addita ad 5 definit. huius. Nam antecedentes 2, & 4 multiplicati progignunt summam 8 arealem parallelogrammi ex ductu altitudinis in basim; & consequentes 4, 12 multiplicati dant summam 48 arealem alterius parallelogrammi ex ductu suæ altitudinis in suam ipsius basim. Producta vero 8, & 48 habent proportionis inter se denominatorem eundem 6, si per 8 partiare 48.

Hæc ad confirmationem huius ex Euclide apud nos corollarij dum

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Philosophus, & Doctor Geometra geometricè affirmat, & demonstrat parallelogrammata habere inter se proportionem compositam ex proportionibus laterum; in qua genericà affimatione tacitè innuit comparari posse alterius parallelogrammi latera non solum altitudinis cum basi alterius, & basis cum altitudine; sed etiam altitudinem cum alterius altitudine, & basim cum basi.

SCHOLION.

Vide consonantiam præcedentis theorematis cum vsu geometrico centri grauitatis, in epilogo planimetrico § 17 ad propos. 23 libri 6.

§. XV.

COROLLARIVM VII.

Triangula inter se proportionem habent compositam ex proportione basium, & proportione altitudinum.

Prodit hoc corollarium ex antecedenti. Sunt enim triangula dimidia parallelogrammorum, habentium inter se proportionem compositam ex proportione basium, & proportione altitudinum.

§ XVI.

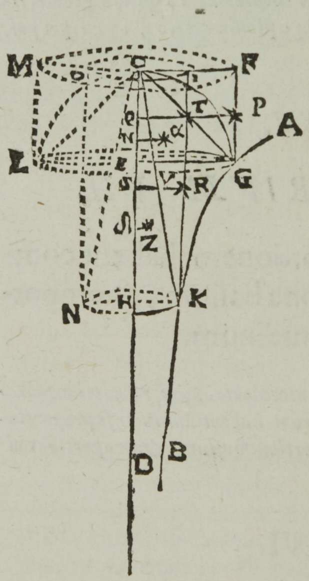
THEOREMA I.

Demonstratum ex hac 23, & ex nouo vsu geometrico centri grauitatis, nempe.

Su-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Superficies ſine baſibus conorum rectorum factę à triangulis ęqualibus inter hyperbolen, & aſymptoton, habent inter ſe proportionē compoſitam ex lateribus, & è ſemidiametris baſium.



SVppono ex Archimede in Aequiponder. centrum grauitatis parallelogrãmi eſſe in recta bifariante oppoſita latera, vt in parallelogrammo EF eſt T, in parallelogrammo HI eſt V. &c.

In appoſita hìc figura affirmo conorum rectorum LCG, CNK ſuperficies ſine baſibus factas ex rotationibus triãgulorum CEG, CHK inter hyperbolen AB, & aſymptoton CD æqualium, habere inter ſe proportionem compoſitam ex lateribus CG, CK, & ex ſemidiametris baſium EG, & HK. Quoniam enim, ex regulà geometricà cẽtri grauitatis, eæ ſuperficies ſunt æquales rectangulis ſub lateribus CG, CK, & ſub peripherijs (ſiue rectis lineis, quę ſint ęquales peripherijs) ſignatis à centris grauitatis T, V in dimidio laterum; ergo, per hanc 23, habebunt ea rectangula inter ſe proportionem ex lateribus compoſitam. Vt verò peripheriæ à T, & V deſignatæ inter ſe, ſic & ſemidiametri QT, SV; & vt QT ad SV, ſic ſemidiameter EG ad ſemidiametrum HK (iuxta ſæpius oſtenſa ad 14, 15, &c. huius, in alijs comparationibus figurarum planarum, & ſolidarum inter hyperbolen GB, & aſymptoton CD) ergo &

conicæ

1.6.277

conicæ superficies sine basibus æquales ijs rectangulis, habebunt proportionem compositam ex lateribus CG, CK, & semidiametris EG, & KH. Sunt verò QT, SV dimidia semidiametrorum EG, KH. Sunt enim centra grauitatis in rectà bifariante latera opposita CF, EG, CI, KH, iuxtà suppositum ex Archimede. Quantitates verò laterum CG, CK oppositorum angulis rectis ad E, & H in rectangulis triangulis CGE, CKH haberi possunt ex 47 propos. lib. 1, iuxtà notata, & indicata à nobis ad eam propositionem.

§. XVII.

THEOREMA II

— Ex vsu geometrico centri grauitatis, & è 23 huius demonstratum.

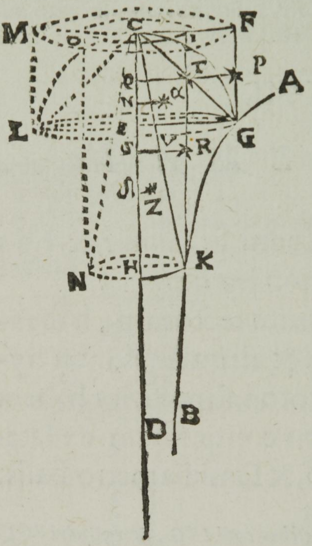
Conorum, & cylindrorum rectorum, habentium æquales bases, & altitudines inter hyperbolen, & asymptoton, superficies habent inter se proportionem compositam ex lateribus, & ex diametro, & semidiametro basis.

AFfirmo superficies sine basibus coni LCG, & cylindri FGLM, item superficies coni NCK, & cylindri IKNO super base eàdem LG, vel NK, & altitudine eàdem CE, vel CH, habere inter se proportionem compositam è proportionibus (loquamur in exemplo tantum de LF, ac quod de ijsdem intellige etiam de æqualibus basibus, & altitudinibus) laterum CG, GF, & diametri LG, & semidiametri EG. Fiunt enim ex superficies ex ductu peripheriarum inæqualium à centris grauitatis T, P sub inæqualibus semidiametris QT, QP, in latera CG, GF inæqualia, iuxtà regulam &c. cum ergo eæ partes producentes vtramque superficiem habeant binas, & diuersas inter se proportiones, ergo tot i, seu producta ex ijs partibus, idest superficies habebunt inter se proportionem compositam ex ijs geminis diuersis proportionibus, iuxtà explicata de proportionum compositione ad hanc 23. Quoniam verò, vt QT, QP

XX di-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

dimidia, sic inter se dupla sunt LG, EG, ergo superficies cylindrica FGLM, & conica LCG habent inter se compositam proportionem ex proportione laterum CG, GF, & diametri LG, ac semidiametri EG. Proportio ipsarum QP, QT, siue ipsarum LG, EG est dupla, iuxtà suppositum antecedentis theorematis. Quantitas verò, & proportio laterum CG, GF haberi potest ex 47, vt indicatum est etiam in antecedenti theoremate.



SCHOLION V.

THeorema hoc proximè antecedens, eiusq; apud nos demonstratio congruit cũ theoremate demonstrato à Guldino lib. 3. cap. 5, vbi ostendit superficiem cylindri recti ad superficiem coni eamdem habentis altitudinem, & basim, esse vt dupla altitudinis cylindri ad latus coni. Idem enim est, vel nobiscum ducere totam QP in latus GF, vel cum Guldino ducere dimidiam QT in duplicatã GF. &c. Vide, & confer.

§ XVIII.

THEOREMA III.

Coni, & Cylindri recti eiusdem altitudinis, & basis, facti é rotatione circà asymptoton ex æqualibus rectangulis, & triangulis inter hyperbolen, & asymptoton, habẽt inter se pro-

per-

portionem compositam ex proportione trianguli ad rectangulum, & ex proportione trietis ad semissem semidiametri basis communis.

Demonstratio cũ vsu huius 23, & ex vsu geometrico centri grauitatis confirmato ab Euclide.

IN rectis cylindro LMFG, & cono LCG communium basis, & altitudinis, quoniam soliditas cylindrica fit ex ductu rotationis à centro grauitatis T (cuius semidiameter est QT) in rectangulũ EF; soliditas verò conica fit ex ductu rotationis à centro grauitatis α (cuius semidiameter est κα) in triangulum CEG; ergo cylindrus LMFG ad conum LCG habebit proportionem cõpositam è proportione semidiametrorum QT, κα, & è proportione rectãguli EF ad triangulum CEG. Trianguli quidem CEG duplum est rectangulum EF, semidiametri verò communis basis, hoc est ipsius QP, triens est ipsa κα, & eiusdem QP dimidia est ipsa QT, iuxtà supposita ex Archimede in theorem. § 3 ad 15, & ad hanc 23 de proportione conicarum superficierum, & soliditatum: Ergo constat veritas hìc à nobis propositi theorematis ex vsu geometrico centri grauitatis; confirmante etiam nos Euclide mox.

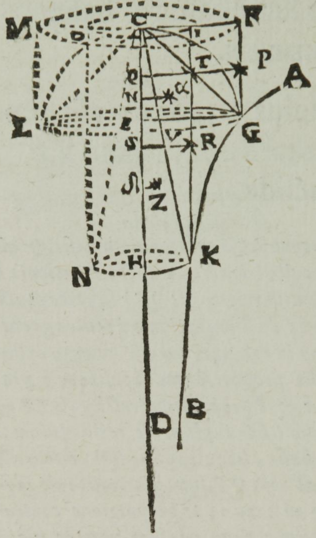
§. XIX.

COROLLARIVM VIII.

Propositio 10. libri 12. Euclidis ex antecedenti th o emate demonstrata, quæ est:

Omnis conus tertia pars est cylindri eamdem cum ipso basim habentis, & altitudinem æqualem.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2



Q Vod Euclides prolixa, & indirectà demonstratione probauit, nos breuissima, & facillimà expediuimus. Cuius veritas omnino congruit cũ Euclidiana propositione. Nam si iuxtà antecedẽtis theorematis terminos, proportionum exponas numeros, ac pro proportione trianguli CEG ad rectangulum EF dupla sint 1, 2; deinde fingas basis communis LEG semidiametrum EG, hoc est illi æqualem QP, diuisam in sex partes æquales, ac deinde pro proportione QT, κα inter se, si trientem, siue tertiam partem ipsius QP (idest numeri 6) accipias, dabitur 2; si semissem, idest dimidium eiusdem QP, idest numeri 6, accipias, dabitur 3. Termini ergo pro componenda proportione erunt 1, 2, 2, 3, eritq; composita ex primo ad quartum terminum, iuxtà explicata ad hanc 23, scilicet 1 ad 3; igitur cylindrus coni, &c. (iuxtà conditiones prædictas) erit triplus.

§XX.
SCHOLION VI.

Indicatur vbi sit demonstratio ex centro grauitatis, qua nititur figura § 3 ad def. 1 To. 1 huius Ærarij.

F Inge cylindrum LF talem, vt semidiameter EG, vel EL sit æqualis altitudini EC. Quoniam eiusdem cylindri LF ablata ter-

tia parte, nempe communi cum cono LGC, remanet solidum cylindricum conicè incauatum sub CLM, FGC, quod eſt duplum eiuſdem coni LGC; ſi fingas centro facto in medio E diametri LG, & interuallo ab E ad C ductam ſemiperipheriam LOCIG, ſub eius ſemiphiriæ ſuperſicie ſphærica intercipietur, vnà cum cono LCG, hemiſphærium, quo ſublato è cylindro LF, reliquum ſcaphium cylindricum hemiſphæricè incauatū ſub conuexà ſemiperipheriâ LOCIG, & ſub rectis LM, FG eſt æquale cono LGC. Vide apud Guldinum breuem, & facillimam demonſtrationem ex vſu centri grauitatis, lib. 3. cap. 6. propoſ. 17, & ibi ab eo citatos. Saltem indicandus hìc fons nobis viſus eſt, vt nullis ageas, extra noſtra domeſtica, pro perfectâ ſcientiâ eorum, quæ aliquando ſuppoſuimus in hoc Aerario ibi locorum, vbi ſat erant vel conſtructio, vel praxis.

§. XXI.

SCHOLION III. inquo

Epilogus ad praxes ex hac 23 prop. præſertim dimenſionum ſuperficialium, non ſuperficialiter, ſed geometricè demonſtratas.

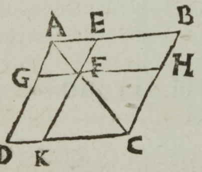
Habes ex hactenus a nobis appoſitis ad hanc 23 propoſ. modos multiplices dimetiendarum arearum in figuris parallelogrammis, & cognoſcendi quot eiuſdem formæ figuræ minores, quaſi menſuræ, contineantur in altera maiore, ſiue ſint quadratula, ſiue rectangula minuſcula in parallelogrammis rectangulis, ſiue obliquata minora in parallelogrãmis obliquis; ſiue accipias comparationes laterum ambientium angulum rectum, ſiue non rectum, ſiue perpendicularium altitudinum, & baſium, ſiue non perpendicularium. Eaque omnia etiam in triangulis, in plurilateris parallelogrammis, in eorum dimidijs, ac non parallelogrammis. Ac pro hiſce praxibus habes adiumenta à circino proportionum, ab exemplo geometrico in demonſtratione Euclidis, ab vſu definitionis 5 hu. li. 6 à productis antecedentium, & conſequentium terminorum in proportionibus laterum &c.

Antedicta partim a nobis applicata, partim à te, mi Tyro, applicanda;

canda, omnia deniq; in antecedentibus demonstrata sunt. Quibus adde etiam spectantia superficies rotundas, & ad stereometriam, ad quam facillime eleuauimus hāc 23 prop. ex vsu centri grauitatis.

Propos. XXIV. Theor. XVIII.

Omnis parallelogrammi quæ circa diametrum sunt parallelogramma similia sunt toti, & inter se.



SIt parallelogrãmum ABCD, diametrus AC, circa quam sint parallelogtamma EG, HK. Dico vtrumq; EG, HK toti AB CD, & inter se similia esse. Cùm enim ad latus BC trianguli ABC ducta sit parallela

a propos. 2.6. EF, [a] erit vt BE ad EA, ita CF ad FA. Rursus cùm ad latus CD trianguli ACD ducta sit parallela FG, erit vt CF ad FA,

b propos. 11.5. ita DG ad GA. Sed vt CF ad FA, ita ostensa est BE ad EA: [b] ergo vt BE ad EA, ita est DG ad GA: [c] componendo ergo

c propos. 18.5. vt BA ad AE, ita DA ad AG: & [d] permutando, vt BA ad AD, ita AE ad AG. Parallelogrammorum ergo ABCD, EG

d propos. 16.5. latera circa communem angulum BAD sunt proportionalia.

e propos 29.1. Cumque GF, DC parallelæ sint, [e] erunt anguli AGF, ADC, item GFA, DCA æquales, communis DAC: triangula ergo ADC, AGF æquiangula sunt. Eadem de causa erunt & ABC, AFE æquiangula: tota ergo parallelogramma ABCD, EG

f prop. 4. 6. sunt æquiangula; [f] est igitur vt AD ad DC, ita AG ad GF; & vt DC ad CA, ita GF ad FA. Vt verò AC ad CB, ita AF ad FE; & vt CB ad BA, ita FE ad EA. Et quia demonstratum est esse vt DC ad CA, ita GF ad FA; vt verò AC ad CB, ita AF ad FE; erit ex æquali vt DC ad CB, ita GF ad FE. Parallelogrammorum ergo ABCD, EG latera circa æquales angulos

los sunt proportionalia; similia ergo sunt. Eadem de causa erit parallelogrammum KH toti ABCD simile: vtrumq; ergo EG, KH toti ABCD simile est.g Quæ autem eidem sunt similia, & inter se sunt similia: est ergo EG ipsi KH simile. Omnis ergo parallelogrammi, &c. Quod oportuit demonstrare. g prop. 21. 6.

§ I.

Corollaria Geometrica ex 24 propos. Eucl.

Parallelogrammata circa commune diametrum habeant angulũ communem.

1 *AD eautionem notandum, quod & notat Clauius, parallelogrammata partialia circa diametrum parallelogrammi totalis, debere habere vnum angulum communem cum vno angulo totalis parallelogrammi, vt vides in figura Euclidis. Adde ex demonstratis à nobis ad 34 propos. lib. 1. eo ipso quod vnum habent communem, etiam reliquos angulos partialium parallelogrammorum esse æquales reliquis angulis totalis parallelogrammi.*

Ampliatio etiã ad parallelogrãmata nõ habẽtia communem angulum.

2 Notandum ad ampliationem propositionis Euclidianæ, valere demonstrationem etiam de parallelogrammis circa diametrum protractam extra parallelogrammum, modo parallelogrammata circa extractam diametrum habeant vnum angulum (& consequenter reliquos, ex demonstratis ad 34 prim.) æqualem vni angulo parllelogrammi, cuius diameter extra protracta est. Velut in exemplo figuræ Euclidianæ, parallelogrammi KH diametro CF protracta in A & circa protractam partem FA constituto parallelogrammo GE, patet idem quod demonstratum est de duobus partialibus KH, GE circa totalis parallelogrammi BD diametrum AC.

Modus facillimus cõstituendi datò simile parallelogrammum.

3 Patet & modus constituendi facillimè, & expeditissimè dato parallelogrammo alterum simile, similiterq; positum super data recta. Nam, in figura Eucl. si dato DB maiori sit minus, verb. gr. KH super latere CK constituendum non solum simile, sed similiter positum, acceptà parte ipsius DC, quæ sit CK æquali rectæ, super qua constituendum est minus parallelogrammum, & ductà diametro CA; EK ducenda est parallela vtrilibet laterum DA, BC, & vbi secat diametrum in F, inde ducenda est altera parallela lateri vtrilibet AB, vel DC, eritq; KH minus parallelogrammum simile, similiterq; positum ipsi DB maiori. &c.

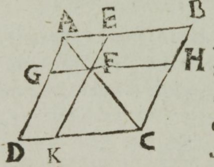
Con-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Contraria ratione si augendum sit parallelogrammum KH parallelogrammo maiori DB ad datam DC, minor CK producatur ad longitudinem CD, & producta diametro CF extra F vsq; dum occurrat in A ipsi DA eductæ ex D parallelæ ipsi KF; tum ex A educatur parallela ipsi FH occurrens in B ipsi CH productæ; atq; erit BD simile, similiterq; positum ipsi KH, per demonstrata hic ab Euclide.

Est etiam hoc problema solutum per ea, quæ docuimus ad 18 propos. huius, & in Aranea nostra geometrizante per parallelas in Apiarij nostri primi prælibamento secundo: Datis duobus parallelogrāmis æquiangulis, sed non similibus, ex quouis illorum alteri simile resecare,

Proble-ma Peletarij patet ex Euclide.



4 Problema vero Peletarij patet in eadem Euclidis figura. Nam si fingas parallelogrammi, verb.gr. GE bina vtralibet opposita latera esse, v.g. GA, FE producta vltra A, & E, vel opposita latera FG, EA producta vltra G, & A ita, vt GE sit non simile, licet æquiangulum ipsi KH; fiet simile, producta diametro CF donec incidat in A productis GA, vel EA, & ex A ducta parallela opposito lateri, vel GF, vel FE. Itaq; vides verum esse quod affirmauit Proclus, in elementarijs propositionibus latere semina plurium ampliationum, quæ quasi aliquid noui alij proferunt. Sic in constructione æquilateri latent constructiones isoscelis, & scaleni triangulorum, sic, & alibi alia, vt suis in locis aliquando indicauimus, ac nuper ad 23, & ad 1 prop. huius, è quibus corollaria deducta sunt a nobis, quæ aliqui tamquam noua theoremata pluribus demonstrarunt.

Ac notandum deniq; ex 43 primi, & ex hac 24 sexti, parallelogrammata, per diametrum, & parallelas lateribus diuisa, continere intra se partes, ad angulos verticalis oppositos, inter se binas similes, binas æquales. Sunt enim (ad verticem F angulos oppositos habentem) æqualia inter se bina complementa DF, BF, similia verò, similiterq; &c. inter se bina GE, KH.

§. II.

THEOREMA —

—Aliter solutum ex hac 24, quàm ad 1 prop. huius; scilicet —

— *In*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

In omni parallelogrammo alterum complementorum eſt medium proportionale inter parallelogrammata circa diametrum.

IN Euclidis figurâ, & parallelogrammo BD (poſitâ conſtructione in eius demonſtratione, breuitatis cauſâ) affirmo tam DF, quàm FB, alterutrum complementum, eſſe medium proportionale inter GE, KH parallelogrammata circa diametrũ AC. Quoniam enim, per hanc 24 ſunt inter ſe ſimilia, ſimiliterque poſita GE, KH, ergo vt GF ad FE, ita KC ad CH, hoc eſt HF ad FK, cùm oppoſita latera ſint æqualia in parallelogrammo KH, per 34 primi; & permutando, vt GF ad FH, ita EF ad FK; ſed vt GF ad FH, ita GE ad FB, & vt EF ad FK, ita FB ad KH, per 1 huius; ergo vt GE ad FH, ita FH ad HK. Ergo FH eſt medium proportionale inter GE, KH. Eſt autem DF æquale ipſi FB, per 43, 1, ergo alterutrũ complementum eſt medium proportionale inter parallelogrammata circa diametrum. Quod erat demonſtrandum.

Habes in figuris parallelogrammorum à diametris bifariatorum, & diuiſorum in ſimilia circa diametrum, & in complementa, omnia geometricè concinna: primò quatuor parallelogrammata proportionalia; ſecundò æqualia inter ſe complementa, tertiò ſimilia inter ſe, & toti partialia parallelogrammata circa diametrum; quartò complementa media proportionali inter parallelogrammata circa diametrũ; partim ad 1 prop. huius, partim hìc omnia demonſtrata.

§. III.

Vſus propoſitionis 24 in praxi, & demonſtratione ſcientificæ picturæ.

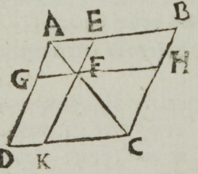
IN Apiar. 5. Progym. 2. cap. 3. nu. 5. & cap. 8. num. 6. oſtendimus in ſcenographico inſtrumento ſcientificè pictorio, pingere ſimilem prototypo figuram eſſe (præter alias) propoſitionis huiuſce 24 vſum quendam, per eam demonſtratum; & ibidem figu-

ris applicauimus hanc veritatem. Vide ibi quæ hîc non arbitramur esse repetenda; atq; etiam applica figuris instrumenti scenographici à nobis positi ad 18, & ad 21 huius. Sed apertiùs patet hîc vsus in citat. Apiar.

§. IV.

COROLLARIVM, & PROBLEMA.

Duobus datis rectilineis medium proportionale constituere.



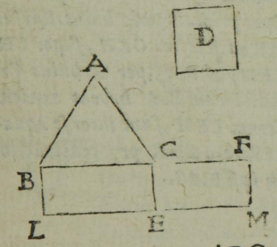
AD sequentem prop. 25 aliter hoc problema soluemus, quod hîc nunc expedimus quasi corollarium ex antecedenti theoremate. Versemur etiam hîc circa figuram Euclidis; & duobus datis imaginarijs rectilineis constituantur duo parallelogrammata æqualia, & similia, quæ finge esse GE, & KH. Faque iungantur æqualibus angulis ad verticem in F. Scilicet productis alterius parallelogrammi binis lateribus, v. g. GF, EF. & sectis ad quantitatem laterum alterius parallelogrammi, v. gr. in K, H, completoq; parallelogrãmo KH, &c. Rursus vtriusq; parallelogrãmi reliqua bina latera AG, AE, CK, CH producãtur donec coeãt in B, D, fiãtq; parallelogrammum tertiũ maximũ DB; alterutrum FB, FD erit mediũ proportionale inuentum, & constitutum inter datis imaginarijs rectilineis æqualia GE, KH. Iunctà enim diametro AC, patet operationis demonstratio ex hac 24, & ex anteced. theoremate. Siue etiam non iunctà diametro, demonstratio vim habet iuxta à nobis probata ad 1 propos. § 2, vbi antecedens theorema, § 2, aliter, quàm hîc ad hanc 24 propos. absoluimus.

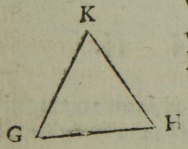
Pro-

Propoſ. XXV. Probl. VII.

Dato rectilineo ſimile, & alteri dato æquale conſtituere.

SIt dato rectilineo ABC ſimile conſtituendum, æquale verò ipſi D. [a] Applicetur ad latus BC triangulo ABC æquale parallelogrammum BE; ad CE verò æquale ipſi D, nimirum CM in angulo FCE æquali angulo CBL; [b] in directum ergo erit BC ipſi CF, & LE ipſi EM. [c] Accipiatur ipſarum BC, CF media proportionalis GH, & ſuper ipſa ipſi ABC rectilineo [d] ſimile deſcribatur, & ſimiliter poſitum KGH. Cùm ergo ſit vt BC ad GH, ita GH ad CF (quando enim fuerint tres [e] rectæ proportionales, eſt vt prima ad tertiam, ita figura ſuper prima deſcripta ad figuram ſuper ſecũda ſimilem, ſimiliterq́; deſcriptam) Eſt ergo vt BC ad CF, ita triangulũ ABC ad triangulum KGH. [f] Sed vt BC ad CF, ita eſt BE ad EF, vt ergo [g] triangulum KGH, ita eſt BE parallelogrammum ad EF parallelogrammum: & [h] permutando, vt ABC ad BE, ita eſt KGH ad EF. Æquale autem eſt triangulum ABC parallelogrammo BE; ergo & triangulum KGH æquale eſt parallelogrammo EF. Sed EF æquale eſt ipſi D, ergo & KGH ipſi D eſt æquale. Eſt verò & KGH ipſi ABC ſimile. Dato ergo rectilineo, &c. Quod oportuit facere.





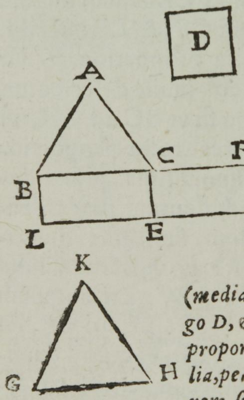
a propoſ. 44.1.
b propoſ. 14.1.
c propoſ. 13.6.
d propoſ. 18.6.
e col. 2. prop. 20. 6.
f prop. 1. 6.
g propoſ. 11.5.
h propoſ. 16.5.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§. I.

SCHOLION I.

Aliter breuius, ac facilius demonstrare propos. hanc 25 elementarem.



Sit èadem, quæ apud Euclidem constructio, dico quadrato D (in fig. Euclid.) esse æquale triangulum GKH, idque per 9 propos. quinti: quæ habent eandē proportionem ad idem sunt ęqualia: *sine argumentatione à permutando, &c. Nam vt ME ad EL, ita MC (illi æquale D) ad EB (illi æquale BAC) per primam prop. huius. Rursus vt ME ad EL, ita GKH, super CH (media inter LE, EM) ad BAC, per 20 huius Ergo D, & GHK, quæ ad idem BAC habent eandem proportionem ipsarum LEM, sunt inter se æqualia, per 9 quinti. Est vero GHK per constructionem simile factum ipsi BAC.*

SCHOLION II.

Ex demonstratione huius 25 patet id, quod ad finem 20 propositionis monuimus, quæcumque pertinent ad hanc vniuersalem propositionem: Dato cuiuscumque figuræ rectilineo aliud æquale cuiuscumque figuræ constituere, *fieri, probarique posse ab vsu 20 propositionis, & 18 antecedenti. Propositio enim 18 constituit simile rectilineum, 20 verò, ac 1 prop. probant eandem proportionem ipsorum D, & GKH, & 9 Quinti æqualitatem.*

§ 2.

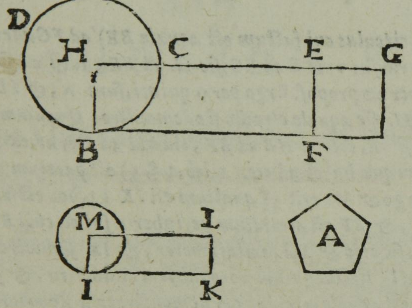
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§. II.

Vſus 25 Propoſitionis in transformationibus figurarum etiam non rectilinearum.

PRAXIS, ac PROBLEMA I.

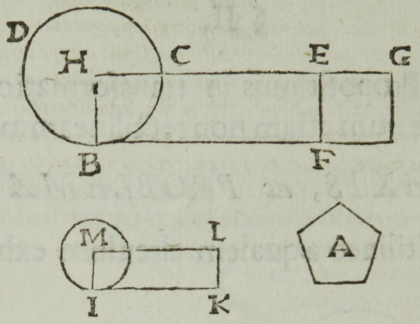
Dato rectilineo æqualem circulum exhibere.



VNiuerſaliter hic dato cuiuſcumque figuræ rectilineo, non ſolum quadrato, vt ad 17 fecimus, circulum æqualem deſcribimus. Sit A, cui æqualem circulum quærimus. Finge lubitæ magnitudinis circulum BCD, qui, per ea quæ docuimus, & exercuimus ad 45 pri § 5, vertatur in æquale rectangulum BE, atq; ad latus EF applicetur, per 45 primi, rectangulum FG æquale ipſi A. Inter HE, EG inueniatur media proportionalis ipſa IK, ſuper qua conſtituatur ,per 18 huius, rectangulum IL ſimile ipſi BE. Dico IM eſſe ſemidiametrum circuli ęqualis dato rectilineo A. Eſt enim circulus deſcriptus à ſemidiametro IM æqualis rectangulo IL quod æquale eſt rectilineo A.

Ac primo quidem rectangulum IL, & rectilineum A æqualia eſſe patet ex hac 25, peracta enim ſunt omnia iuxta eam. Ac, ſi placet, indicemus etiam iuxta modum noſtrum è 9 primi. Nam vt HE ad EG, ſic

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2



ſic BF (ideſt circulus cui factum eſt æquale BE) ad FG, ideſt ad A, per 1 huius. Ac rurſus vt HE ad EG ſic IL ad BE, ideſt ad eũdem circulum BCD, per 20 propoſ. Ergo per 9 quinti, ſunt A, & IL æqualia.

At vero IL eſſe æquale circulo ſic demonſtro. Quoniam IL factum eſt ſimile ipſi BE, erit vt HB ad BF, ita MI ad IK; at, ex Archimede BH (iuxta ea quæ habes ad cit. 45. lib. 1 § 5) eſt partium $3\frac{1}{2}$ qualium eſt BF 11, ergo & MI erit $3\frac{1}{2}$ qualium eſt IK 11; hoc eſt vt HB eſt ſemidiameter, & BF eſt dimidium peripheriæ ſui circuli BCD, per citata ad 45, ſic erit & MI ſemidiameter, & IK ſemicircumferentia circuli ex MI. Rectangulum vero ſub ſemidiametro, & ſub dimidia peripheria eſt æquale circulo, per demonſtrata à Zenodoro apud nos ad cit. 45 propoſ. lib. 1. ergo rectangulo IL eſt æqualis circulus ex MI deſcriptus, atq; etiam æqualis ipſi A. Quod erat faciendum.

§ III.

SCHOLION III.

Quid commodi ſingularis ſit ad praxim in antecedenti problemate.

NOſtra hæc ratio transformandi datum rectiliucum in æqualem circulum per rectangulum circulo æquale, habet, præter cætera,

ra, id commodi singularis ad praxim, quòd rectangulum excitatum super media proportionali, & simile rectangulo æquali alteri dato circulo, exhibet in altero laterum minore ipsam semidiametrum circuli describendi, ac æqualis dato rectilineo. Quod compendium non habebit qui datum rectilineum transformarit in quadratum, vel aliud rectilineum (præter rectangulum, &c. vt nos) æquale circulo. Neque enim quadrati vel alterius (præter rectangulum, &c. vt nos) rectilinei latera sunt semidiameter, vel diameter circuli æqualis ipsi rectilineo. Sic vides super IK media inter HE, EG excitato rectangulo simili ipsi EB ex circulo BCD, statim latus IM exhibet semidiametrũ, cuius interuallo descriptus circulus est ipsi IL æqualis.

§ IV.

SCHOLION IV.

Indicatus vsus aliquis physicus, ac ciuilis, siue agrarius præcedentis problematis.

PVta esse aliquem, qui habeat fontem fundentem aquas agris, vel hortis irrigandis per fistulam, verbi gratia, triangularem. Optat ille fistulæ os triangulare transformare in os circulare ita, vt tantũdē aquæ fundatur per plenum id os circulare, quantum fundebatur per plenum os triangulare. Satisfiet optatis si oris triangularis figuram, iustà cum suà magnitudine, transferat quis in papyrum, & iuxta operationem a nobis indicatam in præcedenti problemate, constituat datæ figuræ triangulari æquale rectangulum, ac simile alteri rectangulo ex circulo alio dato. Sic enim rectangulum æquale triangulo exhibebit alterum minus duorum laterũ pro semidiametro, cuius interuallo designatus circulus in papyro erit pro quantitate oris antea triangularis in fistulà. Atq; aquæ, sese per circulare fistulæ os effundētis successiuæ superficies erunt æquales superficiebus eiusdem aquæ sese antea effundentis per os fistulæ triangulare, hoc est tantundem aquæ, &c.

Pluribus alijs vsibus inseruire potest præcedens problema, præsertim tam facili compendio exhibens semidiametrum circuli æqualis datæ cuicumque alteri figuræ rectilineæ.

§ 5.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§.V.

PRAXIS, ac PROBLEMA II.

Dato circulo æquale rectilineum constituere.

Hoc etiam problema præcedentis conuersum, ac vniuersale est, & complectens non solum quadratum, vt ad 17 propos. huius, sed quamcumque rectilineam figuram, in quam circulus transformandus proponitur, ita vt rectilineum æquale sit circulo transformato. Reuise hìc figuram præcedentis problematis, § 2, & in ea operare conuerso modo. Esto datus circulus M transformandus in æquale pentagonium regulare. Fiat lubitæ quantitatis, & ad vnum eius latus, puta HB, æquale rectangulum HF applicetur. Ad EF applicetur rectangulum æquale dato circulo M, siue rectangulo MK. Inuenta media proportionalis inter bases duorum eorum rectãgulorum dabit latus pentagoni, velut A, æqualis circulo M.

Demonstratio eodẽ modo peragitur, quo in antecedẽti problemate. Vt basis rectãguli applicati, & æqualis circulo dato M ad basim rectanguli (applicatu figuræ) ex maiore pentagono, sic circulus datus M ad maius pentagonum. Item vt tertia (idest eadem basis rectanguli ex circulo dato M) ad primam (idest ad eandẽ basim ex maiore pentagono) sic pentagonum minus, puta A, excitatum super media, ad pentagonum maius, &c. ergo pentagonum A, & circulus datus M, sunt æquales figuræ, quæ habent eundem proportionem ad idem pentagonum maius.

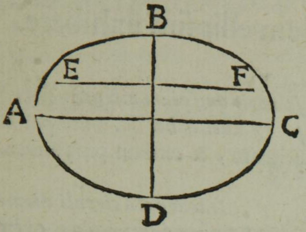
§VI.

Lemmata, & vsus sequentium 3, & 4 problematum.

Svppono, ac præmitto sequentibus duobus problematibus id, quod iam demonstratum est ab Archimede prpos. 5 de Conoidibus, & Sphæroidibus, scilicet in ellipsi, vt hìc ABCD, esse, vt

maior

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2



maior diameter AC ad minorem BD, sic circulum diametri AC ad ipsã ellipsim AB D Suppono etiã id, quod & physicè ostẽdimus in § 23 ad 20, & geom. § 8, circulos inter se esse vt quadrata diametrorũ prop. 2 l. 11 Eucl. Liceat nobis hic vtilitatem praxe inspectãtibus vti hisce suppositionibus iã demõstratis. Interim pro vasis, siue oribus ellipticis in circulares, & pro circularibus figuris in papyro transferendis in ellipticas figuras æquales, aliquando aptiores picturis intra eas delineandis; pro fenestris in æquales vertendis; pro campis, areis, tabulis ellipticis dimetiendis, &c. habent Tyrones theoremata, siue problemata, vnum, ac alterum sequentia.

§. VII.

PRAXIS, ac PROBLEMA III.

Datæ ellipsi æqualem circulum exhibere.

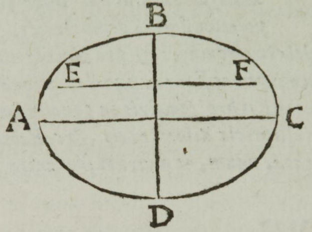
SIt data ellipsis ABCD, cui æqualem circulum oporteat exhibere. Facillima, & breuissima est constructio, & praxis. Nam inter vtramque diametrum AC, BD inuenienda est media proportionalis EF, quæ erit diameter circuli æqualis datæ ellipsi ABCD. Nam, per lemma primum antecedens, vt AC ad BD, ita circulus diametri AC ad ellipsim ABCD; &, per lemma 2, & per 20 huius, & nostra ad eam, vbi de circulorum inter se proportionibus, vt AC ad BD, ita circulus diametri AC ad circulum diametri EF; ergo, per 9 Quinti, circulus diametri EF, & ellipsis ABCD, (quæ figuræ habent eandem rationem ad circulum diametri AC) sunt æquales inter se.

§. VIII.

PRAXIS, ac PROBLEMA IV.

Dato circulo æqualem ellipsim exhibere.

H*Oc problema non facilè ſoluerit quiſpiam niſi ope noſtri problemati s conuerſi prop.* 13 *Eucl. in hoc lib.* 6 *nempe*: Datæ rectæ duas extremas primam, & tertiam proportionales adinuenire.



Itaque datæ circuli diametro EF inueniantur duæ extremæ proportionales AC, BD, eruntque illæ diametri altera minor, altera maior ellipſis æqualis circulo diametri EF. Quod eodem modo demonſtrare licet, quo antecedens problema 4.

At vero circa extrema diametrorum AC, BD ellipſim legitimè, facilè, continuo tractu, non vulgato modo, & nouo inſtrumento deſcribere diſces inferius ad propoſ. 28 *ex occaſione applicationis figuræ ibi deficientis. &c. vnde à ſimili nomen, & proprietas peculiaris orta ſunt ſectionis, ac figuræ ellipticæ.*

§ IX.

SCHOLION V.

Problemata de ellipſi etiam ad rectilinea vniuerſalizare, & in vſum ellipticæ areæ dimetiendæ traducere.

Q*Vemadmodum de circulo ſcripſimus transformando in datum quodlibet rectilineum, & de dato quolibet rectilineo transformando in circulum, licebit etiam dato rectilineo ellipſim, & datæ ellipſi rectilineum æquale conſtituere. Quæ tuæ induſtriæ, mi Tyro, ex antedictis exercenda permittimus. Nobis ſatis fuit, ad vſus indicatos in lem. ante* 3 *prob. curuilineas duas*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

pulcherrimas figuras circulum, & ellipsim inter se transferre.

Hic interim habes quo metiare aream ellipticam. Nam facto rectangulo, ex antecedentibus, æquali circulo diametri EF, coq; rectangulo ex ductu inter se laterum dimenso, patebit quantitas areæ ellipticæ ABCD æqualis circulo ex EF.

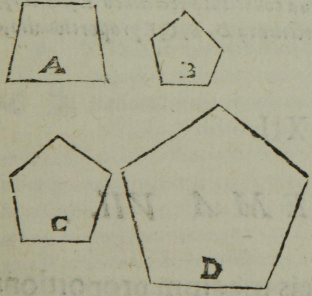
§. X.

Vsus propos. 25 in constituendis rectilineis proportionalibus.

Q*Væ exercuimus pro Tyronibus in Apiar. 3 Prog. 10. Posit. 7, 8, 9, hic paullo aliter, & in eadem figuræ similitudine breuiter expediemus.*

PROBLEMA V.

Datis duobus rectilineis tertium proportionale constituere in eadem figurarum similitudine.



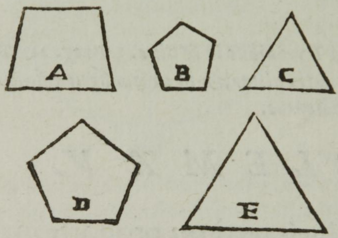
S*Int data duo rectilinea A, B dissimilis figuræ, quibus tertium proportionale sit adiungendum ita, vt tria rectilinea sint in eadem figuræ similitudine proportionalia. Alterutrum datorum, verbi gr. A, vertatur, per hanc 25, in sibi æquale C, simile verò alteri dato B, & rectis lineis C, B inuentà tertià proportionali D, superque ea excitato rectilineo D simili ipsis B, C, erit D tertium proportionale, per 22 huius,*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§. XI.

PROBLEMA VI.

Tribus datis rectilineis quartum proportionale conſtituere ita, vt bina ſaltem ſint ſimilia.



Data ſint tria rectilinea diſſimilium omnia figurarum A, B, C, quibus quartum proportionale ſit conſtituendum, ita vt ſaltem bina in eadẽ proportione ſint ſimilia. Per hanc 25, fiat D æquale ipſi A, & ſimile ipſi B. Tum tribus rectis lineis D, B, C quarta proportionalis E inueniatur vt D ad B, ſic ſit ipſa C ad quartam E; ſuper quà conſtituto rectilineo E ſimili ipſi C, erunt per 22 huius, quatuor rectilinea D, B, C, E proportionalia, ac bina ſimilia D, B, & C, E. &c.

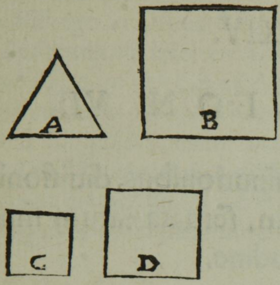
§XII.

PROBLEMA VII.

Duobus datis rectilineis medium proportionale (aliter, quam ad antec. prop. 24) interiungere in eadem figuræ omnium ſimilitudine.

Quod

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2



QVod ad prop. antec. 24 aliter exercuimus, hic etiã exercemus pro instituta inuentione rectilineorum proportionalium cum vsu huius 25 propos.

Data sint rectilinea dissimilium figurarum A, B, quibus interueniendum sit mediũ proportionale cum eadem omnium figuræ similitudine. Vertatur alterutrũ duorum A in sibi æquale C, simile verò, similiterque positum ipsi B, & inter duas C, B inuentà medià proportionali D, super eàque excitato rectilineo simili, similiterque posito ipsis C, B, erit rectilineum D medium proportionale. &c.

§XIII.

SCHOLION VI.

Curuilinea proportionalia constituere.

AD similem modum eius, quem habes in antecedentibus inuẽtionibus rectilineorum constituendorum inter se proportionalium, licebit etiam curuilineas figuras, ver.gra. circulos, ellipses, radiatas figuras, &c. inter se, atque etiam cum rectilineis proportionales constituere. Habes enim in antecedentibus quemadmodum transformari possint in ęqualia rectilinea circuli, ellipses, radiatæ figuræ, &c. E quarum transformationibus, licet etiam proportiones inter eas constituere, vt nuper vidisti in rectilineis proportionalibus constitutis. Ideo exerce tu, mi Tyro, ingenium geometricum iuxta exempla à nobis prolata, ne nos nimij videamur in singulis persequendis, & exequendis.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§XIV.

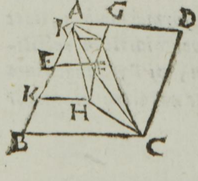
SCHOLION VII.

De auctionibus, imminutionibus, diuisionibus planarum figurarum, seruatâ earum similitudine.

Pertinet ad 20 propos. huius (habesque ibi exempla à nobis) figuras augere, imminuere, diuidere ad lubitas proportiones, seruata figuræ similitudine. Quorum problematum operationes, ac praxes, quia satis absoluuntur è 20, nec egent, vt aliqui arbitrantur, hac 25; ideo ad 20 te reuoluo, mi Tyro, atque hinc interim ad alia progredior.

Propos. XXVI. Theor. XIX.

Si à parallelogrammo parallelogrammum auferatur, simile toti, similiterque positum, cōmunem ipsi habens angulum, circa eandem diametrum est toti.



A Parallelogrammo ABCD auferatur parallelogrammū AF simile toti ABCD, & similiter positum, communem angulum DAB cum ipso habens. Dico ABCD circa eandem diametrum esse ipsi AF. Si nō, sit ipsorum diametrus AHC, & ducatur per H vtrique AD, BC parallela HK. Cum ergo ABCD

circa

circa eandem diametrum ſit ipſi KG;[a] erit ABCD ipſi KG ſimile. Eſt ergo vt DA ad AB, ita GA ad AK: eſt autem propter ſimilitudinem ipſorum ABCD, EG, vt DA ad AB, ita GA ad AE. ergo vt [b] GA ad AE, ita GA ad AK; habet ergo GA ad vtramque AK, AE [c] eandem proportionem; æqualis ergo eſt AE ipſi AK, minor maiori, quod fieri nequit. Non ergo ABCD circa eandem diametrum eſt ipſi AH. Circa eandem ergo diametrum eſt ipſi AF. Si ergo à parallelogrammo, &c. Quod oportuit demonſtrare.

a propoſ. 14.6.
b propoſ. 11.5.
c propoſ. 9.5.

§I.

SCHOLION.

Apparet experientibus quid ſit elementares demonſtrationes condere iuxta conditiones, quas requirit, & meritò laudat Proclus in elementari philoſopho Geometrico, ſcilicet coniunctam cum perſpicuitate breuitatem, habentes; apparet etiã Euclidis prudentia geometrica, quòd cum videret prop. 26 huius probari facilè non poſſe demonſtratione oſtenſiua ſine moleſtis prolixitatibus alienis a breuitate elementari, & importunis Tyronis ingenio, maluit, ommiſſa oſtentatione ingenij, breuiter ab abſurdo confirmare, & expedire hanc 6 propoſitionem; quam ſine dubitatione potuiſſet magnus ille Philoſophus Geometra directè, aut oſtenſiuè, ſed prolixius, demonſtrare.

Elementarium propoſitionum propriæ breuitas & perſpicuitas

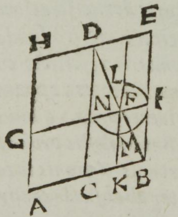
Prudenter Euclides oſtenſiuã demonſtrationem propoſitionis 26 omiſit.

Pro-

Propoſ. XXVII. Theor. XX.

Omnium parallelogrammorum ad eandem rectam lineam applicatorum, & deficientium figuris parallelogrammis ſimilibus, & ſimiliter poſitis ei quæ a dimidia deſcribitur, maximum eſt quod ad dimidiam eſt applicatum, ſimile exiſtens defectui.

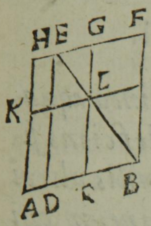
a propoſ. 10.1. † qualecumque.



REcta AB a biſecetur in C, & applicetur ad AB rectam † parallelogrammum AD deficiens figura parallelogramma DB, ſimili, & ſimiliter poſita ei, quæ à dimidia ipſius AB deſcripta eſt. Dico omnium parallelogrãmorum ad AB applicatorum, & deficientium figuris parallelogrammis ſimilibus, ſimiliterque poſitis ipſi DB, maximum eſſe AD. b Applicetur enim ad rectam AB parallelogrammum AF, deficiens parallelogrammo FB ſimili ſimiliterq; poſito ipſi DB. Dico AD maius eſſe ipſo AF. Cum enim DB ſimile ſit ipſi FB, c erunt circa eandem diametrum. Ducatur illorum diametrus DB, & deſcribatur figura. d Cum ergo ipſi CF æquale ſit FE, ſi commune apponatur FB, e erit totum CI toti KE æquale. Sed ipſi CI æquale eſt CG, cùm AC, CB æquales ſint; ergo & GC ipſi EK æquale eſt. Commune CF apponatur; & erit totum AF gnomoni LMN æquale. Quare DB, hoc eſt AD, quàm AF maius eſt. Omnium ergo parallelogrammorum, &c. Quod oportuit demonſtrare.

b propoſ. 44. 1.
c propoſ. 26.6.
d propoſ. 43.1.
e ax. 1.

Aliter. Sit AB rurſus in C biſecta, & applicatum AL, de-



deficiens figura LB. Applicetur ad AB parallelogrammum AE deficiens figura EB simili, & similiter posita ipsi LB à dimidia AB descriptæ. Dico parallelogrammum AL ad dimidiam applicatum maius esse ipso AE. Cum enim EB ipsi LB simile sit, a erunt circa eandem diametrum; quæ sit EB, perficiaturque figura. Quia ergo LF ipsi LH æquale est, quod & FG ipsi GH sit æqualis; FL, quàm EK maius erit: b æquale est autem LF ipsi DL: maius ergo est DL quam EK; commune addatur KD, totum ergo AL toto AE maius est. Quod oportuit demonstrare.

a *propos.* 20.6.

b *propos.* 43.1.

§.I.
SCHOLION.

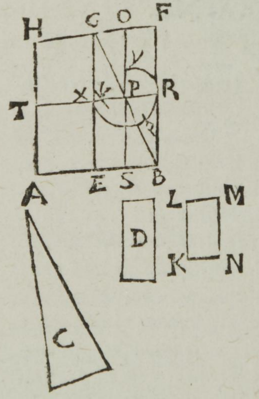
Hæc propositio 27 est loco quasi lemmatis pro determinatione, quam requiret Geometricus Philosophus in sequenti Propositione 28. Si enim in hac 27 demonstratur omnium parallelogrammorum ad eandem lineam applicatorum, &c. maximum esse id, quod applicatur ad dimidiam lineam; ergo si ad aliquam lineam sit applicandum aliquod parallelogrãmum æquale alicui dato rectilineo, cum conditionibus hic requisitis, deficientiæ, similitudinum, &c. opportebit, vt datum rectilineum non sit maius quàm parallelogrammum, quod applicatur ad dimidiam. &c. Nam si sit datum rectilineum maius quantitate parallelogrammi ad dimidiam lineam applicandi, non est vllum aliud parallelogrammum applicandum, quod possit exæquari dato rectilineo, quia maximum est quod ad dimidiam applicatur, ac proinde dato rectilineo excedenti parallelogrammum ad dimidiam non erit locus in propositione sequenti, in quà dato rectilineo constituitur ad datam rectam lineam parallelogrammum æquale, &c. cum cæteris conditionibus ibi requisitis. Hæc nos præmittenda, & deducenda censuimus ex hac 27 ante 28, ne Tyroni quasi ex improuiso tenebras offundat determinatio a Geometra requisita in sequenti 28. Cuius determinationis hinc deductio, & ratio allatæ, atque explicatæ sunt.

Ratio determinationis, quam requirit Euclides in hac 27 propositione

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Propos. XXVIII. Probl. VIII.

Ad datam rectam lineam dato rectilineo æquale parallelogrammum applicare deficiens figura parallelogramma, quæ sit similis alteri datæ. Oportet autem datum rectilineum, cui æquale applicandum est, maius non esse eo, quod ad dimidiã applicatur, similibus existentibus defectibus, & eo quòd à dimidia, & eo, cui oportet simile deficere.



SIt recta data AB; rectilineum datum, cui oporteat æquale applicare, sit C, non maius existens eo quod ad dimidiam applicatum est, similibus existẽtibus defectibus. Cui autem oportet simile deficere sit D. Oportet ergo ad AB rectilineo C æquale parallelogrammum applicare deficiẽs figura parallelogramma simili ipsi D. a Bisecetur AB in E & b describatur super EB ipsi D simile, similiterque positum EBFG, compleaturq; AG parallelogrãmum:

a propos. 10.1.
b propos. 18.6.

quod ipsi C aut æquale est, aut maius ob determinationem. Si æquale, factum est quod iubebatur; applicatum enim est ad AB rectilineo C æquale parallelogrammum AG deficiens figura parallelogramma GB simili ipsi D. Si verò HE maius est quam C; erit & GB maius, cum GB ipsi HE sit æquale. Excessui autem, quo GB excedit C, c fiat æquale KLMN, simile similiterque positum ipsi D. Et cum D

c propos. 25.6.

simile

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

simile sit ipsi GB, erit & KM ipsi GB simile. sit linea KL ipsi GE, & LM ipsi GF homologa; quia ergo GB æquale est ipsis C, & KM; erit GB, quã KM maius; erit ergo & GE linea maior, quàm KL, & GF, quàm LM. [d] Fiat ipsi KL æqualis GX, ipsi LM ipsa GO, compleaturque parallelogrammum XGOP, quod erit æquale, & simile ipsi KM; sed KM ipsi GB simile est; [e] erit ergo & GP ipsi GB simile: [f] sunt ergo GP, GB circa eandem diametrum; quæ sit G-PB, & describatur figura. Cum itaque GB æquale sit ipsis C, KM, & GP ipsi KM, erit reliquus Y gnomon ipsi C æqualis, [g] cumq; OR ipsi XS sit æquale, si commune PB addatur, erit [h] totum OB toti XB æquale. sed XB ipsi TE est [i] æquale, quod AE, EB sint æquales; est ergo & TE ipsi OB æquale; si commune XS addatur, erit totum TS gnomoni Y ęquale. Sed gnomon ipsi C ostensus est ęqualis: [k] est ergo TS ipsi C æquale. Ad datam ergo AB dato rectilineo C æquale parallelogrammum TS applicatum est deficiens figura PB simili ipsi D, cum PB ipsi GP simile sit. Quod oportuit facere.

d propos. 3.1.

e propos. 21.6.

f propos. 26.6.

g propos. 43.1.

h ax. 2.

i propos. 36.1.

k ax. 1.

SCHOLION I.

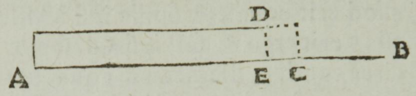
QVando applicatio elliptica, siue cum deficientia, &c. facienda est ita, vt deficiens figura sit quadrata, tunc facilior est operatio huius 28 propositionis; & expeditum modum habebis à nobis inferius in §§ sequentibus ad hanc 28.

§. I.

VSVS prop. 28 in problemate pulcherrimo. Quod est —

— Datam rectam lineam in tres partes proportionales diuidere. Opportet autem in prima

diuisione per inæqualia segmentum maius esse maius duplo minoris segmenti.



SIt data recta AB ita in tres partes diuidenda, vt tria eius segmenta sint in continua inter se proportione. Fiat prima sectio in C ita, vt segmentum maius AC sit maius duplo segmenti minoris CB; tum ad segmentum maius AC applicetur parallelogrammum AD æquale quadrato segmenti minoris CB, & deficiens figurâ quadrata DC, iuxta vsum huius 28 propos. Eucl. Dico tria segmenta AE, CB, EC esse in eàdem inter se proportione. Demonstratio facilè, ac breuiter patet ex 17 propos. huius. Quoniam enim, per constructionem, rectangulum AD est æquale quadrato ex CB, erunt, per 17, rectæ AE, CB, ED inter se proportionales. At in quadrato DC ipsi ED est æqualis ipsa EC, ergo & tres AE, CB, EC sunt inter se proportionales. Quod erat faciendum.

§. II.

SCHOLION II.

Cur in præced. probl. § 1 determinatio sit de segmento maiore in prima diuisione, quod sit maius duplo segmenti minoris.

RAtio eius determinationis est ex propositione apud Commandinum, quæ quasi corollarium est ex 25 propositione libri 5. Si tres magnitudines fuerint proportionales, maxima ipsarum, & minima, quam dupla reliquæ, maiores erunt.

Cùm

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Cum igitur factà prima sectione ipsius AB in C, in segmento maiore AC facienda sit secunda sectio in E, ita vt AE, EC sint duæ extremæ trium proportionalium, idest maximum segmentum sit AE, minimum EC, & medium proportionale CB, necesse est segmentum AC constans ex maximo, & minimo segmentis conficere lineam, quæ sit maior duplà ipsius CB; alioquin non essent tres proportionales AE, CB, EC, per demonstrata ex 25 propos. lib. 5.

§. III.

SCHOLION III.

Amplitudo precedentis problematis in § 1. De problematibus apud Geometras Inordinatis. Et facta sectione datę in tres partes proportionales, scire in qua proportione sint eæ partes.

1 *QVoniam, factà primà sectione iuxta determinationem in antecedentibus indicatam, & demonstratam, velut in C, fieri possunt in infinitis punctis inter CB, & inter CA sectiones, & applicationes ellipticæ numero infinitæ, ideo amplissimum est problema, & ex eorum genere, quæ antiqui Geometrici Philosophi appellabant Inordinata. Fuerunt enim, ac sunt (vt affirmabat Amphinomus apud Proclum) problematum tria genera, (præter alias diuisiones) Ordinata, quæ simplici, ac vnico modo absoluuntur. Media quæ non vno, sed pluribus numero determinatis modis peraguntur. Inordinata quæ numero infinitis modis fieri possunt. Quale hoc de diuisione rectæ in tres partes proportionales. Pro varia enim in infinitum sectione inter maius segmentum (maius duplo minoris) & minus variæ in infinitum proportiones trium partium esse possunt. Relege § 19 ad propos. 1. in tomo 1 huius Aerarij.*

Tria genera problematum, ordinata, media, inordinata. Ac quæ singula.

2 *Scire verò si lubeat quam proportionem habeant inter se partes illæ tres in lineà proportionaliter sectà, habes modos à nobis in antecedentibus huius 2 tomi. Vide in primis § 6 ad primam propos. huius libri 6. Elementaris.*

§ 4.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§IV.

COROLLARIVM.

Ex datà rectà lineà ttiangulum laterum proportionalium construere.

VT vsum aliquem habeas antecedentis problematis, en propositum hic problema, iuxta inscriptionem huius corollarij, absoluitur diuisà datà rectà in tres partes proportionales, & acceptà minimà EC pro basi, centris E, C, interuallis EA, CB, vbi se mutuo secabunt ducti gemini arcus, ibi erit vertex triãguli constructi ex tribus lateribus proportionalibus. &c. iuxta propos. 2 lib. 1, & praxim ad primam propositionem scaleni construendi super datà. &c.

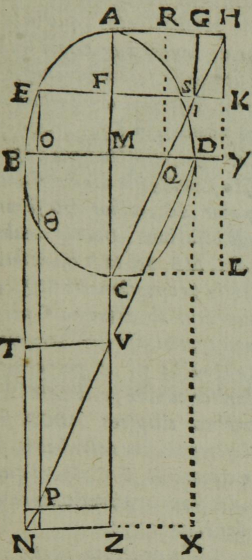
§. V.

Vsus 28 prop. in Conicis ad eximios effectus.

De Geometrica applicatione cum deficientia, quæ Græcis ἔλλειψις. Id nomen inditum conicæ sectioni ab vsu huius prop. 28 Eucl.

APollonius Pergæus lib 1 Conicorum propos. 13 demonstrat, si fiat sectio Coni obliqua per vtrumque Coni latus (quæ tamen non sit vel circulus, vel subcontraria, idest quæ nec sit parallela basi coni, nec auferat conum, seu potius partem trianguli facti a sectione coni per axem, similem totali triangulo facto à sectione coni iuxta axem) fieri figuram, qualis A BCD, quæ habet hanc proprietatem, vt, ductis diametris maiori AC, minori BD se in M mutuo bifariantibus, & inuentà ipsis diametris minore tertià proportionali AH, & iunctà CH, quælibet recta diametro

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2



BD æquidistans, & à latere figuræ ad diametrum ducta, (vt alterutra EF, FS æquidistans minori diametro BD, ducta ab alterutro latere AEB, ASD figuræ AEBCD, ad alteram diametrum maiorem AC, in F) potest spatium (velut quadratũ ex EF) æquale rectangulo sub AF, FI, quod adiacet ipsi AH perpendiculari in A, & deficit figura GK, quę similis est figurę AL sub HA, AC; & propter eam deficientiam rectanguli AI applicati ad AH vocat Apollonius figuram ABCD deficientem, siue gracè ἔλλειψιν; cuius rectæ ad axem ordinatim actæ, vt vocat, possunt rectangulum prędicto modo deficiens. Sic Quadratum MD, vel BM, est æquale rectangulo AQ, quod deficit figurà RY, &c.

Ac quod factum est circa diametrum maiorem AC, potest fieri etiam circa minorem BD, inuentà 3 proport. mai. BN. Nam EO æquedistans diametro AC potest spatiũ æquale rectangulo sub BO, OP adiacens rectæ BN, ac deficiens figura NP simili figuræ BX sub DB, BN. Sic alterutra AM, MC potest rectangulum BV deficiẽs figurà TZ. &c.

Quare vides, mi Tyro, sectioni conicæ ellipticæ nomen inditum ab vsu huius 28 propositionis.

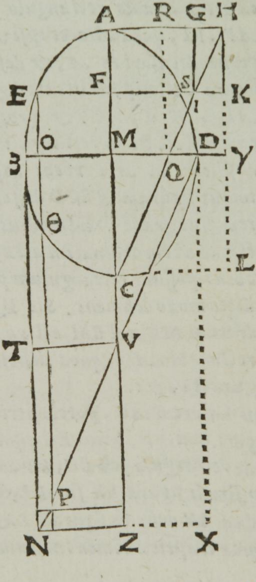
§. VI.

PRAXIS GEOMETRICA,

Datis ellipseos diametris, latus rectum, siue lineam inueniendi, ad quam facienda est applicatio cum deficientia, &c.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Ex inuentione tertiæ proportionalis inueniemus etiam lineam applicationis cum deficientia modo persimili eius, quo in Apiarijs nostris ex tertià proportionali inuênimus etiam latus rectum hyperboles. Ac licet non sit necesse datam vtramque diametrum ellipseos maiorem, ac minorem se se mutuò bifariare ad angulos rectos, tamen nos hìc exemplum ponemus in bifariatione rectangulà, velut (in figura apposita) ad M, vbi diametri datæ maior AC, minor BD se mutuò bifariant. Deinde duabus AM, MB, vel MD inueniatur tertia proportionalis MQ, & iungatur ab extremo C per Q recta producta, & occurrens in H rectæ ex A perpendiculariter eductæ, erit AH latus rectum ellipseos ABCD siue descriptæ, siue describendæ per extrema A, B, C, D; ad quam AH fiunt applicationes cum deficientia. &c.



Nam ex citata propos. 13 lib. 1 Apollonij, ipsius ellipseos ABCD proprietas, à qua sortita est nomen, est vt rectarum ad vtramlibet diametrum applicatarum, verbi gratia, rectæ MB, vel MD quadratum sit æquale rectangulo sub parte AM diametri maioris AC (interceptà inter verticem A, & inter punctum M) & sub recta, quæ sit (iuxta 17 prop. huius lib. 6) tertia proportionalis ipsis AM, MD, sitque id rectangulum in figurà appositâ ipsum AQ. Quod quidem rectangulum est applicatum ad AH (cuius quantitas inuenta est per iunctam CQ, & productam in H) & deficiens figura sub HR, RQ simili figuræ AL sub perpendiculari AH, & diametro (quam vocant transcursam in Conicis) maiore AC. Similes vero esse figuras rectangulum sub HRQ, & sub ACL patet ex operationibus, & demonstrationibus propositionum 24, & 26 huius. Quare cum AH sit recta, iuxta quam possunt cum deficientia

figuræ

figuræ similis, &c. quæcumque applicatæ ad axem, siue diametrum AC, propterea est AH rectum latus ellipseos, iuxta ea, quæ requirũtur in conicis.

In modum similem respectu diametri minoris BD, erit BN latus rectum, siue linea applicationum cum deficientia, siue iuxta quam poterunt applicatæ ad BD, vt sunt EO, O0, &c. quarum vtrumlibet quadratum erit æquale rectangulo BP applicato ad BN, & deficiente figura NP simili figuræ BX. &c.

§. VII.
Aliter 2.

Datis ellipsios vtraque diametro, latus rectum, siue lineam applicationis cum deficientia inuenire.

SE decussent, ac bifarient datæ diametri AC, BD ellipseos descriptæ, vel non descriptæ; inueniatur ipsis AC, BD tertia proportionalis, siue maior BN, siue minor AH, eritque alterutra latus rectum respectu vel maioris diametri AC, vel minoris BD. Demonstratio est ex prop. 15 lib. 1. Apollonij, & ex additis ab Eutocio ad propos. 16. Atque inprimis ex demonstratione Commandini ad propos. 16. lib. 1 Sereni de ellipsi, e sectione obliqua etiam Cilindri. Serenus in cit. prop. 16, atque etiam in 17 idem cum Apollonio probat de ellipsi in Cilindro. Est enim alterutra diameter media proportionalis inter alteram diametrum, & inter latus rectum. BD est media proportionalis inter AC, AH. CA verò est media proportionalis inter DB, BN. Ergo inuēta alterutra tertia proportionalis BN, vel AH sunt latera recta, siue lineæ applicationis cum deficientia. &c.

COROLLARIVM.

De duabus intermedijs proportionalibus.

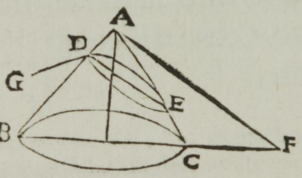
HAbes inter AH, BN duas medias proportionales AC, BD, &c. & quatuor continuè proportionales BN, CA, BD, AH.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§. VIII.

Aliter 3.

Data diametro maiore, siue transuersà ellipsis in cono, siue in triangulo e sectione coni secundùm axem, inuenire latus rectum, siue lineam applicationis cum deficientia, &c.



Sit pro cono triãgulum ABC factum a plano secãte conum iuxta axem, & sit ellipticæ obliquæ sectionis latus transuersum, siue maior diameter DE. Educatur ex A diametro DE parallela AF, occurrens basi BC productæ in F, fiatque vt quadratum AF ad rectangulum sub BF, FC, ita DE ad quartam proportionalem DG, eritque DG latus rectum, siue linea applicationis ellipticæ, hoc est cũ deficientia figuræ similis figuræ sub lateribus recto DG, & transuerso DE. Quod demonstrat Apollonius prop. 13, lib. 1 Conic.

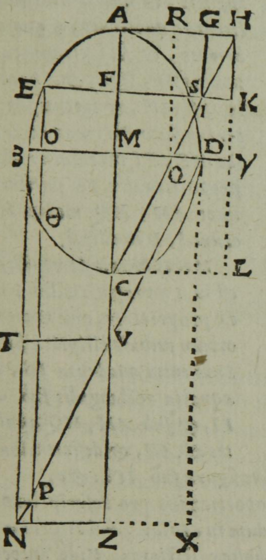
Ad facilitandam verò praxim, quam hic quærimus, & vsurpabimus etiam in sequentibus pro vsu 28 huius propos. Euclid (ideo demonstrationes hic aliquæ supponuntur suis in locis iuxta morem praxewn, vt non semel dictum, & exemplis ostensum est in to 1 huius Aerarij) vtere problemate nostro ad prop. 20 huius, § 5, vbi habes: Vt rectilineum ad rectilineum, sic rectam ad rectam efficere; *præsertim translato rectangulo in quadratum.*

§ IX.

Vsus 28 prop. in elliptica, siue deficiente applicatione, &c.

Quasi

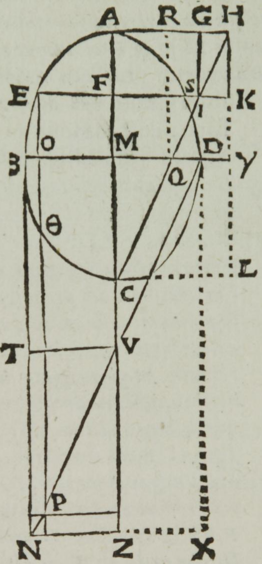
QVasi corollarij loco deducitur ex antecedentibus problematibus hoc hìc à nobis propositum ad exercitationem Geometricam Tyronum in vsu huius 28 prop. Eucl. Itaque iuxta eam. Ad datam, siue inuentam prædictis modis rectam lineam AH dato rectilineo; idest quadrato ex EF æquale parallelogrammum AI applicare deficiens figura parallelogrãma GK, quæ sit similis alteri AL. *Quod problema expeditur facilius, quã Euclides hanc 28 propos. iuxta primum nostrum modum antecedentem inueniendi lateris recti ex proprietate ordinatim applicatarum ad axes, à qua nomen inditum ellipticæ figuræ. Nam inuenitur, & educitur parallela ipsi AG tertia proportionalis FI ipsis AF, FE, & iungitur GH, productisque ex I, & H rectis IG, IK, HL oppositè ad AH, & inter se parallelis, applicatum est ad rectam AH quadrato ex EF æquale rectangulũ AI deficiens figura GK simili ipsi AL, iuxta indicata in antecedentibus. Ac solutum est propositum problema ellipticum ex vsu propositionis huius 28 de applicatione elliptica, siue deficiente. &c.*



§. X.

PRAXIS GEOMETRICA,

Datis diametro, & lineà applicationis deficientis, siue latere recto, describendi Ellipticam figuram per puncta, ex antecedentibus.



Sit data alterutra, diameter, transuersa, siue maior AC, & linea applicationis deficientis, siue latus rectum AH. Iungatur CH, & ad diametrum aplicentur quotlibet, (quo crebriores, & sibi viciniores, eo melius) IF, QM, &c. parallelæ ipsi AH, & interceptæ inter iunctam CH: mox inter ipsas AF, FI inueniatur media proportionalis FS pariterque inter AM, MQ media MD; erunt S, D in ellipsi.

Huius praxis demonstratio est in 13 propos. cit. lib. 1 Con. ex proprietate, quæ nomen, & ortum tribuit ellipticæ figuræ. Sunt enim quadrata FS, MD æqualia rectangulis sub AF, FI, & sub AM, MQ, applicatis ad AH, & deficientibus figura GK, & figura sub Rγ similibus figuræ sub ACL. &c.

Itaque hìc habes vsum mediæ proportionalis pro descriptione conicæ sectionis ellipticæ, quemadmodum in Apiar. 3 habes per medias proportionales descriptionem hyperbolicæ sectionis. Vide Eutocium ad propos. 21 lib. 1 Con. hunc vsum ex propositione 13 eiusdem lib. 1 Con educentem.

Describes Ellipsen prædicto modo etiam ex data diametro recta, siue minore BD, & latere recto BN.

§. XI.

Aliter 2.

Data vtralibet diametro, ellipsen describere.

Etiam

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Etiam sine latere recto, data sit vtralibet diameter AC. Sumãtur in eà quotlibet (quò crebriora, & sibi ipsis proximiora, eò melius) puncta F, M. Per quæ ad rectos (exempli gratia) ducantur EF, BM, fiatq; vt rectangulum interceptum inter vertices A, C transuersi lateris AC, & inter puncta in diametro sumpta, nempe vt rectangulum sub AF, FC ad rectangulum sub AM, MC, ita quadratum ex EF ad quadratum ex BM; erunt E, B in ellipsi, per 21 prop. lib. 1 Con.

§ XII.

Aliter 3.

Datis diametro, & latere recto, ellipsim describere.

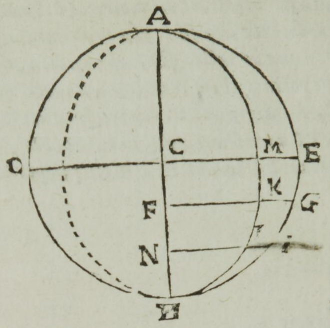
Datis vtralibet diametro AC, & latere recto AH, signentur crebra puncta F, M in diametro AC, per qua ducantur FE, MB, fiatque vt diameter AC ad rectum latus AH, ita rectangulum sub AF, FC ad quadratum FE, itemque vt AC ad AH, ita AMC ad quadratum MB, erunt E, B in ellipsi, per eandem 21 propos. Apollon. qua vtitur etiam Serenus in prop. 18 lib. 1. de ellipsi cylindrica, & in seq. 19 oculis ipsis ostentat ellipsim è communi sectione obliqua Cilindri cono inclusi. Habes verò ad facilitatem praxis à vobis ad propos. 20 huius, § 5, modum faciendi vt sit rectilineum ad simile rectilineum, quemadmodum linea ad lineam.

§. XIII.

Aliter 4.

Data diametro maiore, describere ellipsim.

Sit



Sit data AB pro diametro maiore describendæ ellipsis. Bifarietur in C, quo centro, & interuallo vtrolibet CA describatur circulus AEBD, ducaturque ad angulos rectos per C altera circuli diameter DE, cui parallelæ agātur (quo crebriores eo melius) à diametri AB punctis F, N, ad circumferentiam rectæ FG, NI, sumptoque arbitrario puncto M in semidiametro CE magis, vel minus distante à C, prout maior, vel minor secunda ellipsis diameter lubita fuerit. Fiatque vt CE ad FG, ita CM ad FK, vt FG ad NI, ita FK ad NL, ac deinceps per inuentionem quartæ proportionalis fiat progressio versus B, erunt M, K, L in ellipsi, & per ea ducta leniter curuata erit ellipsis.

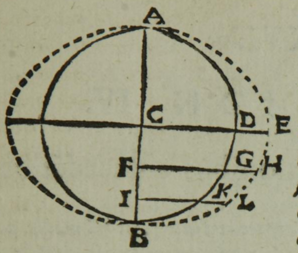
Demonstratio huius praxis facilis, ac breuis supponit tamen & ipsa 21 propos. citatam lib. 1. Con. Quoniam enim per constructionem, vt CE ad FG, ita CM ad FK, ergo, per 22 huius, erunt vt quadratum ex CE ad quadratum ex FG, ita quadratum ex CM ad quadratum ex FK. Sunt autem per 13 huius, CE, FG mediæ proportionales inter AC, CB, AF, FB; ergo, per 17 huius, quadratum ex CE æquale est rectangulo (siue quadrato propter æquales semidiametros) sub AC CB, & quadratum ex FG æquale rectangulo sub AF, FB, ergo erit etiam vt rectangulum ACB ad rectangulum AFB, ita quadratum ex CM ad quadratum ex FK, ergo per 21 propos. lib. 1. Con. puncta M, K sunt in ellipsi. Parique modo demonstrabitur de L, ac alijs ex constructione per quartas proportionales inuentis.

§ XIV.

Aliter 5.

Data diametro minore, ellipsim describere.

In



IN antecedenti problemate ellipsim intra circulum, in hoc circa circulum describemus. Sit data minor diameter AB describendæ Ellipseos. Vt in antecedenti problemate, describatur circa datam diametrũ circulus, & ad rectos ex C producatur semidiameter CD quantum lubitum fuerit in E, pro determinatione maioris diametri ellipticæ. Ad AB agantur ordinatim à circumferentia FG, IK. Fiat vt CD ad CE ita FG ad quartam FH, & vt FG ad FH, ita IK ad IL, erunt E, H, L, &c. in ellipsi. Quod demonstrare licet vt in antecedenti. Nam sunt quatuor lineæ proportionales CD, CE, FG, FH, & ipsarum quadrata proportionalia. Vt quadratum CE ad quadratum FH, ita quadratum CD ad quadratum FG at CD est æquale rectangulo ACB, & FG rectangulo AFB; ergo vt quadratum CE ad quadratum FH, ita rectangulum ACB ad rectangulum AFB. Quæ est proprietas in ellipsi applicatarum, &c. ex Apollon.

§ XV.

COROLLARIA.

1 Vides quemadmodum ope circuli describatur ellipsis; & ellipsim esse (iuxta suum nomen) deficientem a circulo ex minore ellipsis diametro, esse excedentem circulum ex maiore diametro.

2 Vides deficientias, & excedentias illas esse proportionales, & in alterà figurà ordinatim actas in circulo ipsas CE, FG, NI proportionaliter secari ab ellipsi in punctis M, K, L, in altera ordinatim actas in ellipsi ipsas CE, FH, IL proportionaliter secari a circulo in D, G, K.

§XVI.

SCHOLION IV.

Compendiũ pro operationibus antecedẽtibus.

AD facilitatem praxeωn antecedentium satis est modis prædictis describere vnam quartam partem ver. gra. EB. Nam ad eiusdem præscriptum decurtabuntur rectæ apllicatæ ad axem AC, vt per earum terminos deducantur reliquæ quartæ sectionis ellipticæ.

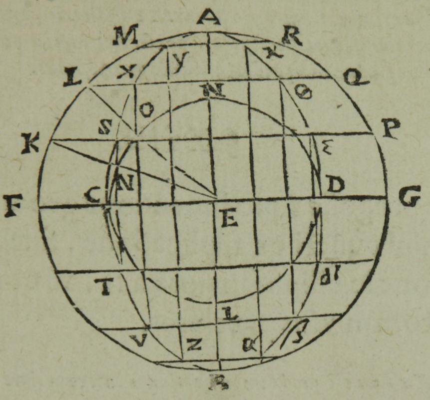
§ XVII.

Aliter 6, ac Praxis —

— Facillimè per mutuas sectiones rectarum ellipsim describendi, vnà cum indicata demonstratione.

VT magis, ac magis Tyronum facilitati consulamus, lubet hìc apponere praxim, qua, sine cognitione, ac vsu vel lateris recti, vel proportionalium linearum, per mutuas sectiones linearum vtrique diametro describendæ ellipsis parallelarum facillima fit, & ingeniosissima, nec admodum vulgata descriptio ellipseos. Est ea praxis Corollarium apud Commandinum in libro de Horologiorum descriptione post aliqua demonstrata, de quibus nos hic inferius post praxim.

Accipe vel datas, vel tibi ad libitum finge pro vtraque diametro ellipsis rectas AB, CD, quas ad rectos, & bifariatas iunge in E. Quo centro, & interuallo vtriusque semidiametri describe geminos circulos, maiorem AGBF, minorem HDIC. Diuiso maiore circulo in quotlibet partes æquales in K, L, M, &c. ad ea diuisionum puncta, & ad cen-



centrum E iunge regulam (pro qua ſtant recta EK, EL) & vbi ea ſecabit minorem circulum fiant puncta N, O, &c. eruntque vterque circulus proportionaliter diuiſi. Per puncta diuiſionum maioris circuli ducantur diametro minori CD parallelæ KP, LQ, MR, &c. per puncta verò diuiſionum minoris circuli ducãtur diametro maiori parallelæ ST, XV, YZ occurrentes parallelis minori diametro in punctis Z, V, T, S, X, Y, parique ratione ex altera parte in α, β, δ, ε, θ, κ. Quæ omnia puncta ſi cum A, & B leniter curuatà linea iungantur, erit deſcripta ellipſis, qualem in figura vides lineatam A θ D β B V C X A.

Cuius facillimæ, atque ingenioſiſſimæ praxis demonſtratio pendet ab obliquatione circuli æqualis ipſi AGBF, & ſecantis communi diametro, & ſectione AB planum AGBF. Dum enim circulus circa cõmunem diametrum AB obliquatur, perpendiculares ab vtraque obliqua ſemiperipheria partim demiſſæ, partim erectæ in planum AGBF ſignant puncta obliquati circuli in ellipſim ibi, vbi communes, ac mutuæ fiunt ſectiones planorum traductorum perpendiculariter per diuiſiones vtriuſque circuli tam obliqui, quam ipſius in plano non obliqui AGBF.

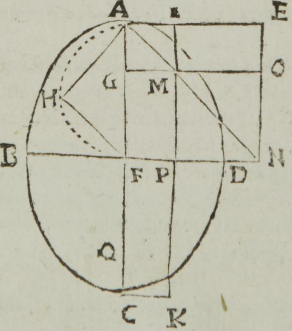
Hæc medulla eſt gemini theorematis, geminæque demonſtrationis apud Commandinum, à quibus pendet, ac prodit praxis hìc appoſita. Supponunt eæ demõſtrationes aliqua e lib. 11 elem. Eucl. ac vtuntur & ipſæ prop. 21 lib. 1. Con. Eas vide apud Commandinum lib. cit. de Horolog.

Hic, ne interim Tyrones implicemus, omittimus, vbi praxen in primis quærimus. Cum Tyro librum 11 didicerit, poterit scientificè eas demonstrationes percipere, præsertim iam a nobis instructus breuissimo earum compendio, quod hic præmisimus.

§. XVIII.

Vsus propos. 28 pro inuentione geometricà gemini puncti ex applicatione, siue comparatione in ellipsis maiore axe, ad eorum punctorum vsus præclaros.

P*Vnctum est quoddam, ac geminum in axe maiore ellipsis, à quorum punctorum inuentione mira promanant ad vstiones, illuminationes, auditiones, ellipsis ipsius descriptiones, vt habes aliqua exempla apud nos in Apiar. 10 Progym. 2. Vocant conici Philosophi ea puncta ex comparatione, quia inueniuntur ex vsu huius 28 prop. qua (vt nos mox) docetur:* Comparare ad axem maiorem ellipsis rectangulum æquale quartæ parti figuræ sub latere recto, & diametro transuersa deficiens figura quadrata.



Itaque ad ellipsis ABCD axem maiorem, siue latus, vt vocant conici, transuersum AC sit comparandum, siue applicandum rectangulum æquale quartæ parti figuræ rectangulæ sub lateribus transuerso AC, & recto AE, deficiens quadrato. Quoniam diameter minor BD, iuxta indicata in antecedentibus ex Apollonio, est media proportionalis inter CA, AE, erit quadratum ex BD æquale rectangulo sub CA, AE, per 17 huius. Igitur quadratum ex alterutra dimidia ipsius BD, seu FD, erit quarta pars figuræ sub CA, AE, ex 20 huius. Super ipsius CA dimidio FA describatur semicirculus AHF,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

HF, atque in eo aptetur AH æqualis ipsi FD, quæ cùm sit dimidia totius BD, quæ minor est tota AC, erit èadem FD minor dimidià totius AC, idest ipsà AF, ac proinde poterit aptari in semicirculo AHF. Iungatur HF, cuius interuallo, ac centro F fiat sectio in G, quod erit punctum applicationis, siue compartitionis cum deficientia, &c. Centro A, interuallo AG fiat sectio in I, & ductis ex I, & G parallelis ipsis AG, AI, compleantur rectangula GI, AK. Dico GK applicatum ad AC & esse æquale quartæ parti figuræ sub CAE, & deficere figura GI quadratà.

Ducatur enim diameter AM, fiatque quadratum ex AF, quod sit FE; quoniam parallelogrammum GI, ex constructione laterum æqualium GAI, quadratum est, hoc est simile, similiterque positum, & communem angulum habens A cum quadrato FE, ergo erunt circa eandem diametrum AM productam in N, per 26 huius. Producta GM in O, erit circa eandem diametrum AN & ipsum PO quadratũ, per 24 huius.

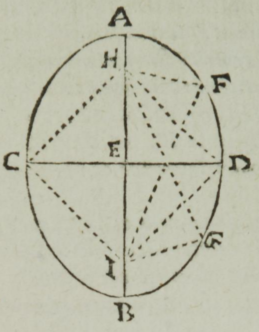
Iam vero gnomoni PGIO æquale est rectangulum GK; est enim rectanguli CI dimidium, ex constructione, CP æquale dimidio FI; & FM, per 43 primi; est æquale ipsi ME; ergo totum rectangulum CM toti gnomoni æquale; est autem eidem gnomoni æquale quadratum ex AH (per ea quæ demonstrata à nobis habes ad 47 primi, vbi gnomonem dupliciter quadramus) hoc est, ex antecedentibus, quarta pars rectanguli CAE, ergo eidem ex AH, siue figuræ quartæ partis ex CAE, æquale est rectangulum CM, deficiens figura quadrata, &c. Quod opportuit applicare ad axem, siue ad diametrum transuersam, siue maiorem, AC ellipsis ABCD, vt inueniretur G pũctum applicationis, siue comparationis deficientis. &c.

Pari ratione fiet applicatio, seu comparatio ad eandem AC pro pũcto Q, eruntque inuenta duo G, Q puncta ex comparatione, siue applicatione in ellipsis maiore diametro.

§. XIX.

Altera praxis geometrica inueniendi èadem gemina puncta applicationis in maiore diametro ellipsis.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2



Datis vtraq; diametro maiore AB, minore CD ellipsis ACBD se in E bifariantibus ad angulos rectos, accipiatur ex maiori diametro interuallum vtrumlibet dimidium EA, & ex C, vel D fiant sectiones in H, & I; sient autem quoniam CH, CI sunt minores, quàm imaginatæ datæ CA, CB, quæ ob angulos rectos ad E, quibus subtenduntur, sunt maiores ipsis AE, EB, &c per 19 pri. Erunt H, I gemina puncta applicationis, siue applicati rectanguli ad AB, vel ex B ad H, vel ex A ad I, deficientis quadrato, & æqualis quartæ parti figuræ sub latere transuerso AB, & latere recto imaginariè educto ex A. Huius praxis demõstratio est ex conuersa propositionis 52 lib. 3 Con. Apollonij. Nam rectæ CH, CI, ipsi axi AB æquales, inclinatæ sunt ex punctis H, I ad C in sectione elliptica; ergo puncta H, I sunt ex comparatione, siue aplicatione rectanguli. &c.

Propositio Apollonij est: Si in ellipsi ad maiorem axem ex vtraque parte comparetur rectangulum æquale quartæ parti figuræ, deficiensque figura quadrata, & à punctis ex comparatione factis ad sectionem rectæ lineæ inclinentur, ipsi axi æquales erunt. *Conuersa est* Si à sectione inclinentur ad axem maiorem ellipsis rectæ lineæ ipsi axi æquales, puncta inclinationis in axe erunt ex comparatione rectanguli, &c.

§ XX.

SCHOLION V.

Praxis ex punctis applicationis, &c. ellipsim describendi.

Scilicet vel geometricè per varias inclinationes (siue mutuas per arcus sectiones) rectarum æqualium diametro maiori, & eductarum

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

ctarum a punctis comparationum; siue organicè per filum, &c. vt iam vulgatissimum est ex cit. 32 prop. lib. 3 Con. tum apud alios, tum apud nos etiam in Apiar. 10 prog 2 & in to. 1 huius Ærarij ad propos. 7. Non sunt hìc iteranda, sed tantùm indicanda quæ alibi fusè sunt explicata. Illuc vise. Vestigium hìc habes in IGH, IDH IFH.

§. XXI.

SCHOLION VI.

Punctorum applicationis ad axem maiorem Ellipsis miræ affectiones, ac vsus aliqui tantùm indicati.

Nimirum aliqui sunt ex ijs, quos indicatos habes in § 7 ad definitionem de linea in to. 1 huius Ærarij. Semel ibi posita nil est necesse hic iterare. Tantum addo miram esse eorum punctorum efficaciam ad illuminationes, & vstiones, auditiones, &c. vt & hìc paullo inferius videbis, formato tubo elliptico.

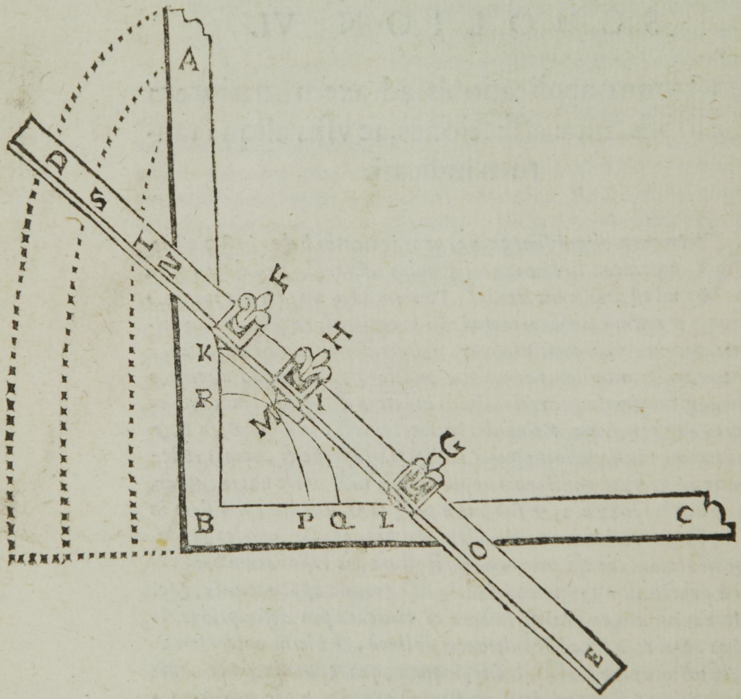
Mira etiam proprietas eorundem punctorum est, vt ab alterutro quæcumq; incidentia per rectas lineas in latera ellipseωs, omnia reflectantur ad alterutrum. Velut ab I incidentes rectæ in G, in D, in F, & in quotcumque alia infinita puncta ellipticæ superficiei, omnes reflectuntur ad alterum punctorum applicationis in H. Vide nos in Apiar. 10, & initio progym. 1, & sub finem prog. 2. Ostenditur enim fieri in G, D, F, &c. incidentias, & reflexiones per angulos æquales ad contingentes lineas, ac esse omnium incidentium, ac reflexarum breuissimas à punctis illis geminis ad puncta illa gemina applicationis, &c. Vnde manant aliquæ praxes in anteced. indicatæ pro descriptione ellipseos. Habes in cit. ad definitionem de lineà, & hìc in antecedentibus, in primis in Apiarijs, habes, inquam, quo te cum iucunda admiratione ducat (si experiri velis indicata) exercitum hoc problema propos. 28.

§ 22.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§. XXII.

Praxis geometricè organica facillimo instrumento describendi ellipticas simul, & circulares lineas, datis earum diametris.



ICONOGRAPHIAM, & vsum indico, (non fabricam, & constructionem explico, quæ sese oculis produnt) instrumenti aptati ad præscriptionem verborum ex Proclo, quæ habes in 1 to. huius Aerarij § 5, & 6, ad definitionem rectæ lineæ. Vides ergo normam ABC,

ABC, & regulam DE, in qua duo cursores FG cochleolis firmati habent inferius in K, & in L, clauiculos non cuspidatos, sed retusos, ac læuatos, vt, radendo latera AB, BC in motu rectæ DE sub recto angulo ABC, nusquam offendant in papyro, in qua elliptica linea, vel circularis describuntur. Cursor vero H habet inferius graphiolum in M describendæ lineæ. Pro vnico hic posito graphio in cursore H tu, si lubet, plures intellige, atque appone, non solùm inter F, & G, sed etiam inter HD, & inter IE. Vltra præscriptum antiquorum rectam lineam inter K, & L inclusam sub angulo recto protulimus vtrinque etiam extra angulum rectum vsq; in D, & E, vt problema hoc habeat lineam rectam fœcundiorem pluribus ellipticarum linearum descriptionibus intra, & extra angulum rectum ab omnibus punctis rectæ DE secundùm partem KL motæ sub recto angulo KBL, dum eodem motu describit etiam graphio in medio sui puncto I collocato lineam circularem.

Igitur, ad praxim, datis duabus diametris ellipsis describendæ maiore BK, minore BP, collocatur regula DE iuxta normæ latus BC, & accepta quantitate BP minoris axis, & iuxta eius internallum collocatis, ac firmatis in regula cursoribus F, & H, itemque ad quantitatem maioris axis BK accepto in regula interuallo ML, firmetur cursor G in L. Mox læuæ manus pollice in B, & indice in A adpressis, dextræ pollice in G, indice in F adpositis, ita regulam DE mouebis sub angulo normæ, vt eodem tempore laticlauiculus L latus BC, & laticlauiculus K latus BA radant, eleuato indice ab A cùm regulæ pars D per A transibit, eritq; ab M descripta quarta elliptica PMK, sub angulo recto B, & extra angulum aliæ ellipticæ quartæ à punctis D, S, T, &c. & ab alijs inter OE.

Pro quarta circulari erit accipienda quantitas diametri, & eius interuallum KL in regula bifariandum erit in I, vbi graphium collocatum, & firmatum signabit QMR quartam circularem.

Similiq; modo erit operandum circa reliquas tres quartas ellipsis, aptata norma ad angulum rectum axium deinceps, & motâ regulâ sub normæ recto angulo, &c. iuxta demonstratam antiquorum abolitam mirificam, & facillimam rectæ lineæ sub angulo recto motionem, pro ellipsium descriptionibus continuato ductu peragendis.

Quod in exemplo hic factum est aptando regulam ad minoris diametri dimidium BP, & eius interuallo KM in regula apponendo interuallum ML maioris diametri BK, versa vice licebit operari aptando regulam ad maioris diametri alterum dimidium, & apponendo ipsi longitudinem semiaxis minoris, &c.

Huius organicæ operationis geometricam demonstrationem è coni-

cis vide apud nos in Analectis iam vulgatis ad quartam editionem nostrorum Apiariorum, analecto 8 ad 1. prog. Apiar. 3.

§ XXIII.

COROLLARIVM
Pro regula vniuersali operatoriá.

Semidiametri ellipseos, atq; etiam circuli diameter in vnam rectam iunctæ, & sub angulo recto motæ describunt quartas ellipticas, & circulares.

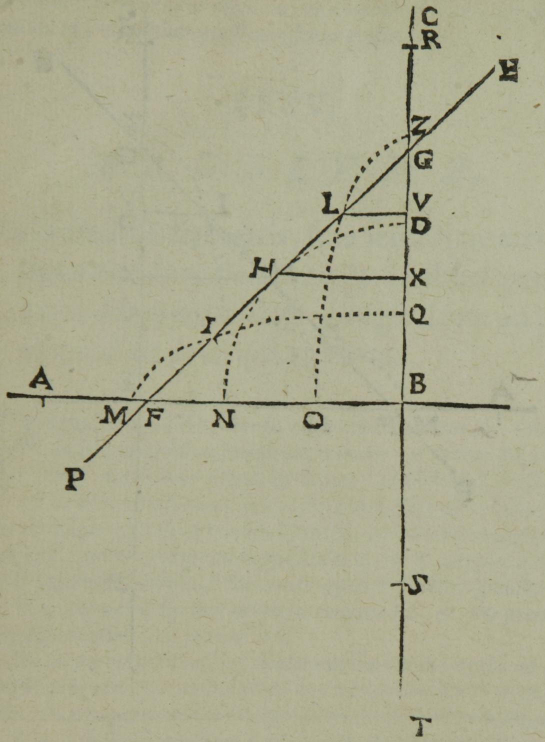
QVod vides in interuallo KL, quod constat e semidiametro minore BP, & maiore BK simul iunctis, & puncto iunctionis M quartam ellipticam describentibus. Pro quarta vero circulari punctum I diametri medium inter K, & L, &c. Vnde prodit regula vniuersalis operatoria: In regulà descriptoria diameter circuli secta inæqualibus semidiametris describit quartas ellipticas, æqualibus describit circulares, pũcto sectionis moto sub angulo recto. &c. *Sine pluribus ambagibus apud eos, quibus arcanum hoc antiquitatis ignotum hactenus extitit. Vnde etiam soluentur facillimo negotio sequentia alia problemata, quæ aliqui alij operosioribus curis distendunt.*

§. XXIV.

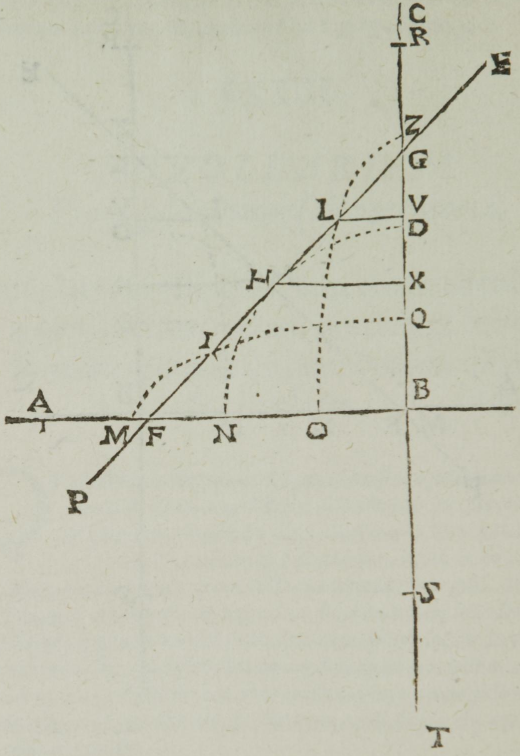
PORISMA.

Dato puncto ellipsis nondum descriptæ, ac altera diametrorum, alteram diametrum inuenire.

Re-



REponatur hic figura § 4 ad definit. lineæ rectæ in to. I huius Aerarij. Finge datam eſſe diametrum maiorem ZT & inchoatam ellipſis deſcriptionem perueniſſe à Z ad punctum L, alteram diametrum minorem facilè ſic inuenies. Bifariatà ZT in B, ducatur per B ad angulos rectos indefinita BA, mox interuallo ſemidiametri maioris ZB, ex puncto L. fiat ſectio n F, producta FL vltra L dum ſecat in G dabit LG ſemidiametri minoris quãtitatem, cuius interuallo facta ſectione ex B in O, erit BO ſemidiameter minor, & duplicata diameter minor ellipſis inchoatæ ex Z ad L.



Versa vice si data sit minor diameter, siue semidiameter BO, & imperfecta ellipseωs quarta ducta, puta ab O ad L, velisque maiorem diametrum non dessignatam inuenire, per B punctum bifariationis minoris diametri ducatur ad rectos indefinita BC. Interuallo BO fiat sectio ex puncto L in G, producta GL in directum ad partes L, donec secet semidiametrum minorem productam in F, dabit LF quantitatem semidiametri maioris, cuius interuallo facta ex B sectio in Z, dat semidiametrum maiorem BZ, & duplicata totam diametrum ZT.

Rationes harum operationum patent ex corollario antecedentis de-

descriptionis ellipticæ per regulam, & normam, §§ 22, 23 anteced. Applica tu, ne nos sine necessitate simus prolixiores.

§ XXV.

PROBLEMA.

Datis duabus diametris, siue semidiametris ellipsis nondum descriptę, & quolibet puncto extra diametros dato, cognoscere an punctum id sit in ellipsi, an extra.

Propositum facillimo modo organico expedietur sic. Sint datæ duæ diametri siue semidiametri maior, & minor ZB, OB ellipsis nondum de criptæ, & datum sit punctum L. Vt scias an id sit in ellipsi, accipe regulam, quam finge esse rectam lineam TE, in eàque vtriusque diametri semisses notato, earumque iuncturam in L, & earum extrema opposita in G, & F. Applicatà regulà ad L punctum iuncturæ, si (mouendo ipsam TE circa L) puncta extrema G, & F præcisè incident in semidiametros BZ, & BO productam vltra O, punctum L erit in ellipsi.

Sin autem aptatà iuncturà semidiametrorum in regula ad datum punctum L, extrema opposita G, F non incident in semidiametros, vel alterutrum tantum incidat in alterutram semidiametrum (etiam productam, si sit opus) punctum L non erit in ellipsi, cuius datæ diametri sunt, sed vel intra, vel extra ellipsim prout, prodet regula TE, aptatis extremis F, G ad semidiametros BZ, & ad BO productam etiam vltra F. Cuius explorationis organicæ geometricè patet ratio itemè corollar. descriptionis per regulam, & normam, §§ 22, 23 antec.

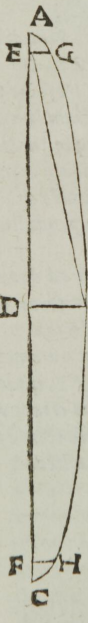
§ XXVI.

COROLLARIVM Organicum.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Lamellam ſemiellipticā conſtruere conſtruendo tubo elliptico ad plura, in primis mirificè conducenti auditionibus.

Corollarijs geometricis, ac theoreticis apponamus & phyſicum, & organicum inſtrumenti, circa cuius conſtructionem paullo aliter verſati ſumus in Apiar. 10 progym 2. Inſtrumētum quod in antec. § 22 exhibuimus aptiſſimū eſt deſcribendis ellipſibus oblongis, habentibus minorem diametrum valde breuem. Vides § 22, veſtigia etiam extra angulum rectum B ſignata à punctis D, S, T.



Finge igitur in eo inſtrumento ellipſeωn deſcriptorio compacto è regulà, & normà longioribus, ductam eſſe ſemiellipſen ABC, cuius maior axis AC ſit longitudinis arbitrariæ, puta tripa maris, minor axis BD ſit longitudinis internodij minoris digitalis.

Ad appoſitæ hic, & deſcriptæ figuræ ſimilitudinem, pro exemplo, conſletur lamina, quæ truncanda erit iuxta puncta comparationis, quorum inuentionem ac vſum docuimus in antec. § 18, & 19.

Quæ obtruncatio fiet facillimè eo modo quem docuimus in § 19, ſcilicet applicando ſemidiametri maioris interuallum alterutrum AD ex B in E, & interuallo EA abſcindendo ex A in E, ex C in F. Factæ ſectiones EG, FH dabunt obtruncatam ſemiellipticam lamellam, quæ circa EF, quaſi circa axem, gyrata, curuà ellipticà GBH excauabit formam in apta materia funuendæ ſuperficiei ellipticæ pro tubo aptiſſimo ad viſiones, illuſtrationes, vſtiones, olfactiones, in primis ad auditiones perfectiſſimè efficiēdas, & excipiendas, præter alios vſus ellipticæ lineæ, ac figuræ, quos vſus ad plura alia in varijs artibus, & ſcientijs indicatos habes è noſtris Apiarijs in § 7 ad definit. lineæ rectæ, to. 1 huius Aerarij. Vide in Apiar. 10 prog. 2.

Quoniam, ex conicis citat. in cit. Ap. 10, ab altero pun-

punctorum ex comparatione F ad alterum E fiunt omnes reflexiones linearum ab vtrolibet E, F incidentium in curuam GBH, ſcilicet per breuiſſimas lineas per quas operatur natura; ideo appoſito ore loquentis ad alterutrum E, & aure audientis ad alterutrum F, vox per lineas breuiſſimas, & directas, & reflexas tota, & totaliter feretur ab ore in alterutro E ad aurem in alterutro F collocatam. Item appoſito floſculo, vel odoriferæ fragrantiæ qualibet alia materiâ, puta in E, odoriferæ omnes lineæ directæ, & reflexæ cogentur in alterum punctum F, vbi ab olfactorio pleniſſimè ac ſuauiſſimè percipientur, Parique ratione de luminoſis, viſibilibus, &c.

§ XXVII.

SCHOLION VII. in quo —

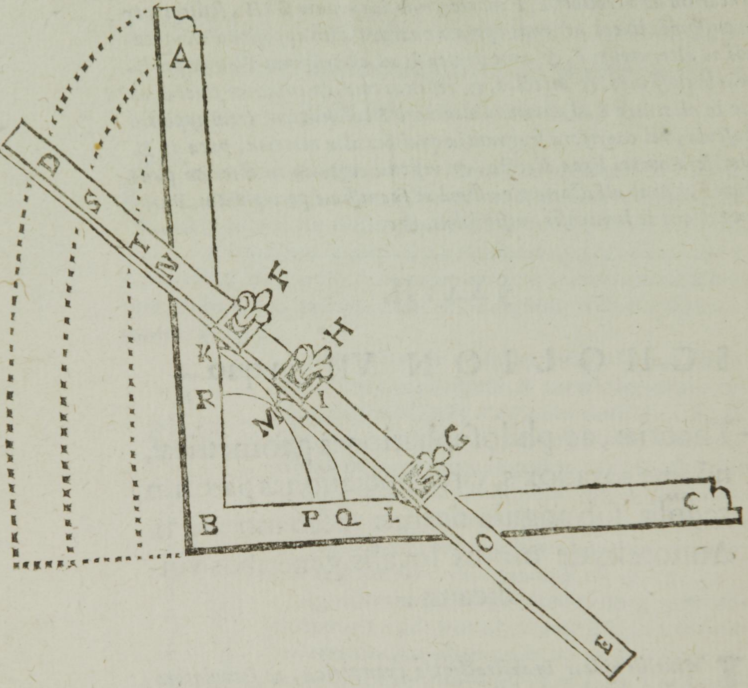
— Theoriæ, ac philoſophationes geometricæ, nō ſine paradoxis, circa operationes partium regulæ ſub angulo normæ recto motarum. Ariſtotelis de motus localis generibus vindicatus.

1 *INiurius videar in abſtractionis geometricæ, ac ſpeculatiuæ ſcientiæ dignitatem, niſi etiam in organicis operationibus philoſophicas in primis theorias perſequar.*

Recta mota ſub recto angulo ſignat tres ſupremas ſpecies linearū — — Ab ijs tres motuū ſpecies.

Igitur habes, amice veritatum geometricarum Lector, in operationibus eius partis regulæ, quæ mouetur ſub recto B normæ ABC; nempe ipſius LK eodem regulæ motu ſignatas (quod mirè iucundum eſt) tres linearum ſupremas ſpecies ſimplices, & mixtas, & ſimplicium duas circularem, & rectam. Quo geometrico fundamento fulcit Ariſtoteles motuum localium tria genera rectum, circularem, mixtum. Simplicium altera ſpecies eſt circularis QMR, altera ſpecies ſunt duæ rectæ ab extremis K, L ſignatæ ſecundum latera recta, & orthogonalia normæ ABC. Mixtæ ſunt, præter ipſam PMK, quotcumque aliæ ellipticæ, quæ duci poſſunt à quibuſcumque punctis citra, & vltra I.

2 Sim.



Definitiones triũ ſpecierũ in lineis.

2 *Simplex alterutra BK, vel BL recta linea eſt, quæ, iuxta definitionũ in initio pri. To. huius Ærary traditarum aliquam, habet omnia ſua puncta in æquabilitate quadam breuiſſimà inter duo extrema B, K, vel BL.*

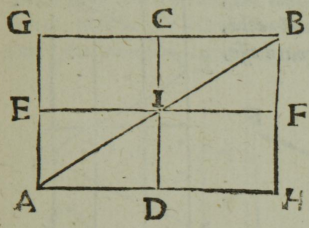
Simplex circularis QMR, quæ habet omnia ſua puncta in æquabilitate eiuſdem diſtantiæ à centro, ſiue à puncto altero extremo B ſemidiametri imaginatæ à B ad R, M, Q, &c. Mixta linea eſt elliptica PMK, quam producit motus mixtus ex rectæ KL motu recto in extremis K, & L, iuxta recta latera BA, BL, & ex motu circulariter obliquo à P per M ad K.

3 *At enim etiam ipſa circularis QMR producta à motu puncti I eſt mixta. Nam eam producit puncti I motus mixtus ex rectæ KL mo-*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

motu recto in extremis K, & L iuxta BA, BC, & ex motu obliquo circulari à Q per M ad R. Quo partiali geometrico fundamento labefactato, & subductâ circulari lineâ à specie simplicium, duo tantum linearum erunt genera, simplex recta, reliquæ mixtæ; & consequenter duæ tantum erunt species localis motus, rectus, & mixtus. Circularis enim linea, & motus ex motu, & operatione rectæ KL sub recto angulo B apparent mixta è gemino motu, &c.

Diameter in rectangulis fit è gemino motu eiusdem generis, idest recto.

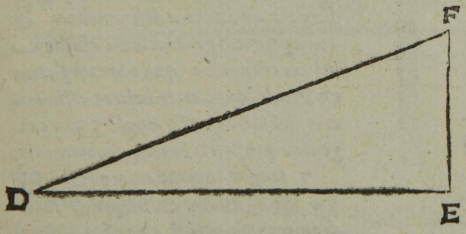


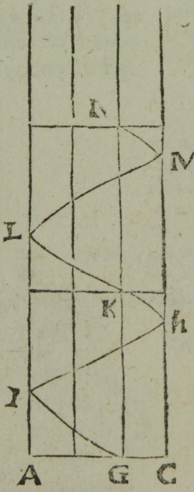
4 Neque verò est quod affirmes non obstare lineæ simplicitati quòd a gemino motu producatur, ostendasq; in rectangulo progigni rectam simplicem lineam, diametrum AB, ex gemino motu rectarum CD, EF progredientium per latera GB, BH vel æquali celeritate in quadrato, vel proportionali in rectangulo. Respondeo enim geminos illos motus esse simplices, ac eiusdem generis, nempe rectos; at linea circularis QMR progignitur à diuersi generis motibus, recto extremorum K, L, obliquo ipsius I.

Peripheria videtur fieri ex gemino motu diuersi generis.

Elliptica linea inæqualibus diame-

5 Quod si eò confugias, vt dicas differre obliquitatẽ circularem ipsius QMR ab obliquitate elliptica ipsius PMK, quòd QMR habet æquabilem quandam omnium sui partium positionem, quam non habet ipsa PMK, quæ inæqualibus diametris minore BP, maiore BK inæqualiter deducitur; habeo quod opponam à linea spirali circa cilindrum. Nam, iuxta ea, quæ habes à nobis in to. 1 ad propos. 5, helix circa cilindrum habet omnes sui partes ea inter se æquabilitate dispositas, vt faciant angulos æquales ad basim isoscelis trianguli

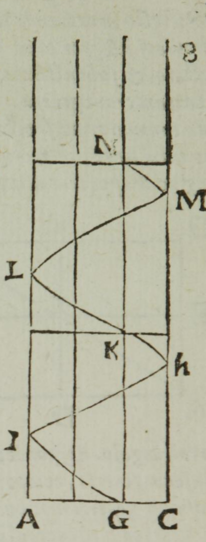


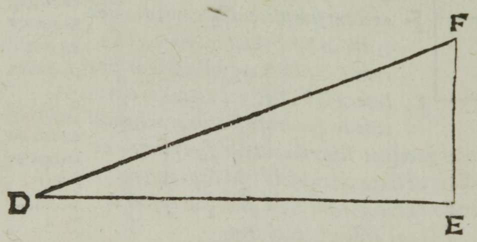


simi-

ſimilem in modum, quo facit & recta linea. Ea tamen helix, licet æquabili partium poſitione prædita, eſt mixta, quia producitur a duobus diuerſi generis motibus, recto, & circulari.

6 Recole quæ habes à nobis in to. 1. huius Ærarij ad defin. de linea, § 8 In repoſita hic figura, dum recta GK tota perpẽdiculariter, & circulariter fertur ſui extremo G circa cylindrũ AB, ac delata eſt in ipſam AL, eodemq; tempore punctum à G, motum per eandẽ rectã, pertigerit in I, patet obliquam GI ſpiralem ſignatã eſſe,

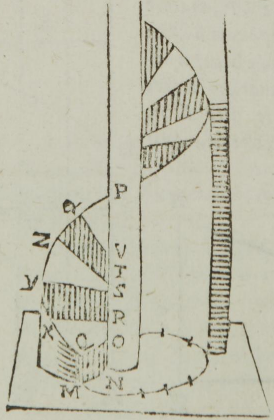




tris inæqualiter deducitur.

nempe mixtam e motu circulari perpendicularis GK, & recto puncti ex A ad I per rectam AI Quod etiam patet circumpoſito triãgulo FED ipſi cilindro; ſunt enim imaginandæ infinitæ rectæ perpendiculares baſi DE ſemper creſcentes verſus EF, & ſignatę à puncto perpendiculariter ſurſum elato, dum extrema linearum circulariter delatarũ ſignant ipſam DE Vt vero aliquatenus appareat in ea mixtione ſimilaritas, ſiue ęquabilis partium poſitio, confugiendum eſt ad alteram definitionem, & conceptionem generationis eiuſdem helicis cilindricæ, qua nos vſi ſumus ex Proclo (dupliciter helicen cilindricam definiente) ad propoſ. 5 pro exigentià propoſiti eo loco problematis.

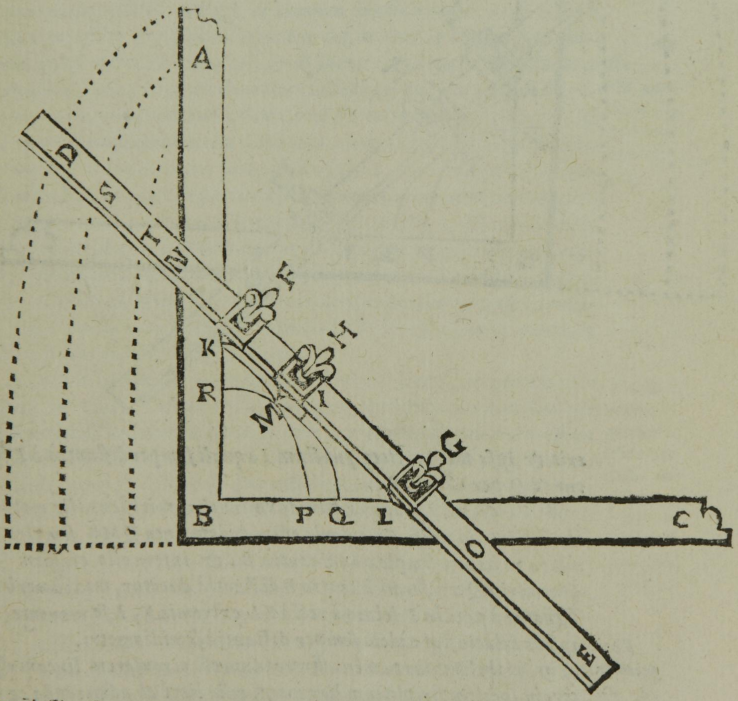
Helix circa cilindrum eſt mixta, quia fit a recto, & circulari motibus ſpecie diuerſis.



7 Itaque concipe animo rectã OP pro axe cylindri, & OQ quaſi ſemidiametrum ductam ab axe ad ſuperficiem

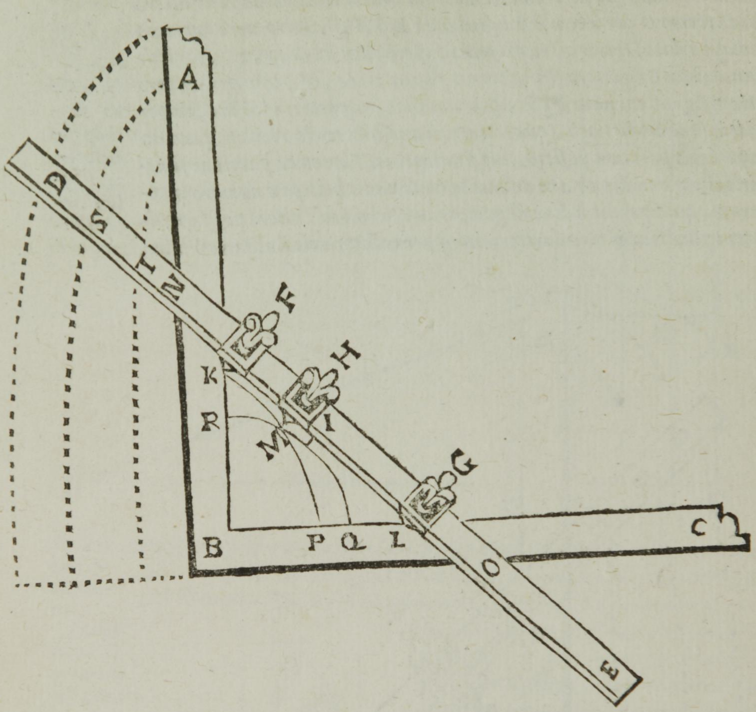
ficiem cilindri, ac eam semidiametrum eodem tempore moueri altero sui extremo O per axem OP cilindri ad R, S, T, V, altero verò extremo moueri orbiculariter circa cylindri superficiem ad x, y, z, α; igitur dum eadem OQ altero sui extremo fertur circa, & per axem, altero etiam signat curuam QYP, quæ omnibus sui partibus distat semper eàdem semidiametri OQ quantitate ab axe OP; vnde videtur quædam æquabilis partium positio, siue similaritas. Tamen ea partium similaritas, & æqualis ab axe distantia non eximit helicen à numero mixtarum, quia prodit à diuersi generis duplici motu, altero per superficiem cylindricam circulariter, altero per rectam axis lineã in cilindro.

Ostensio geometrica vnde partium similaritas in helice circa cilindrum.



Pari ergo ratione, quia circularis linea QMR in fig. hìc conficitur ex motu punctorũ K, L per rectas LB, BK, & ex motu pũcti I obliqui,

Ee e erit



erit & ipſa mixta, licet punctum I æquali ſemper diſtantià à B feratur ex Q per M in R.

8 *Vides, mi Tyro, quæ paradoxa inuehat mirificus ille motus rectæ ſub angulo recto, Circularis enim èadem linea QMR ſimplex, & mixta videtur; ſimplex dum centro B, & interuallo eiuſdem ſemidiametri BQ vniformi à centro B diſtantià ducitur, mixtà verò dum ſignatur à puncto I delato à rectà KL extremis K, L ſe mouente, licet ipſius delatio fiat eàdem ſemper diſtantià ſemidiametri.*

Ratio geometrica cur circularis linea ſit ſimplex.

9 *Nihilominus tamen affirmandum eſt circularem lineam eſſe alteram ſpeciem ſimplicium linearum, quia licet ab admiranda ea rectæ lineæ ſub recto angulo delatioue (extra vſitatum modum deſcriptionis per ſemidiametri gyrationem) fiat per duplicem motum, recto extre-*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

tremorum K, L, obliquo à medio I; tamen ea obliquitas est planè, ac prorsus semper vniformis, & semper vniformiter distans ab vno, eodemque puncto, hoc est centro B, ac proinde est verè circularis, iuxta circuli definitionem, ac simplex, faciensque omnium partium curuæ QMR non solum similaritatem, sed etiam æquidistātiam ab eodem B.

Quoniam verò linea fit à motu puncti, vt linea sit mixta opus est punctum ipsum, à quo linea fit, mixto, & diuersiformi motu feratur; nec refert, verbi gratia punctum medium I esse quasi particulam lineæ, siue esse in linea, cuius extrema alio motu, scilicet recto ferantur, ac diuerso, à quo mouetur ipsum I, modò motus ipsius I sit vniformis non mixtus ex duplici diuerso motu. Est autem vnicus, & vniformis motus puncti medij I, at aliorum punctorum citra, & vltra I motus, vt ipsius M, est non vniformis, sed mixtus ex duplici, per obliquum quasi recto, & circulari, & difformi ex vtroque. Pariter in spiralibus lineis, ac præsertim circa cilindrum, eæ fiunt a puncto extremo lineæ, quod punctum ipsummet difformiter obliquè fertur, ac licet cum eàdem semidiametri distantià, tamen non ab eodem puncto, & centro (vt in circularis lineæ ductu) sed à diuersis punctis axis in cilindro. Fitque fortasse partium similaritas (cuius similaritatis definitionem vide apud nos ex Proclo, ad 5 prop. lib. 1. Elem.) in cilindrica spirali ab eadem semidiametri distantià ab axe cilindri, at mixtio eiusdem lineæ spiralis cilindricæ fit ex diformi motu obliquo, &c. vt prædictum est. Potest verò esse similaritas partium, etiam in mixtis, nec idem sunt æquabilitas partium inter se, & æqualis partium distantia ab eodem puncto, ac centro.

Quid requiratur ad mixtā lineā

Etiam similariū partium lineæ mixtæ aliquæ.

In antecedentibus descriptionibus ellipticæ lineæ, præsertim in quarta, & 5, quæ fiūt ope circulorum, patuit ellipticā lineam fieri per proportionalē deficientiā minoris axis, & proportionalem excessum maioris à circuli diametro, ac propterea ellipsis est linea vniformiter diformis, quemadmodum & spirales in plano, & circa cilindrum; at circularis est non modo vniformis, sed etiam vniformiter vniformis. Sunt cæteræ illæ lineæ orbiculares, sed non circulares, idest à puncti motu obliquo mixto, ac diformi, non ab obliquo vniformi.

Confirmatur geometricè mixtio in ellipticà lineà — & in spiralibus.

Vide ellipticam PMK productam à rectę KL puncto M, non medio, sed inæqualiter distante à K, & L, & duobus KM breuiore, ML longiore quasi cruribus claudicante, ac difformiter progrediente. At medium I dum æqualibus cruribus IK, IL vniformiter defertur, quid mirum si vniformem circularem QMR designat?

Ex antedictis in postrema parte harum theoriarum habes quo, ni

 fallor,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

fallor, satisfiat dubitationibus, & firmetur Aristotelis assertio de triplici motu locali naturalium à triplici linearum specie, mixtis, & geminis simplicibus rectà, & circulari.

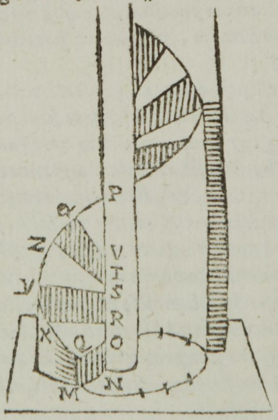
§ XXVIII.

COROLLARIVM.

Ad Architecturam, & Machinariam.

Vel ipsæ lineæ geometricæ vtilissimæ sunt ciuili vitæ.

QVi Geometricas theorias humanæ, ac ciuili vitæ inutiles putant, habent vnde se falsos videant etiam in primis, ac simplicibus figurarum Geometricarum elementis, scilicet in ipsis lineis, quarum (vt alias omnes speties omittam) vides, mi Tyro, à sola spirali cilindricà plurimas vtilitates manare, quarum præcipuas indicauimus in fine § 8 ad definitiones de linea, & eas in praxi exhibuimus in Apiarijs nostris. Ac interim hic habes in anteced. § ex duplici spiralis cilindricæ definitione, atque ex vtraque figura non solum essentiam, sed etiam effectiones, & vsus eius mixtæ lineæ. Nam in figura PYQN vides applicatam secundam spiralis definitionẽ in constructione, & vsu scalarum, quas cochlides appellant, vulgo: a Lumaca. *Nam semidiametri æquales, & axi perpendiculares (siue eadem semidiameter altero sui extremo percurrens axem PN) signant quasi scalarum orbicularium gradus NQ, RY, Tα sub æqualibus (licet in obliquitate figuræ inæqualibus ad oculũ) NM, OQ, RX, SY, TZ, Vα; &c. Nec admodum absimili forma constãt spirales cuneatæ circa cilindros in re machinaria. Quarum schemmata vide apud Pappum li. 8 extremo; apud Vitruu. l. 10, & apud Guidubald. &c*



Itaque cilindrus ad horizontem perpendicularis, vt facile vel ponde-

ra

ra in arcto spatio attollat, vel iuxta se homines sine labore ascendentes habeat, vtitur spirali vel cuneatà, vel scalari constructis iuxta definitionem alterã de semidiametro per axem meante, &c. Vt verò aquas facillimè hauriat, & mirificè deprimendo attollat, cilindrus inclinatur ad angulum acutum cum horizonte, & vtitur spirali iuxta alteram definitionem lineæ circulariter, & perpendiculariter meantis, & crescentis circa dorsum ipsius cilindri. Iterum moneo, vide vtramque definitionem in tom. 1 huius Aerarij in initio § 8 ad definitionem lin. & in § 2. ad propos. 5. num. 3. & pro spiralis cuneatæ viribus vide Pappum in lib. 8 extremo. Sic ergo etiam circa linearum formas, naturas, mixtiones geometricæ theoriæ non sunt humanis vsibus otiosæ, ac steriles, sed fæcundissimæ plurimarum vtilitatum, quas priuato, & publico bono pariunt. Hæc vt antecedentis § theorijs praxes aliquas saltem indicatas apponeremus, in eorum saltem gratiam, qui omnia vtilitate metiuntur.

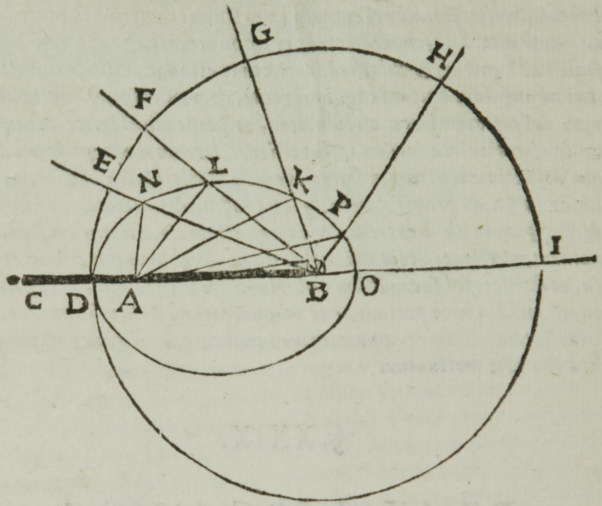
§. XXIX.

PRAXIS ORGANICA.

Super datâ rectâ lineâ aliter eodem regulę motu ellipsim, & circulum se contingentes describere.

ALiter, inquam, quàm in § 4 ad defin. 2, & hìc § 22, vbi eodem regulę motu sub norma descripsimus ellipsen, & circulum, nunc hìc easdem lineas circularẽ, & ellipticam etiam se in puncto verticis elliptici contingentes eodem regulæ motu describemus.

Atq; hoc problema organicẽ prodit quid agat regula, præter ellipseos descriptionem, quam apposuimus gyratilem circa alterũ punctorum ex comparatione in figura describendæ ellipseos Api. 10, Prog. 2, &c. Ibi tacitum, nec necessarium vsum hìc aperimus ex occasione secundi modi describendarum eodem regulæ motu linearum ellipticarum, & circularium.



Sit AB data, facto centro altero eius extremo B, ibi figatur circa clauiculum latus gyratile regulæ CB, quæ sit longior datà AB, sitque in D cursore firmatum graphiolum. Sit fili (vtroque extremo fixi in A, B extremis datæ) longitudo lubita vltra A ad D replicati, atque ibi interponatur cuspis signatoria styli manu sinistra dirigendi. Dum dextra, regulæ BC cursore D apprehenso, circulariter mouetur in E, F, G, H, I, signatq; semiperipheriam circularem, eodem tempore sinistra stylum scriptorium sub tensi fili angulo premat, ac radat regulæ latera, vt vides in D, H, L, K, P, O, per quæ puncta semiellipticum orbem signabit à communi puncto contactûs D; vbi erit industriæ geometricæ aliquas organicæ operationi, si sit opus, ferre suppetias, & efficere vt cursoris graphium, & styli cuspis in D pariter congruant.

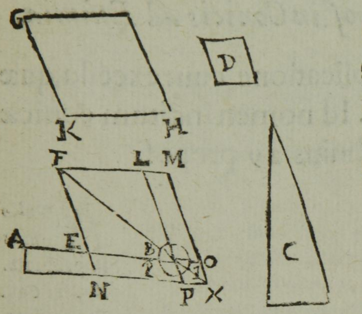
Altera semiperipheria, & semielliptica linea eodem modo ducetur ad partes citra, & infra AB.

Huius praxis demonstratio pendet à propos. 52. lib. 3 Conic. citatà tum in schol. post § 3 ad 7 prop. lib. 1. Eucl. tum hìc in antecedentibus in § 19, seu alterà praxi geometrica, vbi aliter puncta ex comparatione in ellipsi comperimus.

Pro-

Propos. XXIX. Probl. IX.

Ad datam rectam dato rectilineo æquale parallelogrammum applicare, excedens figura parallelogramma, simili alteri datæ.



Sit datà recta AB; & rectilineum C, cui oporteat ad AB æquale applicare, cui autem simile esse debeat excedẽs sit D.[a] Bisecetur AB in E, [b] describaturque super EB parallelogrãmum simile, similiterque positum ipsi D, æquale verò vtriq; BF, & C, & simile ipsi D [c] fiat GH, quod ipsi FB simile erit. Sit autem latus KH homologum lateri FL, KG ipsi FE. Et cum GH maius sit, quam FB, erit & KH maior, quàm FL, & KG quam FE: producantur FL, FE, vt ipsis KH, KG æquales fiant, in M, & N, compleaturque MN, quod ipsi GH æquale, & simile est. Sed ipsi GH simile est EL; [d] est ergo & MN ipsi EL simile. [e] Sunt ergo circa eandem diametrum: quæ ducatur, & sit FX, compleaturque figura. Quia ergo GH tam ipsis EL, & C, quam ipsi MN æquale est; [f] erit & MN ipsis EL & C æquale. Commune EL tollatur; & erit gnomon Y ipsi C æqualis. Cumque EA ipsi EB sit æqualis; [g] erit & AN ipsi NB æquale, hoc est, [h] ipsi LO: commune addatur EX, eritque totum AX toti gnomoni Y æquale: sed gnomon ipsi C æqualis est: erit ergo & AX ipsi C æquale. Ad datam ergo AB dato rectilineo C æquale parallelogrammum AX applicatum est, excedens figura parallelogramma PO simili ipsi D, [i] cum & EL ipsi OP simile sit. Quod oportuit facere.

a *propos.* 10.1.
b *propos.* 18.6.
c *propos.* 25.6.
d *propos.* 21.6.
e *propos.* 26.6.
f *ax.* 1.
g *propos.* 36.1.
h *propos.* 43.1.
i *propos.* 24.6.

Scho-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

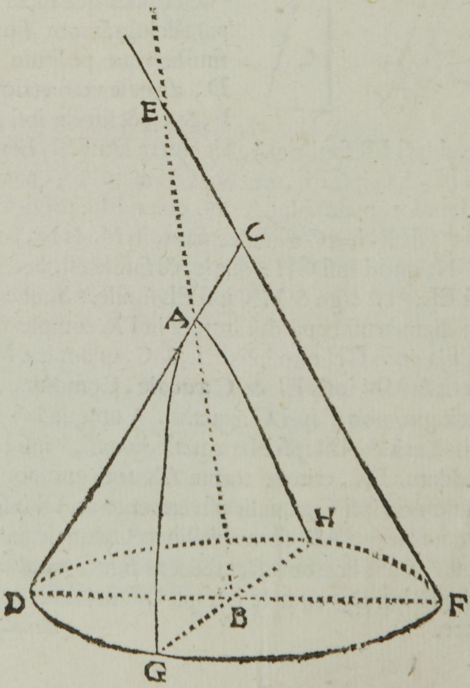
SCHOLION I.

QVando applicatio hyperbolica, siue cum excessu, &c. facienda est ita, vt excedens figura sit quadrata, tunc facilior est operatio huius 29 propositionis; & expeditum modum habebis à nobis inferius in § 6 ad hanc 29.

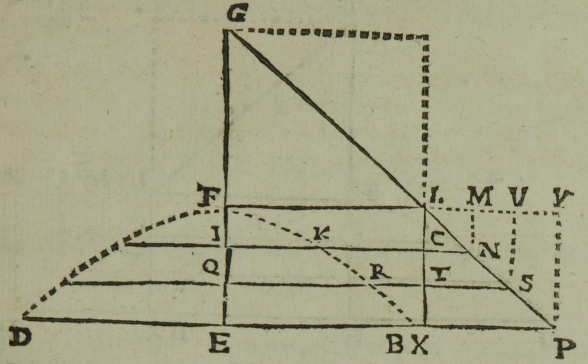
§. I.

VSVS 29 propos. in Conicis ad Eximia.

De Geometrica applicatione cum excessu, quæ Græcis ὑπερβολή. Id nomen inditum conicæ sectioni ab vsu huius 29 propos.



APollonius in prop. 12. lib. 1. Con. demonstrat si fiat à plano sectio coni CDGF ita, vt sectionis, qualis GAH, diameter BA producta extra conum coïcidat alteri lateri coni, siue trianguli facti à sectione coni per axem, velut ipsi FC producto in E, qua-



quadrata applicatarum (in altera figura sectionis à cono seductæ, distinctionis maioris gratia pro Tyronibus) ad axem FE, velut ipsius IK quadratum esse æquale rectangulo applicato ad lineam LF (quam vocant latus rectum figuræ sub LF, FG, quam FG vocant latus transuersum) cum excessu figuræ simili figuræ sub LF, FG, quale est rectangulum IM sub NI, & sub intercepta IF, quod ita adiacet, siue applicatum est ad FL, vt excedat figura MC simili figuræ sub LFG; quæ figuræ sunt circa eandem diametrum eductam ab extremo G lateris transuersi per L extremum lateris recti ad N, &c. Ac propter eam excidentiam, &c. Eam vocat Apollonius sectionẽ BFD hyperbolen.

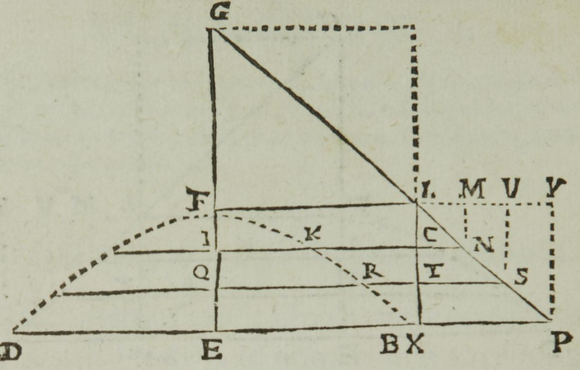
§. II.

PRAXIS I. GEOMETRICA–

–Lineam applicationis excedentis datæ hyperboles facillimè inueniendi.

EX antecedenti affectione applicatarum KI, RQ, BE, &cæt. deducitur modus facillimus inueniendi ipsam FL lineam applicationis excedentis. Nam in data hyperbolica linea BFD fiat vt FI ad IK, ita IK ad tertiam IN, & iunctà NG, ex F ad rectos educatur FL occurrens in L iunctæ NG; erit FL linea applicationis excedentis quæsita. Nam per constructionem, & per 17 huius,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2



rectangulum NF, sub IN tertia, & sub I F prima proportionalibus est æquale quadrato mediæ KI, & adiacet NF applicatum rectæ LF cum excessu figuræ MC simili figuræ sub LFG, iuxta conditiones ab Apollonio requisitas, & demonstratas; ergo FL est latus rectum, siue linea applicationis, siue iuxta quam possunt cum excessu, &c. applicatæ ordinatim ad axem FE.

§. III.

PRAXIS II, &—

— Vsus propos. 29 huius lib. 6 in rectangulorum applicatione hyperbolicà, siue excedente, &c.

EX antecedenti problemate prodit hoc. Nam continuata GN in directum indefinita, velut in P, & ipsi IK parallelis quotcumque ex Q, E eductis, ac productis donec in S, P occurrant ipsi GP, rectangula sub FQS, FEP erunt applicata ad eandem FL cum excessibus figurarum similium eidem figuræ sub LFG; ceu vides rectangula QV, EY, & figuras excedentes TV, XY, poteruntque QR, EB iuxtà eandem FL, siue quadratum ex QR rectangulo QV, ex EB

rectan-

rectangulo EY æqualia erunt, rectangulis, inquam, applicatis ad FL cum excessu, &c.

§IV.

PRAXIS III Geometrica.

Datâ lineâ applicationis cum excessu, & latere transuerso, hyperbolen describendi.

EX antecedentibus etiam hoc problema prodit. Nam data sint latera transuersum GF, & rectum, siue linea applicationis geometricæ excedentis FI, quæ ad rectos iuncta sit in F. Iungatur GL, & producatur indefinitè ad P. Producatur etiam GF rectà, velut in E. Quotlibet (quò plures eo melius) parallelæ ipsi FL è varijs punctis (quò plura, & crebriora eo melius) ipsius FE ab I, Q educantur ad GP in N, S. Ipsis FI, IN; FQ, QS; FE, EP inueniatur mediæ proportionales IK, QR, EB. Ex F leniter curuata, & producta per K, R, B erit linea hyperbolica. Nam quadrata mediarũ IK, QR, EB poterunt rectangula sub FIN, FQS, FEP applicata ipsi FL cum excessibus similibus figuræ. &c. Vt in antecedentibus.

§.V.

SCHOLION II.

Alij modi inueniendæ lineæ applicationis hyperbolicę, & describẽdę lineę hyperbolicę.

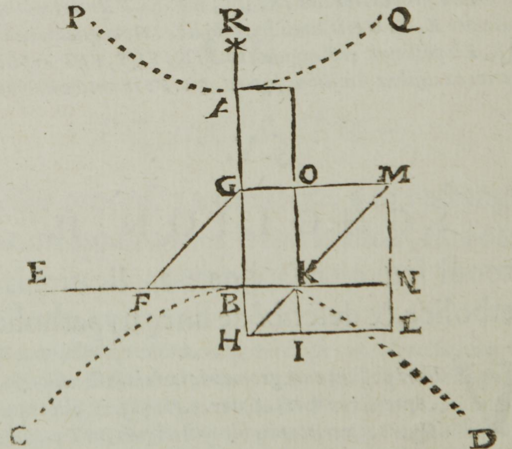
VIderi possunt cum geometricis demonstrationibus in Apiarijs nostris, Apiar. 3. prog. 3. & alibi apud nos. Quorum varietatem hìc omittimus, ne Tyronibus obturbemus. Indico apponendum etiam modum inueniẽdi lateris recti, quem docet Apollonius in constructione prop. 12 lib. 1. Ibi vide.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§. VI.
PROBLEMA I.

Ad transuersam diametrum hyperboles applicare rectangulum æquale quartæ parti figuræ sub lateribus recto, & transuerso ita, vt excedat figurà quadratà, ex vsu huius prop. 29 ad vsus præclaros.

VSum 29 propositionis in proposito problemate magni momenti, vt inferius videbis, exercebimus sine vsu propositionis 6, lib. 2, quà vsi sumus pro hoc eodem problemate in Apiar. 3, prog. 3, propos. 6. Itaque sit transuersa diameter



AB hyperboles CBD, ad quam diametrum applicandum sit rectangulum æquale quartæ parti figuræ sub latere transuerso AB, & recto B-

E ex-

E excedens figurà quadratà. Educatur à B perpẽdicularis ad AB ipsa FB pro latere quadrati æqualis quartæ parti figuræ sub ABE, iuxta modos in antecedentibus iã sæpius edoctos, & indicatos. Deinde AB bifarietur in G. Acceptum interuallum GF signetur ex G in H. Ipsi BH æqualis erigatur perpendiculariter in H recta HI, fiatque rectangulum IA. Iunctà BK parallelà ipsi HI, dico rectangulum AI applicatum ad AB latus transuersum, & excedens quadrato BI, esse æquale quartæ parti figuræ sub AB, BE, siue quadrato ex FB.

Fiat enim ipsius GH quadratum, productà HI, & ex G eductà parallelà, sitque quadratum GL, & productà HK in M, erunt, per 26 huius, circa eandem diametrum HM vtrumque quadratum BI, & GL. Producatur in N latus BK, quod cùm sit parallelum ipsi HI, ac toti HL, erit & ipsi GM parallelum. Est verò NO quadratum, nempe simile ipsi BI, per 24 huius, & est quadratum ex rectà OK, hoc est ex illi æquali GB in parallelogrammo GK, per 34 primi. Quoniam igitur, per 47 pri. quadratum GL, idest ipsius GF, est æquale quadrato dimidij lateris transuersi GB, idest ipsi GN, & quadrato ipsius FB idest quadrato æquali quartæ parti figuræ sub ABE lateribus transuerso, & recto, si auferatur ex GL quadratum ON, remanebit gnomon GIN æqualis quadrato æquali parti quartæ rectanguli sub ABE, idest quadrato ex BF. At eidem gnomoni GIN est æquale rectangulum AI. Nam GI communia sunt, & KL, per 43 pri. est æquale ipsi GK, idest ipsi AO dimidio rectanguli AK bifariati in G; ergo totum rectangulum AI est æquale quadrato ex FB; ac proinde ad AB, latus transuersum hyperbolicæ sectionis CBD, applicatum est rectangulum AI excedens figura quadrata BI, & æquale quadrato, quod est quarta pars rectanguli sub latere transuerso AB, & recto BE. Quod erat faciendum.

Pari ratione in contraposita hyperbole PAQ licebit applicare ad eandem, & communem diametrum transuersam BGA rectangulum æquale quartæ parti figuræ sub EBA, excedens quadrato ad punctum R correspondens apposite ipsi H. Vocantque ea duo puncta ex comparatione. Quorum mirifici sunt vsus. Contrapositæ hyperbolæ dicuntur sectiones factæ duorum conorum habentium vertices in communi puncto, velut in G axis transuersi.

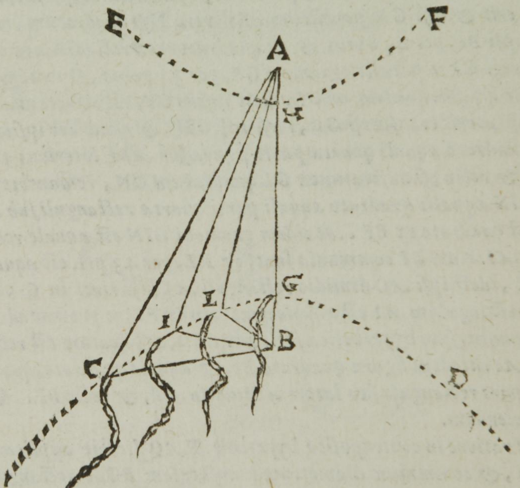
Quænã puncta ex comparationi hyperbolã.

Quænã contrapositæ hyperbolæ.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§ VII.

Praxis 4. organica, & Vſus puncti applicationis excedentis, in primis pro praxi deſcribendæ hyperboles gemino filo, ad plura. &c.



OMitto alios vſus, ac præcipuè vim vſtoriam punctorum A, B factorum ex comparatione rectanguli excedentis, &c. (iuxta problema antecedens) in contrapoſitis hyperbolis CGD, EHF. De qua in hyperbolicis ſpeculis vſtione vide nos in Ap. 6 & 7. Tantùm hic vſum affero punctorum A, B pro deſcriptione ipſius hyperbolicæ lineæ, pariter in vſus præclaros, vt videbis in corollariis poſt deſcriptiones mox ſequentibus.

Lem-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Lemmatis verò loco indicanda eſt propoſitio 51 lib. 3. Con. Apollonij, cuius veritas etiam è primis principijs, ſine geometrica implexiore demonſtratione tibi, mi Tyro, conſtabit poſt eius vſum, ac praxim. Affirmat igitur Apollonius, & demonſtrat, ſi ab A, & B inclinentur ad vtramlibet hyperbolen CGD geminæ rectæ AL, BL velut ad punctum L in hyperbola, à maiori AL minorem BL ſuperari quantitate axis HG, quo eodem axe ſuperatur & BL à maiore AC. Ac ſic deinceps de alijs ad hyperbolen inclinatis. Patet quidem facilè propoſitionis veritas in inclinatis AG, BG ad G. Nam cum ſupponantur factæ applicationes eiuſdem rectanguli ad axem HG excedentis eodem quadrati latere à G in B, ab H in A, ac proinde ſint æquales BG, HA, patet AG maiorem eſſe ipſa BG quantitate axis HG. At vero in AL, LB patebit à praxi, quam parit ea propoſitio Apollonij.

Deſcripturus hyperbolen, gemini fili extrema fige acubus in arbitrario interuallo diſtantibus punctis A, B. Deinde fila complicentur ita, vt commune conuolutionis punctum, velut G, ſit non medium, ſed citrà, vel vltrà medium inæqualibus interuallis diſtans ab A, & B, eritque G pro vertice deſcribendæ hyperboles & A, B pro punctis ex applicatione, ſiue comparatione contrapoſitarum hyperbolarum. Digiti complicata fila in G continentes, ac tendentes leuiter laxentur, & fila ſenſim explicentur; quæ dùm variato ſemper angulo obliquantur in L, I, C, &c. ſignant puncta, ſeu curuam hyperbolicam G, L, I, C, &c. Pariterque ad partes verſus D; & in contrapoſità EHF oppoſito modo eſt operandum.

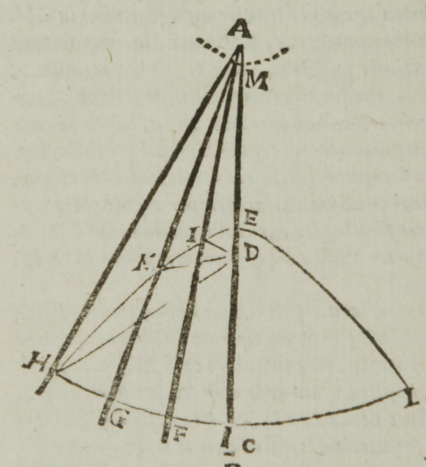
Quæ operatio eſt praxis citatæ Apollonianæ propoſitionis. Iuxta quam vides dum filis AG, BG (quorum alterum ab altero ſuperatur quantitate axis HG, vt patet in AG comparato cum BG) in ea replicatione, ac reuolutione complicatorum adduntur ſemper partes æquales, vides, inquam, perſtare fila AL, BL, AI, BI, AC, BC in eàdem ſemper differentia inter ſe quantitatis ipſius axis HG, qua minora fila ſuperantur à maioribus. Itaque ſignant hyperbolen quaſi lineæ à punctis applicationis ad eam inclinatæ, ac inter ſe axis quantitate differentes.

Ad plura alia facit hæc praxis. Apud nos in primis vſui eſt terminãdis lineis horarijs in horario vniuerſali, ne tropicorum ſolarium vmbras excedant, Vid. in Ap. 9. Prog. 1.

§. VIII.

PRAXIS V, & altera Organica

Eodem regulæ motu hyperbolicam, & circularem lineas describendi.



QVemadmodum eodem regulæ motu duplici modo descripsimus ellipticam, & circularem, sic hyperbolicam & circularem lineas describamus ad vsus eximios, quos in sequēti corollario indicabimus. Sit regula AB altero sui extremo fixè gyratilis circa acum, vel clauiculum in A, habeatque cursorem, & sub cursore graphiolum firmatum in C, atque in eodem C sit affixum alterum extremum fili, alterum verò sit affixum in D, ita vt filum à C pertingat ad E, atque ex E replicetur ad D. In puncto E interponatur, siue supponatur filo CED cuspis designatoria styli. Deinde sensim læua manu deduc cursorem, ac regulam ex C in F, atq; eodem tempore stylo designatorio filum ad regulam premendo, ac latus regulæ radendo, sensim dextera manu regula cum filo deducatur ex E in I; ac deinceps inferius ex F in G, superius ex I in K, donec fiat concursus ex G, & K in commune punctum H.

Pa-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Parilique modo commutatis manum munijs, ex C, & E ad partes, & commune punctum L fiat per stylum sub filo ad regulam, & per cursorem designatorium operatio. Erit sub circulari HCL, & sub hyperbolicâ HEL lineis descripta figura CHELC.

§. IX.

COROLLARIVM I, *inquo indicantur* –

– Vsus eximij proximè antecedentis descriptionis à diaphano sphærohyperbolico, siue pupillari, præsertim pro lineâ vstoriâ infinitâ.

NE putes otiosã præcedentem descriptionẽ hyperbolicæ, ac circularis linearum eodem regulæ motu, mixtamq; figuram circulihyperbolicam ostentationi descriptam, scito à nobis in Apiario 6. Progym. 1, excogitatam eam geminam vno regulæ ductu descriptionem, vt ex ea confieret figura similis oculi pupillæ, quam in eo Apiario docuimus ex anteriore parte constare arcũ maioris peripheriæ circularis, è posteriore vero simulare mixtam lineam hyperbolicæ simillimam. Ad cuius pupillæ formam conflatum diaphanum sphærohyperbolicum mira, & eximia theoremata expromit. Quæ vide in cit. Ap. 6 progym. 2, ac 3. Præter alia, ope diaphani pupillaris licebit lineam vstoriam infinitam eiaculari ea arte, quã habes à nobis in cit. Ap. 6 Progym. 2. Cap. 4.

Habes etiam in figura præcedentis praxeos praxim constituendi sphærohyperboliforme, siue pupillare diaphanum iuxta tentamenta exacta Griembergeri apud nos in cit. Ap. 6.

§X.

SCHOLION III,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

In quo monitũ circa effectiones physicas diaphani sphærohyperboliformis.

IN quarta editione nostrorum Apiariorum, quæ recens prodijt cum additione Analectorum, vide Analectum ad Apiarium 6, vbi soluuntur nebulæ offusæ caligantibus oculis circa pupillare nostrum diaphanum sub hyperboliformi, & circulari superficie comprehensum. Pariter memento confugiorum, quæ apposuimus in capite extremo prog. 3, citati Apiarij 6 contrà fallacias argumentationum, vel experimentorum a pupilla oculi cadaueracei.

Ac quod attinet ad theoremata circa sphærohyperboliforme nostrum diaphanum, quemadmodum firmissimis rationibus theoreticè firmata, & demonstrata sunt, sic ex theorematibus geometricis fient etiam problemata physica si quis norit physicam materiam cogere sub formam geometricam perfectæ pupillaris figuræ. Cæterùm hoc opus, hic labor est. Nec tamen ideo fabriles difficultates geometricis philosophationibus quidquam vel veritatis, vel dignitatis detrahere possunt. Nesciunt quid sit in fælici geometrica abstractione, vnà cum Geometrarum Principibus philosophari, qui theoricam acutissimam, & mirificam scientiam physicæ materiæ inertiâ, & fallacijs metiuntur. Ac dum non ex præscripto geometrico operantur, culpam suæ deficientiæ reijciunt in Architectonicam. Vide citatum Analectum circa pupillaris diaphani nostram inuentionem, atque ibi Antistitum Philosophorum Geometricorum pro nobis exempla.

§. XI.

PROBLEMA II.

Aliter eodem regulæ ductu circularem, & hyperbolicam lineas describere.

REuise in tomo 1 huius Ærarij § 11 ad definit. 2, 3, 4, vbi figuram, & operationem habes paullo aliter ab hic antecedentibus.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

SCHOLION IV.

De tubo optico cum lente sphærohyperbolica.

Habes hoc nostrum inuentum in Ap. 6 iam pridem à nobis proditum. Quare non est quod non nemo quasi sibi arcanũ, atq; à se inuẽtum, velut inter Cereris mysteria (vt est in antiquo prouerbio) sepositum sub velo silentij semiloquacis premat. Proditum enim à nobis est perfectionem tubi optici pendere à lente ab oculo remotà, quæ sub sola figura hyperboliformi omnes radios, non implicatos inter se, cogit in vnum punctum, sub quo collocatus oculus clarissima, & amplissima videat obiecta etiam remotissima. Qui ergo nostrum hoc theorema redegit fabrè, ac fabriliter ad problema physicum, & secutus est vel nos, vel apud nos Griembergeri primæ conanima in Ap. 6, sciat se in alieno, & circa aliena serò laborasse.

SCHOLION V.

Hyperbolicarum linearum descriptiones aliæ.

Eas vide apud nos in Apiarijs, præsertim in Ap. 3 progym. 3.

§XII.

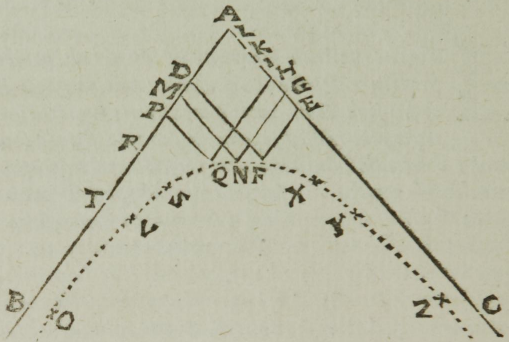
PROBLEMA III.

Lineam hyperbolen nouo modo describere etiam asymptoton ad rectam, vel ad, & intra duas rectas angulum facientes.

Quod alijs modis effecimus in Apiarij tertij prog. tertio Prop. 6, 7, 8, hìc aliter, ac nouo modo præstabimus, describemusq; non solum lineam hyperbolicæ sectionis, sed etiã cum eo geome-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

tricomiraculo (de quo copiosè in cit. Apiar. 3) scilicet quæ sit etiam semper accedens vtrimque ad rectam, nec tamen vnquam, etiam in infinitum vnà cum rectà producta, rectam possit attingere. Ac quod hìc à nobis fiet intrà rectas angulum facientes, licebit etiam peragere ad datam rectam, vt videbis.



Sint rectæ AB, AC angulum quemcumque (puta acutum) facientes in A. Interuallis lubitis (siue eodem, expeditioris operationis gratià) fiant sectiones in M, & G, fiatq; Rhombus AN, eductis ex M, & G rectis ad N, quæ sint parallelæ oppositis lateribus MAG. Latus AG secetur in lubitas partes (quo plures eo melius) in punctis H, I, K, L &c Accepto interuallo AH, fiat (ex modis à nobis traditis ad 12 prop. huius) vt AG ad AH, ita AM ad AP, compleaturq; si lubeat, rhomboides AQ. Rursus fiat vt AI ad AG, ita AM ad AR, atque interuallo AI ex R fiat arcellus versus S; interuallo verò AR ex I fiat arcelli sectio in S. Pariter fiat vt AK ad AG, ita AM ad AT, atq; interuallis AK, AT ex T, & K signetur arcellus in V, ac sic deinceps interualli AI, AB fiat sectio in O. &c.

Ad alteram partem possunt fieri parallelogrammata, quale AF, & sectiones. &c. sed breuius fiet, si ex A, & N, interuallis AQ, NQ, AS, NS, AV, NV, AO, NO, transferantur sectiones in F, X, Y, Z. &c. Ducta leniter curuata per O, V, S, Q, N, F, X, Y, Z, erit hyperbolica linea, cuius vertex in N, eritq; assymptotos vtrimque ad rectas AB, AC.

Patet demostratio ex proprietate illa, de qua in vtroque tomo huius Ærarij non semel diximus, nimirum de parallelogrammis omnibus inter se æqualibus inter hyperbolen, & rectas asymptotos descriptis; iuxta demonstrata apud nos in Analecto 10 editionis quartæ nostrorum

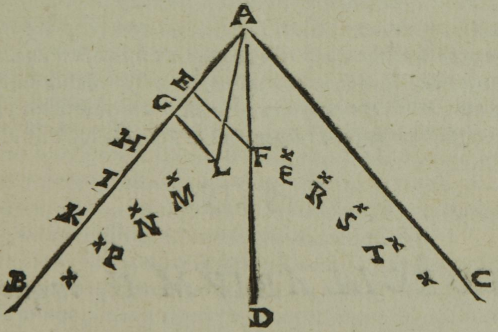
strorum Apiariorum. Qualia parallelogrammata nos descripsimus hic iuxta praxin, quam docuimus ad 14 huius, nimirum per inuentionem quartæ proportionalis, & latera reciprocè proportionalia in parallelogrammis DE, MG, TH, ac reliquis communem angulum habentibus in A, atq; ideo æqualibus ex 14 huius, ac sunt in N, Q, S, V, O, &c. anguli parallelogrammorum inter rectam AB contingentes hyperbolen O, V, S, Q, N, F. &c. quæ proinde erit etiam assymptotos ad rectas AB, AC, &c.

Si data sit recta sola AB, describetur hyperbolica linea ad illam asymptotos eodem modo, facto angulo ad A ex occulta AC, & factis sectionibus ad F, N, Q, &c. pro parallelogrammorum occultorum angulis. &c.

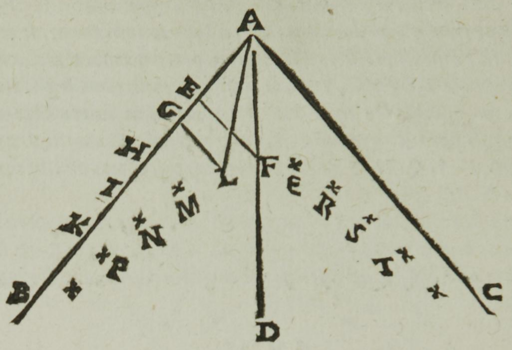
§ XIII.

PROBLEMA IV.

Aliter hyperbolicam lineam etiã asymptoton, &c. nouo modo describere, inter duas rectas angulum facientes. &c.



RECtarum BAC angulus quilibet A bifarietur à recta AD, quæ erit pro axe &c. In vtrálibet AB, interuallo lubito ex A fiat sectio in E, vnde agatur ipsi AC parallela occurrens ipsi AD in puncto F,



ɛ̃to F. Lubitis interuallis (quo plures, ac minores, eo melius) fiant in alterutra AB infra E sectiones in G, H, I, K, &c. deinde fiat vt GA ad EA, ita EF ad parallelam GL, iunctáq; si lubeat, AL, fiat triangulum AGL. Rursus fiat vt HA ad GA, ita GL ad imaginatã parallelã HM; vt IA ad HA, ita HM ad IN, & vt KA ad IA, ita IN ad KP. &c. Deinde interuallis FL, AL; FM, AM; FN, AN; FP, AP. &c. trãsferantur sectionum puncta etiam in alteram partem ad Q, R, S, T. &c. Traducta leniter curuata per eas sectiones P, N, M, L, F, Q, R, S, T, erit hyperbolica linea, eaq; assymptotos rectis BAC. Sunt enim, iuxta corollar. 1 ad primam huius, triangula æqualia, (scilicet dimidia æqualium parallelogrammorum) inter hyperbolen, & assymptoton. Ac circa ęquales angulos ad E, G, H, I, K habent latera reciprocè proportionalia ex coustructione, atq; ideo ex prop. 15 huius, sunt æqualia. &c.

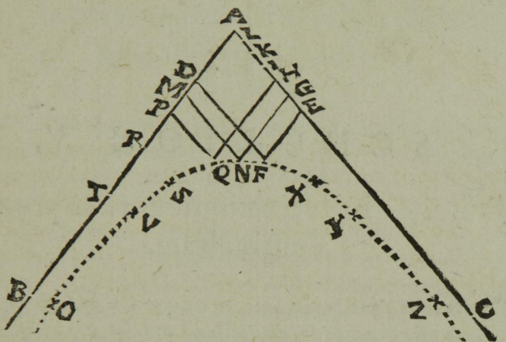
Datâ rectâ solâ AB, ad eam aßymptotos hyperbolica ducetur, ductâ occultâ ADC, &c. ac operando vt hìc in antecedentibus pro occultis triangulorum angulis tangentibus in F, L, M, N, P. &c.

§ XIV.

COROLLARIVM II, in quo —

— Facillima gemina demonstratio, sine conicis, de hyperbola ad rectam assymptoto.

VT Tyrones hic habeant, sine necessitate conicorum elementorum ab Apollonio collectorum (quemadmodum etiam in Apiar 3, prop. 2 sine conicis assymptotos ad hyperbolen aliter, quam hic demonstrauimus) demonstrationem de mixta OVN (quæ demonstrata est hyperbole in antecedentibus proximè duobus problematibus per proprietatem æqualium parallelogrammorum, vel triangulorum interscriptorum, &c.) quòd semper acce-



dat, & nunquam contingat rectā AB, inspectent in figura § 12 antec. spatiū exiguū lineę inter AL, quod quia est diuisibile in infinitū (iuxta Corollarium § 2 ad 15 huius) & per eas diuisiones possunt duci parallelæ lateri AB, semper in infinitum viciniores, ad inscribenda parallelogrāmata, &c. ideò mixta OVNF, quæ debet contingere earum parallelarum terminos vbi habent angulum parallelogrammi, etiam ipsa semper magis, ac magis accedet ad AB. Numquam tamen continget eamdem AB, quia parallelæ, iuxtà quas ipsa OVN graditur, non possunt contingere eamdem AB; alioquin, si contingerent, nō constituerent parallelogrammata, nec essent parallelæ ipsi AB, sed coincideret earum aliqua, velut postrema cum eadem AB, quod est contrà suppositum ex diuisibili AL in infin. per parallelas. &c.

Aliter idem demonstratur in figura § antec. 13 ex § 2 ad 15 huius. Quoniam enim in latere AB, quod per 2 postulatum, potest in infinitum produci, licet accipere puncta in infinitum semper magis ab A distantia, ceu H, I, K. &c. inferiora; atque vt linea intercepta inter A, & sumptum quodlibet punctum etiam infrà K, se habet ad EA, ita EF ad quartam; idest vt prima in latere infinito AB potest cre-

scere

scere in infinitum respectu secundæ EA, sic respectu tertiæ EF qualibet eidem parallelæ debent decrescere in infinitum, vt sint quartæ proportionales; ideò curua PMF incedens per terminos earum parallelarum semper minorum, semper accedet magis ad AB; numquam tamen continget; alioquin tribus datis quarta proportionalis non posset aliquando inueniri, nempè ibi, vbi nulla intercederet inter AB, & hyperbolen. Quod est contra suppositum; ducitur enim hyperbole semper per extrema quartarum proportionalium, &c. ex prædictis, & præstructis.

§. XV.

SCHOLION V,

Dissipandis hallucinationibus circa proximè demonstrata.

CAue, mi Tyro, te implices, ac mecum distingue sic inter data, & quæ sita, &c. in Analectis ad Apiaria, datis hyperbola, & recta assymptoto, demonstratur quæsitum de parallelogrammis æqualibus inter hyperbolen, & assymptotos; & ad primã huius traducitur demonstratio, per Corollarium, etiam ad triangula æqualia inter hyperbolen, & assympton. In problematibus hic antecedentibus, datis, siue descriptis parallelogrammis, & triangulis æqualibus, &c. probatur quæsitũ, quòd descripta sit hyperbola, eaq; assymptotos ad rectam, per conuersam Propositionis in Analectis. At verò in Corollario proximè antecedenti, datis, & descriptis parallelogrammis, & triangulis æqualibus, per quæ probata est descripta hyperbole, ac proinde probatà iam, & datà hyperbolà, demonstratur deinde aliter, atque apertius reliquum quæsiti, quòd scilicet sit assymptotos ad rectam, idest quomodo semper accedat, nec vmquam possit contingere.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§. XVI.

SCHOLION VI.

Ad omnes hyperbolas nō posse duci assymptotos. Et cur hyperbole axi coni parallela, sit apud nos præcipua.

VT in hoc Scholio proposita, & apud alios non vulgata intelligas, vide Apiar. 3 Progym. 3 in Corollario propositionis quintæ, & in Schol. 2, & 3 post propositionem sextam; & Analectum vndecimum in fine secundi Tomi editionis quartæ Apiariorum. Item in Apiar. 9. Progym. 1. cap. 7, vbi Philosophi Gnomonici (etiam si è sectione conorum solarium non parallelà axi mundi fiant hyperbolæ terminantes lineas horarias) tamen mentionem præcipuam faciunt sectionis conorum parallelæ axi mundi tum ob alia, tum præcipuè pro horarijs vniuersalibus, in quorum constructione nulla est Poli eleuatio, & axis Mundani obliquatio. &c.

Præterea sectio hyperbolica parallela axi inseruit numerosis illis asymptotis, de quibus vide in eod. Ap. 9. Prog. 2. cap. 3.

SCHOLION VII.

QVæsitum est ex me an diaphanum illud atomum (de quo in Analectis ad quartam editionem meorum Apiariorum) sit figuræ hyperbolicæ. Respondi in re tantilla non esse locum figuræ nisi quam natura ipsa in arte format sphærulæ similem. Inaudiui de Mathematico quodam Siculo apud se diaphanillum id circumferẽte. Authori mihi incomperto suam laudem, si se prodiderit, non inuideo.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§ XVII.

SCHOLION I.

De Geometrica applicatione iusta, & præcisa, (sine deficientia, vel excedentia,) quæ Græcis est παραβολή, Vnde etiam nomen sectioni conicæ.

IN huius libri 6 vtraq; antecedenti propositione 28, 29 quemadmodum Philosophus Geometra docuit exercere applicationes Geometricas cum defectu, & cum excessu, sic multo antè docuerat in lib. 1 propos. 44 applicationem præcisam, ac iustam, hoc est ad datam rectam lineam applicare parallelogrammum æquale dato triangulo, quod scilicet non excedat datæ lineæ longitudinem, nec ab ea deficiat. Ibi nos cum Proclo aliquam cognitionem Tyronibus attulimus circa geometricam applicationem, atq; in fine § 1 ad eā 44 prop. Eucl. prodidimus vndenam proprium applicationis geometricæ nomen, quæ græcis est παραβολ, sectioni conicæ inditum sit, eiusque sectionis ortum, & formam indicauimus.

Neq; ibi vlterius circa parabolen progressi sumus, nec ea ibi protulimus, quæ huc spectabant post cognititionem saltem linearum proportionalium inueniendarum, quarum cognitio, & inuentio nobis plurimum vsui fuit in antecedentibus applicationibus geometricis tam deficientibus, quam excedentibus, vt vidisti, mi Tyro. Nunc locus postulat vt reliqua ad applicationem geometricam absolutam spectātia breuiter hìc exponamus, & fidem nostri polliciti ad 44 prop. lib. 1. opportunè absoluamus. Relege igitur à nobis dicta in § 1 ad citatam 44 lib. 1. Quibus suppositis, esto hìc

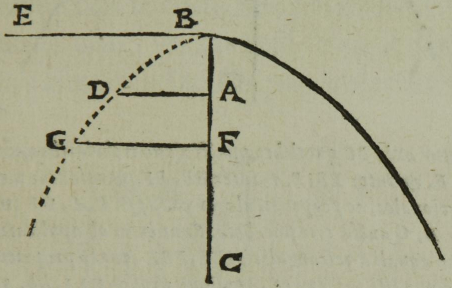
§. XVIII.

PRAXIS I. GEOMETRICA

Li-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Lineam iustę applicationis, siue latus rectum vel datæ, vel describendæ paraboles inueniendi.

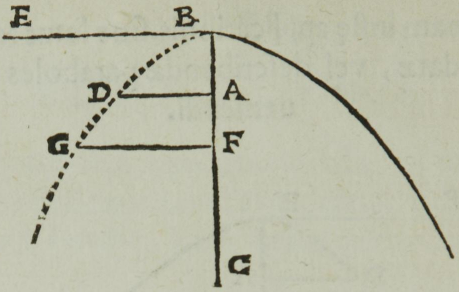


COmponantur ad angulum rectum in A duæ rectæ, altera indefinita BC, altera AD pro amplitudine maiori, vel minori describendæ paraboles. Deinde positâ BA pro primâ proportionali, inueniatur ipsi AD tertia proportionalis BE perpendicularis & ipsa in B. Ea est latus rectum, siue linea, ad quam applicata rectangula sub lateribus interceptis inter verticẽ paraboles & inter applicatas ad axem, velut sub EB, BA, sunt æqualia quadratis applicatarum, velut quadrato ex DA; iuxta requisita ab Apollonio in prop. 11 lib. 1. Si data sit parabola, applicatis ad axem inuenietur eodem modo tertia proportionalis pro latere recto.

§. XIX.

PRAXIS II, Geometrica

Data linea iustæ applicationis BE, parabolen BDG describendi.



Signetur axis BC quotlibet punctis (quo crebrioribus, eo melius) A, F, & inter EB, BA; inter EB, BF inueniantur mediæ proportionales, ac perpendiculares axi, ipsæ DA, GF; mixta à B per D, G ducta erit parabola. Sunt enim ab applicatis DA, GF quadrata æqualia rectangulis ABE, FBE, iuxta proprietatem paraboles (à qua illi nomen) ex Apollonij proposit. 11. lib. 1, & è 17 huius.

SCHOLION II.

Cur ad rectos angulos in B, A, F aptemus rectas EB, DA, GF vide apud Eutocium ad 16 prop. lib. 1. Conic.

§ XX.

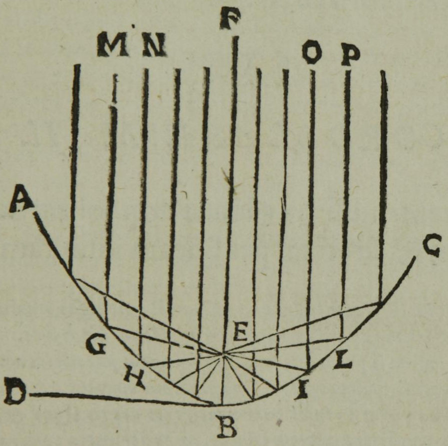
Praxis tertia geometrica parabolen describendi.

Habes ex Apollonij propositione 20 lib. 1. iuxta animaduersionem Eutocij ad eam. Vt enim linea BF ad BA, ita quadratum ex FG ad quadratum ex AD. Exposità ergo BC, & sumptis in eà quotcunq; punctis A, F, à quibus ad rectos angulos educantur AD, FG; & in AD sumpto puncto D magis, vel minus distante ab A pro modo describendæ paraboles; fiat vt BA ad BF ita quadratum ex AD ad quadratum ex FG; & per D, G leniter curuata erit parabolica linea.

§ 21.

§. XXI.

PORISMA, siue Praxis 4 Geometrica – – Inueniendi focum, siue punctum vstorium, siue ad quod vnum reflectuntur rectæ omnes axi æquidistãtes in parabolen incidentes.



DAtà parabolà ABC, & recto latere DB, applicetur ad axẽ BF à vertice B ad punctum E (siue secetur à B ad E) quarta pars lateris recti; eritq; E punctum, ad quod vnum omnes axi FB parallelæ M, N, O, P, &c. incidentes in quælibet puncta paraboles G, H, I, L reflectuntur.

Admiranda hęc proprietas in parabola demonstratur à Vitellione lib. 9. Opticæ, propos. 41, 42, 43. Fiunt enim in punctis omnium incidentiarum ad contingentes anguli vtrimq; æquales incidentiæ, & reflexionis.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Vide etiam huius propositæ hic praxis, & proprietatis nostram demonstrationem breuem, ac facilem in Apiar. 7 Progym. 2 corollar. 3, & sequent. schol. post propositionem 4. Vide & analectum nostrum ad ea scholia in quarta editione Apiariorum nostrorum Mathematicorum.

SCHOLION.

P*unctum E si quando in Apiarijs, aut, alibi appelletur:* ex comparatione. *intellige per similitudinem punctorum ex comparatione in hyperbola, & ellipsi, ad quæ vstiones fiunt. &c.*

Hic satis est in E secare quartam partem lateris recti, sine comparatione ad BE vllius rectanguli. &c.

§. XXII.

COROLLARIVM II.

De vehementissima vstione non solum ad punctum E, sed etiam per lineam infinitam, &c.

C*Vr in antecedente praxi punctum E concursus omnium reflexionum in parabola appellarim focum hic habes.*

Nam si pro lineis incidentibus, atq; parallelis accipias infinitos solares radios, ij ab omnibus concaui parabolici punctis reflexi ad vnum E; inibi vehementissime vrent. Quod & Vitellio cit. lib. 9, propositione extremà docet, & experientia confirmat. Cæterùm vltra vulgatum hoc punctum vstorium, habes etiam qua arte ex parabolicis speculis liceat eiaculari lineam radiosam infinitam in qualibet sui parte vehementissimè vrentem, apud nos in cit. Apiar. 7, Progym. 3, propos. 8. Vide analectum ad eam in quarta editione Apiariorum.

§. 23.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§XXIII.

SCHOLION III.

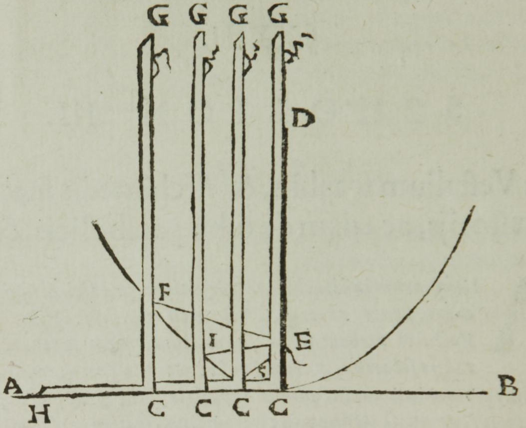
De Vestalium scaphijs, & Archimedis speculis vstorijs, ac etiam de tubis parabolicis. &c.

Antiquarum institutionum cognitione præditi aliqui affirmant, præter cæteros, à Plutarco describi scaphia (quibus Vestales vtebantur ad suum illum ignem accendendum à radijs solaribus purum) vasa è metallo specularia fuisse in turbinis formam excauata, quibus oppositis soli, & apposito fomite ad interius, & quasi medium in eis punctum, statim ignis emicabat. Affirmantq; non leuibus coniecturis fuiße ea vascula parabolicè intus elaborata. Miram parabolæ proprietatem de omnium axi parallelarum reflexionibus ad vnum punctum, atq; inde vires vstorias puncti distantis in axe à vertice paraboles quarta parte recti lateris. Antiquis notas fuisse nullum est in vniuersa antiquitate vestigium. Primus eorum, quos legerim, arcanum id parabolicum publicæ agnitioni attulit Vitellio citat. in suis opticis. Quicumq; Archimedem aiunt vsum parabolicis speculis contra hostes in obsidione Syracusanà, diuinant, non probant. A nostro quidem Griembergero didici parabolica scaphia ita truncari posse, vt tubi quidam fiant, quì ignem nō intra se (vt aßolet in speculis vstorijs) sed extra, & post se in pūcto reflexis radijs communi accedant. Cuius tubi formam vide apud nos in Ap. 7 progym. 2 propos. 1. & sequent.

§XXIV.

Praxis 5, & organica describendæ paraboles ex puncto applicationis, &c. seu foco. &c.

Ductà indefinità AB, excitetur ad eam circa medium perpendiculariter in C recta CD lubitæ longitudinis, acceptoq; arbitrario



trario puncto E (magis, minusuè à C distante pro modo describendæ paraboles) in eo figatur alterum fili extremum, à quò filum extendatur ad C, & ex C replicetur per E secus normæ (vtroque latere congruente cum DC, CA, & apposito angulo recto in C) latus CG vsque, exempli gratià, ad G, ibiq; nectatur: tùm accepti styli dessignatorij cuspis interponatur in C inter fili replicationem, ac leuæ digitis vtrũque normæ latus apprehẽdentibus, & sensim ita mouentibus, vt latus CH semper congruat cum CA, eodem tempore dextera filum lateri CG leuiter stylo adpremat, sensimq; iuxta motum latus ascendendo signet curuam S, I, F, quæ erit hyperbole, iuxta prædicta in praxi geometrica inueniendi puncti applicationis, atq, vstorij ad quod omnes, axi parallelæ, incidentes in parabolam, reflectuntur. Vides enim in hac praxi normæ motæ latus CG esse instar incidentium, & fila FE, IE, SE esse pro reflexis ad idem commune E. Vide in cit. Apiar. 7 aliter hanc praxim demonstratam.

§. XXV.

SCHOLION IV.

Cur

Cur in sectionibus conicis, & in alijs lineis non rectis spectetur angulorum incidentiæ, & reflexionis æqualitas penes rectam contingentem.

EX occasione Vitellionis citati in antecedentibus, ac demonstrãtis incidentes in parabolam, & parallelas axi FB reflecti omnes ad E, hoc est incidentes, & reflexas esse breuissimas ad E, quia eunt per angulos ęquales incidentię, & reflexionis ad rectas parabolen contingentes; si quæras cur non accipiat quantitatem, siue æqualitatem angulorum in sectione parabolicà, sine respectu rectarum contingentium, quæ nullæ sunt; habes vnde tibi respondeas, ac, si philosophus intelligens, atq; ingenuus es, etiam satisfacias ex ijs, quæ nos docuimus pro Antiquis, & ex Antiquis geometricæ philosophiæ Magistris, to. 1. Ærarij nostri ad prop. 15 lib. 1. Elem. § 6, & 7, & ad propos. 20, § 2; & in Apiar. 7. progym. 1, propos. 1 Corollar. 3, & 5. & progym. 2. corollar. 3 post propos. 4. & in Ap. 10. Progym. 2. Schol. 2, post propos. 1. Pariter Apollonius demonstrat lib. 3 propos. 48 æqualitatem angulorum incidentiæ, & reflexionis in circulo, ellipsi, hyperbola respectu contingentium eas curuas, & mixtas lineas &c. propter ea quæ protulimus nos in ante cit. Aerar. & Apiar. Quibus appone Analectum 17 in fine quartæ editionis nostrorum Apiariorum. Ea lege, atq; intellige, ne dum Antiquos doctores damnare audeas, publicis sæculorum irrisionibus te exponas, & appareas temerè damnare quæ non intelligas. &c.

§. XXVI.

SCHOLION V.

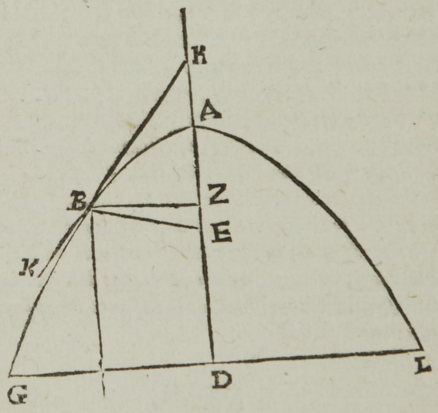
Indicata hallucinatio Vitellionis, & Orontij circa latus rectum, & punctũ vstorium in pa-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

rabola, pro vitando magni momenti errore practico.

1 *PVlcherrimum id inuentum Vitellionis de reflexione ab omnibus punctis parabolæ ad vnum punctum E, & plura alia in eo Authore præclara ita eius existimationem, & famam doctrinæ tuentur, vt nihil ei possit officere, si quando alicubi minus peruiderit. Ac nos dum magnorum Authorum hallucinationes prodimus non id agimus vilificandi studio, sed vt publico scientiarum bono, præsertim apud Tyrones, prouideamus. Habetque Lectorum æqua posteritas à nobis exemplum hic, atq; alibi apud nos, eius æquitatis, quã nos etiam nobis in humanis nostris lapsibus optamus, ac pollicemur ab æqua posteritate.*

Modestia, & æquitas in alienis.



Igitur ad calumniæ suspicionem vitandam, Vitellionis verba sunt, lib. 9. prop. 40. Quadratum lineæ perpendicularis BZ est æquale ei rectangulo, quod fit ex ductu lineæ ZA (quæ est pars diametri AD, interiacens ipsam perpendicularem BZ, & peripheriam sectionis) in lineam LG, quæ est latus rectum ipsius sectionis. Est ergo, per 17 prop. 6, proportio lineæ LG ad lineam ZB, sicut ipsius AB ad lineam ZA. Hoc autem similiter demonstratum est ab Apollonio Pergæo in lib. de Conicis elementis. *Et prop.* 41. *seq.* Sectio parabolica LABG, &c. cuius latus rectum LG, &c.

2 *Ve-*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

2 Verum quidem est ab Apollonio demonstrari quadrata applicatarum ad axem parabolæ esse æqualia rectangulo comprehenso sub partibus axis interceptis inter applicatas, & inter verticem paraboles, & sub latere recto; at Apollonius nunquam posuit pro latere recto basim sectionis, siue maximam applicatarum, ac duplicatam, ipsam nempe GL.

Latus rectum parabolæ est linea certæ longitudinis, atq; inuariata, iuxta quam possunt applicatæ quantumuis crescant cum productione sectionis etiam in infinitum. At productà sectione GAL, ampliatur etiam quantitas basis vltra longitudinem ipsius GL. *Quid latus rectũ in parabola.*

3 Punctum vstorium E debet esse idem, atque immotum, etiam si sectio, seu vas parabolicum amplietur. Ab omnibus enim punctis vasis parabolici, ampliati etiam vltra diametrum GL, reflexiones omnes fiunt ad idem E. Quod si fiat sectio in axe iuxta quartam partem basis GL, productà sectione GAL, erit basis amplior quam GL. Igitur, iuxta Vitellionem, si secetur axis AD ad quartam partem amplioris, quàm GL, punctum vstorium cadet infra E. Ergo duo sunt puncta vstoria, vnum in E ex quarta parte ipsius GL, alterum infra E ex quarta parte amplioris, quam GL; immo tot erunt vstoria puncta quot bases minores, vel maiores possunt duci parallelæ ipsi GL; nam puncta vstoria sunt quartæ partes basium sectionis parabolicæ iuxta Vitellionem.

4 Inuento igitur vero latere recto, idest ipsis AZ, ZB tertià proportionali, quæ semper èadem est, iuxta antedicta, & factà sectione in E quartæ partis lateris recti, erit semper idem E, ad quod omnes incidentes in sectionem, & parallelæ axi, reflectentur ab omnibus punctis sectionis.

5 Quid multis? Bonus Vitellio in præclarissimo suo inuento destruit locum mirifici effectus, quem persequitur. Nam propter antedicta, si ad quartam partem basis, siue duplicatæ applicatæ GL fiat sectio in E, non consequetur vstio in E, propter dicta in num. antec. 3, quia non est iuxta quartam partem lateris recti. Quoniam igitur ea hallucinatio tanti est momenti ad praxem insignem fallaciter exercendam, ideò dissimulandam non censui, ac plura alia in hanc rem dicenda omisi, ne videar potius Authorem premere, quàm veritatem exprimere. Habent Momi hìc, atque alibi apud nos exemplum, à quo discant ignoscere nobis tyronibus, si quando labamur, dum vident doctissimos Authores, inter quos sine controuersia est Vitellio, aliquando etiam ipsos humana pati, hoc est etiam in opticis (quæ perscripsit Vitellio) lippire. *Monitũ ad modestiam, & æquitatẽ in alienis.*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Post Vitellionem Orontius in libello de speculo vstorio in eandem cum Vitellione supradictam hallucinationem incidit, licet valde & ipse laudandus sit in quamplurimis alijs mathematicè inuentis.

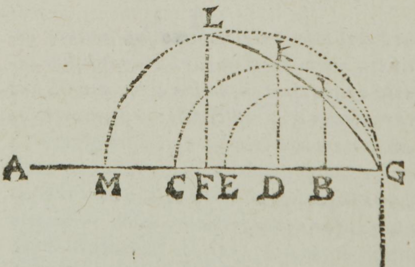
6 Videant qui libenter exercent criticam censuram in aliena (nobis libentibus ad hæc odiosa non satis est otij) an Vitellionis & Orontij demonstrationes de falso, & vago puncto vstorio, sint paralogismi. Interim de vero, ac certo puncto vstorio distante à vertice paraboles in axe per quartam partem lateris recti inuariati, & iuxta conica elementa explicati, habes apud nos breuem, ac perfacilem geometricam demonstrationem in corollario tertio progym. 2. Apiar. 7.

§XXVII.

PRAXIS VI–

– Describendi geometricè parabolen.

IVngantur ad rectum in G rectæ occulta HG lubitæ magnitudinis pro latere recto, & G A indefinita pro axe describendæ parabolæs. Sumantur in AG quotlibet puncta F, D, B, & interuallo GH fiant ex F, D, B sectiones in M, C, E, ac describãtur occulti semicirculi EIG, CKG, MLG tangentes se in G. Erigantur occultæ perpendiculares ex F, D, B pertingẽtes ad semicirculos in L, K, I. Dico mixtam leniter curuatam, ac ductam à G per I, K, L esse parabolen. Sunt enim, per 13 huius, perpendiculares BI, DK, FL mediæ proportionales inter GB, BE; inter GD, DC; inter GF, FM; hoc est inter partes axis interceptas inter verticem G, & inter ipsas perpendiculares, & inter



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

latus rectum, cui æqualia facta sunt segmenta FM, DC, BE; ergo sunt FL, DK, BI ordinatim actæ ad axem paraboles. &c. iuxta antedicta ex Apollonio. &c. ex Apiarijs. &c.

In alteram etiam partem transferenda praxis erit pro complendâ parabolâ.

SCHOLION VI.

Licebit fortasse similem in modum hyperbolen, & ellipsim describere per medias proportionales, quarum quadrata excedant rectangula sub interceptis, & sub latere recto, vel deficiant, &c. Præiuimus, sequatur si cui plus otij, atq; ingenij, quam nobis.

§. XXVIII.

SCHOLION VII.

De Alijs paraboles descriptionibus.

Quas vide in citato Apiario 7. Hìc trium sectionum conicarum (ex vsibus propos. 28, 29 huius, & 44 lib. 1) saltem aliquas Tyronibus descriptiones apposuimus, in quibus ad praxim adducerent inuentiones proportionalium linearum, quas in proximè antecedentibus huius lib. 6 propositionibus abundè didicerunt. Nomine praxeωn hìc vt plurimum inscripsimus antecedentes eas operationes, in quibus aliquid supponitur extra Euclidem, propter rationes, & exempla Geometricorum scriptorum non semel allata in to. 1 huius Ærarij.

§XXIX.

SCHOLION VIII.

De motu proiectorum parabolicè inflexo.

Car-

Cardanus de elementis libro 2. paginà 96 in impressione Lugdunensi anni 1580 primus aduertit, & prodidit motum illum parabolicè inflexum in proiectis. Quare mirandum est quà cõfidentia aliqui post Cardanum id inuentum sibi vsurpent tamquã proprium. Nec verò demõstratiuè docetur ille inflexus motus tamquam præcisè parabolicus, sed cõiectatur ceu parabolicus. Quicumq; igitur putant se geometricè demõstrasse aliqua circa eius motùs figuram tamquam parabolicam, habent infirmum; idest non demonstratiuè firmatum, fundamentum suarum theoriarum.

§ XXX.

SCHOLION IX.

De Ellipsi, Hyperbolà, Parabole apud nos etiam in numeris medijs proportionalitatum Geometricæ, Arithmeticæ, Harmonicæ.

Vide nos ad propos. 5. lib. 2, pro ornandis propositionibus 28, & 29 huius, & 44 libri 1.

XXXI.

MORALIA

E triplici genere geometricæ Applicationis.

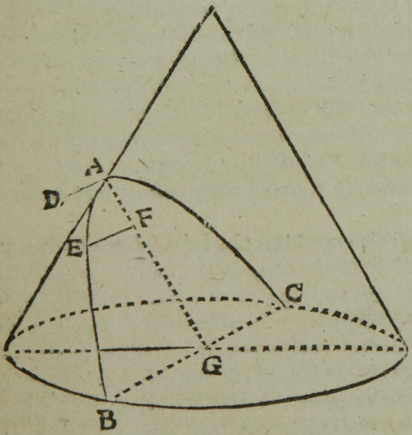
Qvemadmodum Geometrica Philosophia suas habet applicationes, excessus, & defectiones; sic & moralis Philosophia. Illa ad intellectum, hæc ad voluntatem. Propos. 44 lib. 1. Ad datam &c. dato triangulo ęquale parallelogrammum παραβαλεῖν, applicare, *scilicet nec excedens, nec deficiens à quantitate datæ rectæ vnde geometrica παραβολή. Prop. 28 huius:* Ad datã, &c. dato rectilineo æquale parallelogrammum deficiens, &c. applica-

re ἐλλεῖπον, *vnde geometrica* ἔλλειψις. 29. Ad datam, &c. dato recti lineo æquale parallelogrammum excedens, &c. applicare ὑπερβάλλον, *inde geometrica* ὑπερβολή. *In moralibus parabolen, hoc est applicationẽ non excedentem, nec deficientem dixeris virtutem ipsam aptè, ac præcisè congruentem cum rectæ rationis lineà quasi datà, & à Deo in mortalium animis designatà; hyperbolen, & ellipsen extrema circa virtutem, atq; inter se contraria vitia excessûs, & defectûs. Timorem iustà mediocritate moderatur virtus Fortitudinis, vt iuxta rectæ rationis circunstantias timore vtaris. Ad lineam rectæ rationis applicat se cum deficientià timiditas, quà timetur quando non est timendum. Ad lineam eandem rectæ rationis applicat se temeritas cum excessu, dum non timet, nec retrahit se ab impendente malo quando est opus, sed ruit cæcè in pericula.*

In moralibus quænam hyperbola, ellipsis, parabola.

Aristoteles Moral. Nichomach. lib. 2. cap. 6 Virtus est habitus electiuus in mediocritate quantum ad nos consistens, quæ quidem mediocritas ratione præfinita sit, atq; ita vt prudens præfiniret. mediocritas autem duorum vitorium, alterius per excessum, alterius per defectum: καθ' ὑπερβολήν, & καθ' ἔλλειψιν. *Totum id caput refertum est hyperbolis, & ellipsibus ijs moralibus, inter quas quasi Parabole moralis est virtus non excedens, neq; deficiens. &c.*

Apud Aristotelem hyperbolæ, & ellipses ĩ moralibus expressæ.



Inspice figuram appositam, vt etiam circa parabolen, ellipsen, & hyperbolen conicas moraliter philosophemur. Quoniam diameter AG sectionis BAC parallela est lateri coni, nec excedit, aut deficit à quantitate duorum rectorum, quos intra se continent duæ parallelæ, dicitur iuxta Eutociũ in librũ 1 Conic. Apollonij (veras à nobis causas habes in anteced. eorum nominum à propositione 11, 12, 13. lib. 1. Con. Apollon. iuuat hìc hypotheses in vsum moralem ex Eutocio ponere) ἀπὸ τοῦ παράλληλον εἶναι *Parabola. At*

Exẽplũ in falsa veterum interpretatione.

cum

cum sectionis conicæ diameter incidit producta in latus coni vel intra, vel extra conum; hoc est cum AG non est parallela lateri coni, sed continet cum eo latere spatium excedens duos rectos, & producta ad partes A coincidit cum latere coni extra conum, &c. tunc, ex Eutocio, appellatur hyperbola; cum spatium inter latus coni, & inter AG deficit à quantitate duorum rectorum, & AG producta ad partes G coincidit cum latere coni inferius producto, ellipsis dicitur, iuxta Eutocium. Igitur coni latus est linea, iuxta quam parallelus est parabola, à qua recedens & spatium amplificans est hyperbola, ad quã accedẽs, & spatium imminuens est ellipsis; vtraq; recedens à rectis per excessum, & per defectum. Quæ symbola sunt vitiorum à virtutis rectitudine recedentium deficiendo, vel excedendo. Atq; vt per A vnica tantum lateri coni parallela duci potest, plures verò à latere coni recedentes, & ad latus coni accedentes, sic (ait Philosophus in cap. cit.) peccare multis modis possumus: malum.n. est infiniti, vt Pythagorici coniectabant, bonum autem finiti: rectè agere vno verò modo tantum licet: atq; idcirco illud facile, hoc difficile est: facilè siquidem est à scopo aberrare, sicut ipsum attingere difficile.

Vnicum virtutis mediũ, plures vitiorum excessus, & defectus à medio. &c.

Est tamen etiam in parallelismo rectæ AG ad latus coni sua quædã amplitudo, ac varietas. Nam per plura puncta supra, & infra A duci potest parallela lateri coni. Non aliter virtutis medium inter extrema vitiorum licet sit indiuisibile, determinatum, ac summum, si rei medium accipiatur, vt ibi docet philosophus, tamen quatenus medium virtutis accipitur quod ad nos, habet suam latitudinem. Affert exemplum in temperantia, cuius virtutis medium respectu robustiorum, vel minus robustorum hominum varium est in cibi quantitate, licet varietas, & materiæ pro varia edentium indigentia semper sit rectæ rationis quasi lineæ parallela. Vide ibi Philosophum. Et reuise, quæ ad hanc rem faciunt apud nos in 1. tom. Aerarij huius, § 2 ad axioma 8. & § 6 ad defin. 23.

Mediũ virtutis quod ad circunstantias non vnũ.

In Geometricà Philosophia non solum paraboles, sed & ellipseos, & hyperboles vsus, ac præstantiæ plurimæ sunt, vt apud nos vidisti in antecedentibus ad has 28, & 29 propos. & in 1 tomo ad definitionem de linea; at in Morali Philosophia, & in actionibus humanis solius paraboles, hoc est virtutis, & comparationis ad rectam prudentiæ, rectæq; rationis lineam, vsus, & laus est, vt cum fœlicitate viuamus. Extremorum vitiorum per excessum, & defectum pernicies est animis prauis importata cum extremà infelicitate. Itaq; stude, mi Lector, ad solam te virtutem παραβάλλειν, comparare, atq; applicare.

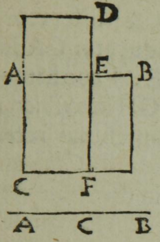
In Geometria vsus est etiã hyperboles, & ellipseos ĩ morali vsus est tantũ paraboles.

Pro-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Propos. XXX. Probl. X.

Datam rectam lineam terminatam extrema ac media ratione secare.



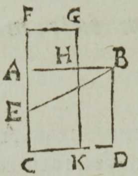
OPorteat datam terminatam AB extrema, ac media ratione secare. [a] Describatur super AB quadratum BC, [b] applicceturq; ad AC parallelogrãmum CD æquale quadrato BC, excedens figura AD simili BC quadrato, quæ quadratum erit. Et quia BC ipsi CD ęquale est, si commune CE auferatur; erit reliquum BF reliquo AD æquale; sunt vero & æquiangula; [c] latera ergo ipsorum BF, AD reciproca sunt circa æquales angulos: est ergo vt FE ad ED, ita AE ad EB: & est FE ipsi AC, hoc est, ipsi AB æqualis, & ED ipsi AE; quare est vt BA ad AE, ita AE ad EB: [d] maior est autem AB quam AE; maior ergo & AE, quàm EB. Est igitur recta AB extrema, ac media ratione secta in E, & maior portio est AE. Quod oportuit facere.

a propos. 46.1.
b propos. 29.6.
c propos. 14.6.
d propos. 14.5.

SCHOLION I.

PRopositionis 14 libri 5 (citatæ ab interprete in margine præcedentis proposit. 30 huius) veritatem, quasi lemmatis, vide in numeris expeditam in 3. To. hu. Ærar. Vt verò constet veritas secundæ demonstrationis hic apud Eucl. vbi aliter demonstrat hanc 30, accipe hic propositionem 11 lib. 2, translatam in suum locum, vbi inseruit, & inseruiet etiam vsibus, & praxibus apud nos, vt paullo inferius videbis; in 2 verò libro otiosa est.

Aliter I.



SIt data recta AB, quam oporteat ita secare, vt quod ex tota, & vna partiū fit rectangulum, æquale sit, ei quod ex altera parte fit quadrato. [a] Describatur ex AB quadratum ABCD, & [b] bisecetur AC in E, iungaturq; BE. producatur CA in F, sitq; EF [c] æqualis rectæ BE. [d] constituatur super AF quadratum FH, & producatur GH in K. Dico rectam AB in H sectam esse, vt AB, BH contentum rectangulum æquale sit ei, quod ex AH fit quadrato. Cùm enim recta AC bisecta sit in E, eiquè adiecta in directum AF, [e] erit CF, FA contentum, cum eo quod fit ex AE, æquale illi quod fit ex EF, sunt autem EF, EB æquales; ergo CF, FA contentum, cum eo quod fit ex AE, æquale est illi, quod ex EB quadrato: sed ei, quod ex EB [f] æqualia sunt, quæ ex BA, AE quadrata (rectus enim est angulus ad A) ergo quod CF, FA continetur, cum illo, quod ex AE quadrato, æquale est illis, quæ ex BA, AE quadratis. Commune quod ex AE auferatur, reliquum ergo, quod CF, FA continetur, æquale est ei, quod ex AB quadrato. Est autem CF, FA contentum ipsum FK ([g] nam AF, FG sunt æquales) Quod autem fit ex AB, est AD quadratum: ergo FK, AD sunt æqualia. Commune AK auferatur, eruntq; reliqua FH, HD æqualia. Est autem HD quod AB, BH continetur [h] (sunt enim AB, BD æquales) FH autem est quod fit ex AH quadratum. Ergo quod AB, BH continetur rectangulum, æquale est quadrato, quod ex AH. Recta ergo AB secta est in H, vt quod AB, BH continetur rectangulum æquale sit ei, quod ex AH fit quadrato. Quod facere oportebat.

a *propos.* 46.6.
b *propos.* 10.1.
c *prop.* 2.1.
d *propos.* 46.1.
e *propos.* 6.2.
f *propos.* 47.1.
g *def.* 27
h *def.* 27.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

SCHOLION II.

Veritatem expeditam 6 prop. lib. 2 citatæ in margine ab interprete, vide in numeris in 3 To. hu. Ær. quasi lemmat. &c.

Aliter II.

Oporteat rectam AB extrema, ac media ratione secare: [e] secetur AB in C, vt quod AB, BC continetur æquale sit ei, quod ex AC, quadrato. Cum ergo quod AB, BC cõtinetur æquale sit ei, quod ex AC fit, quadrato, [f] erit vt AB ad AC, ita AC ad CB. Est ergo AB extrema, ac media ratione secta. Quod oportuit facere.

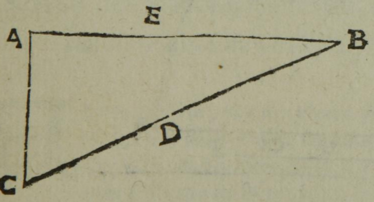
e propos. 11.2.

f propos. 17.6.

§ I.

PROBLEMA I, in quo

Praxis compendiaria geometricè, ac demonstratiuè secandi datam rectam extremà, & medià ratione.



Sit AB secanda media, & extremà ratione. Ab altero eius extremo A educatur perpẽdicularis AC æqualis dimidiæ ipsius AB. Iungatur CB: ex C, interuallo ipsius CA secetur in D iuncta CB. Interuallo reliquæ partis DB seceturab alterutro termino B in E data AB, quæ in E erit secta media, & extrema ratione. Demonstratio-

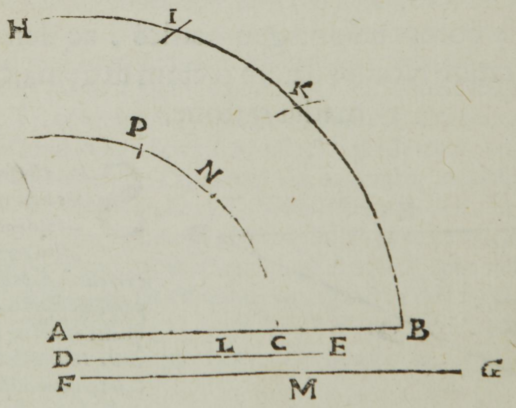
tionem huius praxis habes è secunda demonstratione Euclidis, quam habet ad hanc propos. 30, & ex propos. 11 lib. 2. hic ad vsum antepositã.

Est enim hæc praxis compendiarius vsus constructionis eiusdē propos. Vide in anteced. figuram Euclidis, & confer cum figura nostræ huius praxis, atq; in hac agnosce illius breuiora vestigia.

§. II.

PROBLEMA II, in quo

Praxis secunda demonstratiua ex vnica linea diuisa secundum mediam, & extremam rationem quotlibet alias datas siue maiores, siue minores facilè, ac demonstratiuè secare secundum mediam, & extremam rationem.



SIt recta AB diuisa in C media, & extrema ratione iuxta antecedēs problema, & sint quotlibet aliæ ipsà AB minores, vt DE, vel maiores,

iores, vt FG secandæ media, & extrema ratione.

Alterutro ipsius AB extremo A facto centro, interuallo totius AB signetur arcus etiam vltra quadrantem, si lubeat, vel sit opus, sitq; BH.

Pariterq; centro A, & interuallo segmenti AC ducatur alter minor arcus CP etiã vltra P. Deinde accipiatur vtriuslibet secandæ puta minoris, longitudo DE, & centro B fiat sectio arcus maioris BH in K. Appositâ deinde regulâ ad puncta A, K, notetur vbi ea secabit in N minorẽ arcum CP: mox accepto interuallo CN, & facto centro alterutro extremo D lineæ proportionaliter secandæ, fiat sectio in L, eritq; DE secta in L media, & extrema ratione.

Pari ratione interuallo maioris secandæ FG fiat ex B sectio maioris arcùs in I. Apponatur regula ad A, I, quæ secabit minorem arcum in P. Interuallo CP ab alterutro extremo F fiat sectio in M. Eritque FG secta in M media, & extrema ratione. Demonstratio patet ex 4. huius. Ductis enim rectis ex A per NK, PI, sunt triangula, quorum latera proportionaliter secantur in P, N, C; I, K, B, &c. Ac vt AC ad AB, sic CN ad BK, idest DL ad DE, & CP ad BI, idest FM ad FG. Indico fontes, è quibus tu minutiores riuulos probationum diducas, iuxta 4 prop. hu. li. 6. applicatam iam non semel vsui circini proportionum.

§. III.

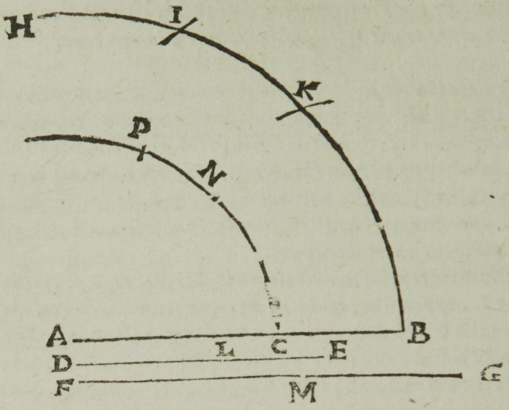
COROLLARIVM I.

Rectæ lineæ sectæ extremà, & medià ratione sunt omnes in eàdem proportione.

HAec propositio, quæ per plures ambages demonstratur tum ab Euclide prop. 7 apud Commandinum, secundà apud Clauium, in lib. 14 Elem. sed in li. 13 apud Maurol. propos. 7. tum à Pappo lib. 5 prop. 44, breuissimè, ac facillimè apud nos tamquam corollarium deducitur, ac demonstratur è probl. 2 antecedenti, eritq; vsui in sequentibus ad hanc 30 propos. Eucl.

Sectis enim AB, DE medià, & extremà ratione in C, & L ex antecedente-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2



tecedenti problemate, si fingas ipsam DE applicatam sub arcu BK, &, ductà rectà imaginarià AK, facta duo triangula æquiangula ACN, ABK, erit vt AC, maius segmentium rectæ AB, ad CN (æquale ipsi DL) maius segmentum ipsius BK (æqualis ipsi DE) sic tota AB ad totam BK, & permutando vt maius segmentum AC ad totum AB, sic maius segmentum CN (idest DL) ad BK (idest DE) totam; & aliter comparando totas cum minoribus segmentis, & partes cum partibus; componendo, diuidendo, &c. ergo sunt in eàdem, siue iisdem proportionibus prædictæ, atq; aliæ omnes rectæ sectæ medià, & extrema ratione.

§ IV.

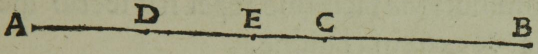
LEMMA I.

Si recta linea extrema, & medià ratione secetur, apponaturq; ei linea æqualis maiori segmento, tunc & tota recta lineà extremà, & medià ratione secabitur, & maius segmentũ

erit

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

erit ea, quæ in principio, recta linea. Et è conuerso. &c.



SIt recta AC in puncto D extremà, & medià ratione secta, & maius segmentum DC, cui æqualis apponatur CB. Aio tunc quod & tota AB extremà, & medià ratione secatur in puncto C, & quod maius segmentum est AC. Quod sic ostenditur. Nã AC ad ipsam CD, vel CB, est sicut CD, vel CB ad ipsam DA, ex hypothesi; & conuersim CB ad ipsam AC, sicut DA ad ipsam CD; & coniunctim BA ad ipsam CA, sicut AC ad ipsam CD, vel CB. Quod est propositum.

Quod si sit AB in puncto C secta extrema, & media ratione, & maius segmentum sit AC, de quo abscindatur CD æqualis CB, tunc AC in puncto D secabitur extrema, & media ratione, & maius segmentum CD. Nam AB ad ipsam AC, sicut AC ad ipsam CB, vel CD, & ideo, per decimam nonam quinti, sic erit BC, vel CD ad ipsam AD. Quod est propositum.

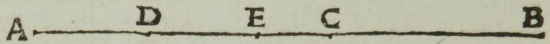
SCHOLION III.

LEmma præcedens est propositio 5 lib. 13 apud Euclidem, & eius conuersum (præter antec. ex Maurol.) est etiam apud Commãdinum in Comment. ad eam propositionem 5 lib. 13. Nos ijs iam satis vulgatis omissis, opposuimus ex Maurolyco, quæ est apud eum 5 propositio in primo libro, ex tribus, in quos compendiosius, ac facilius, quam Euclides, coegit libros elementares 13, 14, 15. Facit pro Tyronibus dum supponit tantum aliquas definitiones, ac vnicam prop. li. 5. quas in numeris habes apud nos in promptu. in 3 To. hu. Aer.

§. V.

PROBLEMA, & Praxis III.

Datam rectam lineam in infinitum vel imminuere, vel augere ita, vt in omni auctione, vel imminutione facillimè sẽper fiat sectio mediâ, & extrema ratione.



Data sit AB, quæ primo secta sit in C media, & extrema ratione, siue proportionaliter, vt AB ad AC, ita AC ad CB. Quæ per partes minores, ac minores semper extrema, & media ratione imminuetur sic. Interuallo minoris segmenti CB secetur maius segmentum AC in D (siue ad praxim expeditiorem, replicetur CB ex C in D) eritq; ipsa pars AC secta proportionaliter in D; & CD (quod erat totius AB segmentum minus CB) erit ipsius AC segmentum maius. Rursus ipsius AC segmentum minus AD replicetur ex D in E; erit pars DC secta proportionaliter in E; & DE, quod erat ipsius AC minus segmentum AD, erit ipsius DC maius segmentum. Ac sic deinceps replicando segmenta minora supra maiora in infinitum, fient maiorum segmentorum sectiones proportionales, & segmenta minora fient maiora in sectionibus maiorum, iuxta exempla allata per vlteriores semper imminutiones.

Quod attinet ad auctiones; sit DC, secta primo proportionaliter in E vt CE ad ED, ita ED ad DC. Maius segmentum DE apponatur ex D ipsi CD in directum, fiatq; auctio in rectam AC, quæ erit secta proportionaliter in D, & segmentum AD, quod erat maius (nempe ipsum DE in ipsa DC) erit iam minus in aucta AC. Rursus ipsius AC segmentum maius DC apponatur ex C ipsi CA in directum, fiatque noua auctio in rectam AB, quæ erit secta proportionaliter in C; & segmentum CB, quod erat maius (nempe ipsum CD in ipsa CA) erit iam minus in aucta AB. Ac sic deinceps explicando segmenta maiora in directum per infinitas auctiones, fiẽt semper sectiones proportionales maiorum, ac maiorum linearum auctarum.

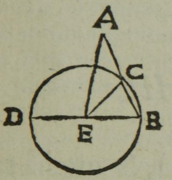
Demonstratio vtriusq; operationis in hoc 3 problemate patet ex antecedenti Lemmate. 1. &c.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

§. VI.

LEMMA II.

Si ſexanguli, & decagoni in eodem circulo deſcriptorum latera componantur, compoſita tota extremà, & medià ratione ſecatur, & maius ſegmentum eſt ipſius ſexanguli latus. & è conuerſo. &c.



VT ſi in circulo DCB deſcripto latus decagoni ſit CB, cui adnectatur in rectũ CA latus hexagoni in eodem circulo deſcripti, cuius diameter DEB, cẽtrũq; E. Aio quod AB in puncto C extremà, & media ratione ſecatur, & maius ſegmentum AC eſt latus hexagoni. erit enim angulus DEC duplus ad angulum ECB, per 32 pri. & angulus ECB duplus ad angulum A. Sed idem angulus DEC quadruplus eſt ad angulum CEB, per vltimam ſexti (*vide ſchol. ſeq.*) Igitur anguli A, & CEB æquales, & idcirco triangula AEB, BCE inuicem æquiangula, & ſimilia. Quare ſicut eſt AB ad ipſam BE, hoc eſt ad ipſam CA, ſic erit BE, vel AC ad ipſam CB. Atq; ideo AB in puncto C exrremà, & media ratione ſecatur. Quod erat demonſtrandum.

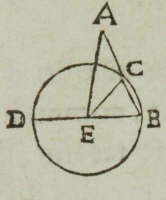
Quod ſi lineæ extremà, & medià ratione diuiſę maius ſegmentum ſit latus hexagoni in aliquo circulo deſcripti; tunc minus ſegmentũ erit latus decagoni in tali circulo clauſi. Item ſi minus ſegmentum ponatur latus decagoni, tunc maius erit latus hexagoni eiuſdem circuli. Quæ ſunt quaſi conuerſæ præcedentis. &c.

SCHOLION IV.

PRæcedens propoſitio eſt 9 libri 13 Eucl. quam habes, mi Tyro, opportunè ad finem huius li. 6. ab interprete Lantzio. nos hìc eam

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

dedimus cum suis quasi conuersis ex Maurolyco breuitatis simul, & copiæ, ac varietatis gratia. Dum vero ait: idē angulus DEC *quadruplus* est ad angulū CEB, *nos sine 33 prop. hu. 6. li. si lubeat pro Tyronibus in numeris indicabimus, posito angulorū quantitatē apud Astronomos, & Gnomonicos spectari è numero graduū arcùs subtendentis angulum, à quo tamquam centro ductus sit. Cum ergo recto angulo subtendatur arcùs quadrantis grad. 90, & duobus rectis arcus semicirculi grad. 150, & decagoni latus, iuxta sonum nominis, subtendat decimam partem totius peripheriæ grad. 360, idest arcus CB sit grad. 36, qualium est 180 semiperipheria DCB, ergo detractis 36 grad. arcùs CB ex 180 totius DCB, remanet arcus DC anguli DEC grad. 144, qui numerus est quadruplus numeri 36, idest angulus DEC quadruplus anguli CEB.*

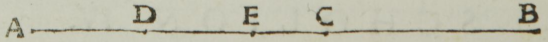


§. VII.

LEMMA III.

Si latus hexagoni secetur extremà, & medià ratione, erit maius segmentum latus decagoni inscribendi circulo, cuius semidiameter est latus hexagoni sectum media, & extremà ratione.

Hoc Lemma mox expediemus nos facilius, quàm Maurolycus, ex lemmate § 4, & Problemate § 5, sic. Finge latus esse hexagoni AC, & iuxta anteced. lemma, adiectum esse latus decagoni CB, ita vt tota AB secta sit in C ex-



tremà, & medià ratione. Replicetur, iuxta probl. § 5 anteced. CB in CD, erit per lemma § 4, AC secta in D medià, & extremà ratione, & maior portio DC æqualis, per constructionem, lateri decagoni CB.

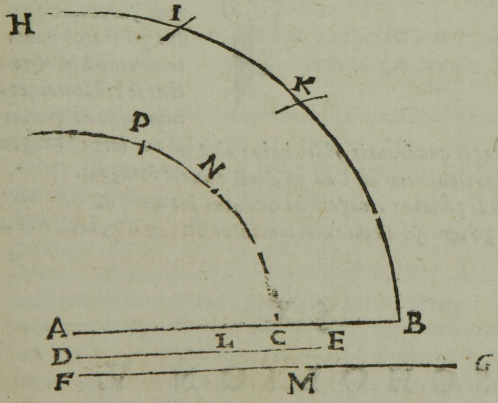
§ VIII.

PROBLEMA V.

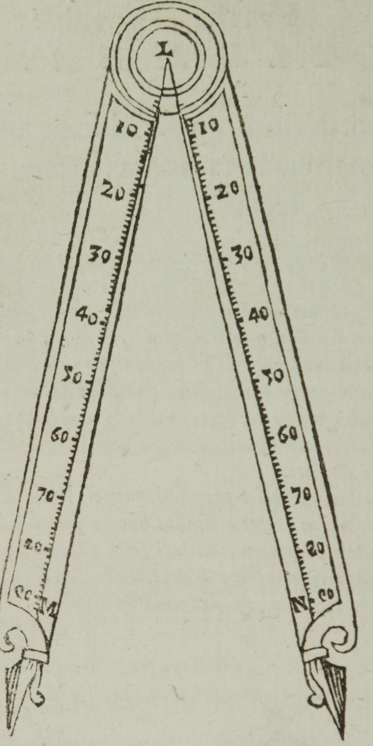
E circino proportionum expeditissimé datam rectam media, & extremà ratione secare.

QVemadmodum in praxi 2 ex antecedentibus, quæ purè geometrica est, è semel vnà proportionaliter diuisà lineà quotcunque aliæ proportionaliter diuiduntur, ita si semel proportionaliter diuisam vnam lineam transferas in vtrunque latus circini proportionum, poteris ex vnicà illà vnicæ lineæ proportionali diuisione diuidere proportionaliter quotlibet datas (vt mox videbis) expeditius, quàm per antecedentes modos geometricos. Atq; hic quidem organicus è circino proportionum geometrico demonstratiuæ solertiæ fundamento nititur.

Nam etiam sine translatione sectæ proportionaliter lineæ in vtrũque latus circini proportionum, latet arcanum hoc compendium geometricum in ea circini facie, in quam translati sunt gradus 90 quadrantis; est enim vtriusque lateris linea LM, LN ab L ad 60 diuisa in numero 36 secundum mediam, & extremam rationem, vt mox demonstrabo.



Itaque datam ver. gratia FG secturus media & extrema ratione, accipe illius quãtitatem, eamque interpone inter 60, & 60, diductis cruribus circini MLN, eàque immota manẽte didu-



ctione, accipe interuallum inter 36, & 36, eoq; ab alterutro datæ extremo F fac sectionem in M, eritq: FG secta in M mediâ, & extrema ratione. Demõstratio huius operationis patet è lemmate 3 præcedenti in § 7. est enim FG pro latere hexagoni, & maius segmẽtum FM latus decagoni. Nam positâ circuli peripheriâ graduum 360, eàq; per 6 diuisà, latus hexagoni circulo inscripti subtẽdit gradus 60, & per 10 diuisà eàdem peripheriâ, latus decagoni subtendit gradus 36 (atq; habes in circino LMN rectas subtẽdentes etiam vsq; ad gradus 90 nempè integri quadrantis) ideo habes ab L ad 60 latus hexagoni diuisum proportionaliter ab L ad 36, idest à latere decagoni.

Vt ergo ab L 36 latus decagoni ad 60 latus hexagoni, & c. sic interuallum inter 36, & 36 ad interuallum inter 60, & 60, idest FM ad FG, &c.

§ IX.

SCHOLION V.

Geo-

Geometrica philoſophatio cum paradoxo diſſolutoria oppoſitionis Arithmeticę contra operationem anteced. § 8.

QVoniam igitur hexagoni latus 60 diuiſum eſt media, & extrema ratione à decagoni latere 36, eſtq; ſecti 60 maius ſegmentum 36, minus 24, erit quadratum ex maiore ſegmento æquale rectangulo ſub tota 60, & minore ſegmento 24, per 17 huius. Eſt autem in numeris rectangulum ſiue productum è 24 in 60 numerus 1440. erit igitur & quadratum rectangulo æquale nempe ex ductu lateris decagoni 36 in ſe. At hoc non eſt. nam 36 in 36 ducta producunt 1296. Quis autem non videt non eſſe æquale quadratum 1296 rectangulo 1440? Ergo ex tuo iſtoc circino proportionum, inquit Tyro, prauè ſecaſti datam FG in puncto M pro media, & extrema ratione; ac latus hexagoni non ſecatur à latere decagoni extrema, & media ratione.

Reſpondeo primo. Anguſtiæ ſunt inter duas ſibi oppoſitas demonſtrationes, quarum neutram non eſt poſſibile negari. Nam Geometrica demonſtratio in anteced. § 7 non patitur dubitationem, ab eaque patet latus hexagoni ſecari à latere decagoni extremà & medià ratione. Oppoſitè tamen, demonſtratio arithmetica eſt, quadratum ex latere decagoni non eſſe æquale rectangulo ſub latere hexagoni, & ſub minore ſegmento. Quid igitur dicendum? Tam certum eſt, ac demonſtratum id, quod impugnatur, quam id quod impugnat; ideo nec impugnatio labefactat impugnatum, nec impugnatum tamen ſoluit impugnationem.

A partibus ad totũ non valet argumẽtũ.

Reſpondeo nihilominus ſecundo, Aliquando non valet argumentari ab omnibus partibus ad totum, quod ex ijs partibus conſtat. Aliquas enim aliquando affectiones patitur totũ continuatum, & non conciſum in ſuas partes, quas affectiones non habent partes etiam omnes ſimul ſumptæ totius. Sic & aliqua demonſtrantur aliquando in lineis, & figuris quantitatis continuæ, quæ non conueniunt etiam quantitati diſcretæ. Aliquando aliqua vera ſunt geometricè, quæ non poſſunt & arithmeticè vera oſtendi, præſertim vbi arithmetica ratiocinatio procedit per analogiam, quandam, non per identitatem cum geometricis, Ad vitandas igitur aliquas fallacias in elementaribus philoſophationibus videndum eſt in quo genere ſit demonſtratio, & ſi in genere quãtitatis continuæ, ſunt etiam conſequentes proprietates demonſtratæ intelli-

Nõ omnia geometricè demonſtrata poſſũt & arithmeticè demõſtrari

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

telligendæ in eodem genere, idq; fermè; licet plerunq; ita conueniant sorores Geometria, & Arithmetica, vt idem ab vtraq; demonstretur; tamen aliquando singulæ suam sibi sepositam habent dotem, qua non licet promiscuè vti, atq; abuti.

In exemplo igitur oppositæ hîc difficultatis, proprietas illa, quam propos. 17 hu. lib. 6 demonstrat consequi ex tribus rectis lineis proportionalibus, vt mediæ quadratum sit æquale rectangulo sub extremis, accipienda, & intelligenda est in subiecta ibi materia, nempè in quantitate continuà. Nam in quantitate discreta, idest in lineis per numeratas æquales partes concisis fallet te, mi Tyro, in eo casu peculiari, licet in aliquibus alijs geometricis non fallat Arithmetica.

Nullus numerus potest inæqualiter ita bifariari, vt productũ ex toto ĩ minorẽ partem sit æquale quadrato maioris partis.

Ratio fallaciæ, siue deficientiæ illius in Arithmeticis est quia nullus numerus ita potest in duos numeros diuidi, vt numerus productus ex toto in minorem partem, æqualis sit quadrato partis maioris. Idque demonstratur in Arithmetica philosophia ex absurdis impossibilium consequentiũ. Quas demonstrationes vide, præter alios, apud nostrum Clauium ad lib. noni propositionem 14, sub finem, atq; etiam ad 29 propos. eiusdem libri. Sic apud Commandinum ad lib. 9 proposit. 15, Barlam quidam monachus demonstrat etiam arithmeticè geometrica priora decem theoremata lib. 2 Eucl. tamen deficit in theoremate 11, quia non omnia vtriq; scientiæ conueniunt, licet pleraq; propter antedicta.

Igitur quid mirum si geometricè demonstratum est in antec. § 8 hexagoni latus à decagoni latere secari media, & extrema ratione, & tamen nec vtriusq; lateris in partes æquales concisi, nec vtriusq; segmenti maiores, & minores numeros habere proprietatem, quam habent lineæ, & latera illa geometricè sumpta? Idest vt quãtitates sunt cõtinuę; scilicet vt maioris segmenti, ac lineæ quadratum sit æquale quadrato sub reliquis duabus lineis extremis. Constat igitur operatio diuisionis lineæ datæ secundũ mediam, & extremam proportionem per circinum proportionum geometricè peracta, licet arithmeticum examen per numeros particularum æqualium in lateribus hexagoni, & decagoni sit fallax. Concludamus cum paradoxo: Trium linearum inter se proportionalium quadratum ex media non est æquale rectangulo sub extremis. Quod videtur contra 17 propos. huius, tamen ex antecedentibus est solutum.

Paradoxum cõtra 17. propos. huius.

§. X.

PROBLEMA VI.

Datà

Datà lineà pro minori ſegmento, addere illi alteram pro maiori ſegmento, ita vt tota compoſita ſecta ſit extrema, & media ratione.

Esto recta data linea MG pro minori ſegmento, cui quæritur altera linea, quam addere opportet pro maiori ſegmento, ita vt ex vtraq; compoſita ſecta ſit medià, & extremà ratione. Interuallum datæ MG interponatur inter nu. 24, & 24 circini proportionum diducti, eaq; diductione manente, accipiatur interuallum inter 36, & 36, eoq; ex M ſecetur GM producta in F, eritq; compoſita FG ſecta extremà, & media ratione. Nam FM 36, & MG 24 conficiunt 60 latus hexagoni, eſtq; maius ſegmentum FM 36 latus decagoni. Ergo, per lemma 3 in § 7, facta eſt additio maioris ſegmenti FM dato minori MG ita, vt tota compoſita FG ſecta ſit in M medià, & extrema ratione.

§ XI.

PROBLEMA VII.

Datà rectà pro maiori, ſegmento addere minus conficiẽs ſectionem totius proportionalem.

Dati ſegmenti maioris interuallum interponatur in diducto circino proportionum arcuum quadrantis inter numeros 36 & 36, &, immotà manente diductione, accipiatur interuallum inter 24, & 24, eoq; ex M ſecetur FM producta in G, erit, per antecedentia, compoſita FG è ſegmentis in M proportionaliter eam diuidentibus.

Aliter èadem problemata 6, & 7. &c.

Diducto circino proportionum ad interuallum dati minoris ſegmenti MG 24, accipiatur interuallum inter 60, & 60, & eo ex G ſecetur GM producta in F.

Diducto verò circino proportionum ad interuallũ dati maioris ſegmenti FM 36, rurſus accepto interuallo inter 60, & 60, ex F ſecetur

tur FM producta in G. Demōstratio operationis patet ex lēmatib. antec.

Itaq; vel per additiones ad commune punctum M, & ex eo sectiones, ad extrema F, aut G, vel per compositiones, siue appositiones totius F G super alterutro segmento indefinitè producto, & per sectiones ab alterutro extremo F, G, soluitur problema.

§ XII.

COROLLARIVM II.

Datæ rectæ duas extremas proportionales adinuenire.

Hoc problema, quod quasi conuersum est propos. 17 huius § 6, & ibi geometricè soluimus hìc etiam organicè demonstratiuè deducitur, ac soluitur è proximè antecedentibus. Quoniam enim data futura est media inter duas inueniēdas, hoc est quadratum eius esse debet æquale rectangulo sub duabus inueniēdis, erit data pro segmento maiori. Cui si per proximè antedicta, adinueniatur minus segmentum ita, vt composita tota sit secta à cōmuni iunctura segmentorum extremà, & medià ratione, erit solutum problema.

§ XIII.

Vsus multiplices, atq; amplissimi, ac miræ affectiones lineæ sectæ secundum mediam, & extremam proportionem indicati.

Linea proportionaliter secta irrationali proportione cōciliat rationaliter etiā irrationalia infinita solida.

Campanus ad propos. 10. lib. 14 in suo Euclide, præter cætera, hæc habet: Mirabilis est potentia lineæ sectæ media & extrema proportione. Cui cum plurima philosophantium admiratione digna conueniant, hoc principium, vel præcipuum ex superiorum principiorū inuariabili procedit naturā, vt tam diuersa solida tū magnitudine, tum basium numero, tum etiam figura, irrationali quadā symphonia rationabiliter conciliet: *Habes in schol. § 9 antecedent. vnde intelligas quid sit lineā proportionaliter sectam habere proportionem irrationalem.*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Orontius propos. 1 *lib. de rebus Mathem. hactenus desider.* Huius diuinæ proportionis beneficio quinq; regularium corporum a b Euclide conciliata est harmonia. *Scilicet vsus sectæ proportionaliter rectæ lineæ est amplissimus in Stereometriâ; quin & ipsamet sectio miras habet proprietates. Vide specimina, & exempla ab initio lib.* 13. *Eucl. vsq; ad extremum* 15 *librorum elementarium, præter alios Authores reconditioris Geometricæ Philosophiæ. Ipsemet Orontius vtitur sectione ea lineæ proportionali pro circuli quadratione lib.* 2, *propos.* 11; *pro inuentione duarum mediarum proportionalium lib.* 1, *propos.* 2, *vnde præcipua Stereometria pendet. Ac affirmat in cit. prop.* 1. *lib.* 1. *per sectionem proportionalem rectæ lineæ:* Nos bonam partem eorũ, quæ in ipsis desiderabantur Mathematicis, tandem absoluimus. *Addit:* Admirabiles rationum compositiones, similitudinesue data linea recta in se se complecti videtur, quæ proportionaliter, seu media, & extrema ratione diuiditur.

Regularium corporum harmonia à lineâ rationaliter sectâ.

Quadratio circuli, & duæ mediæ à lineâ proportionaliter sectâ.

Propositione vero 2 *eiusdem lib* 1 *applicat sub angulo normæ lineam proportionaliter sectam, cuius ope quæcunq; pollicitus est, exequitur, nec dubitat affirmare de norma eà cum eà lineæ proportionaliter sectæ inscriptione, esse thesaurum, atq; addit.* Gnomonis *(cum ea linea secta)* instrumentum *(sic)* absolutum (citra affectionem) futura admirabuntur secula. *Bonus Orontius eloquitur candide id quod animo sentit, etiam de suo inuento. Ac licet aliquibus non videatur e[illegible] omnia præstare præcisè quæ pollicetur, tamen non erat quod eorum nonnemo inuidiâ, & odio etiam nationali Gallicum Philosophum tantopere argueret, sed si quæ minus probaret, omitteret, frueretur verò quamplurimis, quæ in eius Authoris libris valde laudanda sunt. Sane in Orontij Mathesibus facilitas, perspicuitas, varietas, & perpetuum acumen ingenij elucet, ac se præstat pro eo qui fuit Philosophus Mathematicus verè Regius. Apud quem vide in antecitatis locis vsus præcipuos, & insuetos lineæ proportionaliter sectæ.*

Reprehensi reprehensores Orontij.

Laudes Orontij.

Frater Lucas ex Oppido S. Sepulchri iusto libro complexus est miras affectiones ac vsus lineæ proportionaliter sectæ, præsertim è theorijs postremorum elementarium librorum Euclidis.

Vide & Pappum lib. 5, *propos* 41, 42, 44, 45, 46, 47, 48, *&c. Commandini commentaria in eas Pappi propositiones, in quibus habet theoremata, & vsus præclaros lineæ proportionaliter sectæ. Vide apud Euclidem, præter alias, propositiones* 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, *corollar. ex* 17, *& c. lib.* 13. *& lib.* 14, *propos.* 2, 4, 10, 23, 25, *& li.* 15 *in Schol. Clauij ad propos.* 13, *& in Schol. ad propos.* 14. *&c.*

Vsus lineæ proportionaliter sectæ apud Pappum & Euclidem.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Exempla aliqua vsuum geometricorum lineæ proportionaliter sectæ in aliquo problemate, ac theoremate circa figuras planas.

QVoniam Tyrones nondum imbuti sunt cognitione, ac nondum demonstrationibus instructi circa figuras solidas, de quibus agitur in posterioribus elementis, hic tantum apponam saltem vnum, vel alterum exemplum vsus lineæ proportionaliter sectæ in aliquibus figuris planis.

§. XIV.

PROBLEMA VIII.

Super data recta triangulum rectangulum excitare, quod habeat latera in eadem inter se proportione.

NE videamur omnes, è tam multiplicibus, vsus lineæ proportionaliter sectæ tantum apud alios indicare, nullos verò nos hic de nostro, ac non passim vulgatos apponere, præter insignem illum à nobis expositũ in antecedentibus de continuatione datæ proportionis in lineis innumeris ad maiores, & minores terminos, accipe hic etiam non contemnendum.

Sit data AB, super qua construendum sit triangulum rectangulum, quod habeat latera cõtinuè proportionalia, Secetur AB in C extremà, & medià ratione per varios modos antepositos. Deinde super AB describatur semicirculus ADB, ex C erigatur perpendicularis CD pertingens ad semicirculum in D, & iungantur rectæ AD, DB. Dico ADB esse triangulum primò rectangulum, quia angulus D in semicirculo rectus, est, secundò habere latera vt BD ad DA, ita DA ad AB. Quoniam enim sectio pro-

proportionalis est in C ipsius AB, est maius segmentũ AC mediũ proportionale inter AB, BC; est autem, per corollarium octauæ huius, latus DB & ipsum medium proportionale inter easdem AB, BC, ergo, per 9 quinti, AC, DB sunt inter se æquales. Rursus per corollar. 8 huius, latus DA est medium proportionale inter AB, AC (idest inter AB, DB, quod DB ipsi AC probatum est æquale) ergo tria latera BD, DA, AB sunt inter se continuè proportionalia. Quare super data AB constitutum est triangulum rectangulum, quod habet tria inter se continuè proportionalia latera, idq; ope rectæ sectæ proportionaliter.

Hoc idem problema possemus demonstrare etiam per trium laterũ in triangulo rectangulo quadrata proportionalia, quorum radices AB, AD, DB proportionnales educerentur, sed minoris ea esset probatio facilitatis, simplicitatis, perspicuitatis, quàm modò hìc allata. Ideo eam omittimus. Quod sæpius diximus, non quærimus pompam, & existimationem apud doctiores varietatis, & copiæ inutilis in doctrinà, sed facilitatem & vtilitatem Tyronum, vt sine tædio, ac lubentius è nostris lucubrationibus Mathematicæ Philosophiæ penitiora adyta penetrent.

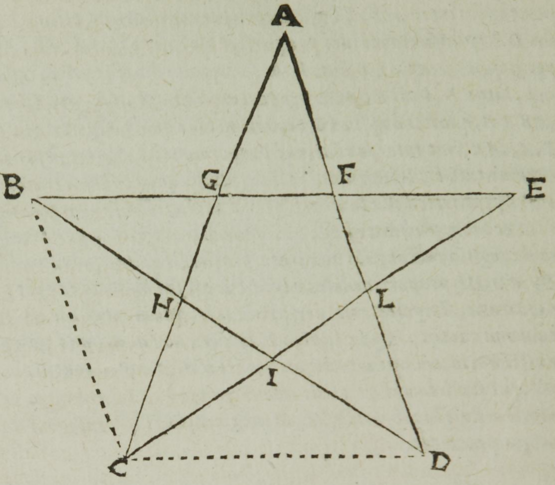
§. XV.

THEOREMA I.

Si dati pentagoni regularis latera vtrinq; producantur donec in angulos coeant, omnia latera secantur mutuis geminis sectionibus secundum mediam, & extremam proportionem, in quarum sectionũ alterà maius segmentum est latus pẽtagoni maioris circumscribendi, in alterà verò minus segmentum est latus dati minoris pentagoni. &c.

Sit datum pentagonum regulare, hoc est æquiangulum, & æquilaterum GHILF, cuius latera vtrinq; producta coeant in angu-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2



los A, B, C, D, E (coibunt autem per ea quæ à nobis demonstrata sunt in propos 2.progym.7.Apiar.3) dico singula latera producta AC, BD, CE, DA, EB secari gemina sectione secundùm mediam, & extremam rationem, verbi gratia latus BD secari prima sectione in H, & I ita, vt maius segmentum DH, vel BI sit æquale lateri, verbi gra. ipsi BC, vel CD lateri maioris pentagoni regularis circumscribendi per cuspides A, B, C, D, E. Dico præterea prioris sectionis maiora segmēta secari altera sectione secundum mediam, & extremam proportionē, verb. gratia segmentum maius BI secari in H, vel DH secari I extrema, & media ratione ita, vt commune minus segmentum HI sit latus dati minoris pentagoni regularis GHILF, tota vero secta sit æqualis lateri pentagoni maioris. Mira sane affectio propositæ figuræ, cuius omnia, & singula latera tot mutuis sectionibus concisa sunt solummodo sectionibus proportionalibus mediæ, ac axtremæ rationis, & consequenter prædita sint miris alijs proprietatibus, quæ consequūtur proportionalem eam sectionem in figura toties multiplicatam, sintq; per 17 huius, tot quadrata, & rectangula sub ijs segmentis maiora, minora inter sese æqualia. &c. Et latera pentagonorum. &c.

Ac patet quidem in figura segmentum HI, ac reliqua IL, LF, &c. esse latera dati minoris pentagoni, sed probandum erit ea esse minora

in

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

in sectione secundum mediam, & extremam proportionem. Vt vero vniuersa demonstratio singularum enuntiationum facilius à Tyronibus percipiatur, in aliquot particulas à nobis secabitur, alijs alias prælucentes, ac præparatorias.

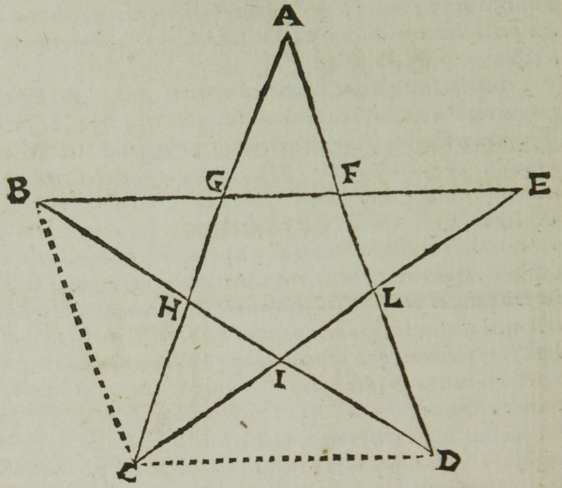
1 *Iunctis lineis BC, CD, &c. ad vertices A, B, C, D, E, fiet pentagonum regulare. nam (per probata à nobis in cit. propos. 2, &c. Apiar. 3) quina triangula sub ijs verticibus sunt isoscelia inter se omnia æqualia, AGF, BGH, CHI, DIL, ELF, ac propterea triangulorum item isoscelium, & æqualium BHC, CID, &c. bases æquales sunt BC, CD, &c. Angulus verò BCD est pentagoni, qui continet sex quintas vnius recti, iuxta dicta à nobis ad 32 prop. libri 1 Elem. in To. 1 huius Ærarij. Quoniam enim dati regularis pentagoni angulus HIL continet sex quintas vnius recti, reliquus HIC ad complementum duorum rectorum continebit quatuor quintas vnius recti; pariq; ratione angulus CHI continebit quatuor quintas ergo ad complementum duorum rectorum in triangulo tertius ad verticem HCI duas quintas recti cōtinebit. Rursus angulus CID ad verticem angulo pentagoni continet sex quintas vnius recti, ergo in isoscele ICD alteruter ad basim, ceu angulus ICD continet duas quintas vnius recti. Ac pari ratione angulus BCH continet duas quintas vnius recti. Cùm igitur singuli anguli BCH, HCI, ICD sint duæ quintæ vnius recti, simul compositi conficiūt angulum BCD sex quintarum vnius recti, hoc est angulum pentagoni. Parique ratione de reliquis ad reliquos vertices D, E, &c. iunctis rectis. Erit ergo pentagonum maius circumscribendum regulare, hoc est æqualium laterum, & angulorum.*

2 *Primæ sectionis in I, vel H maiora segmenta æqualia esse lateribus pentagoni maioris circumscribendi, verbi gratia ipsam HD æqualē esse ipsi CD facilè patet ex antedictis; nam angulus DHC continet quatuor quintas vnius recti, & angulus HCD constat è duobus HCI, ICD, quorum singuli sunt duarum quintarum vnius recti; ergo totus HCD est isosceles, & æqualia sunt latera HD, DC.*

Pariq; ratione de reliquis CG, CB. &c.

3 *Iam verò fieri mutuas sectiones media, & extrema ratione laterum CA, BD, &c. sic demonstro. Duo triangula BDC, CDI æquiangula sunt. nā angulus IDC vtriq; cōmunis est, &, per antedicta, anguli DIC, ICB sunt æquales, nempe anguli pentagonici sex quintarū vnius recti, reliqui vero tertij CBI, ICD singuli sunt duarum tertiarum. Igitur vt BD ad DC, ita DC (idest DH ipsi DC probatum æquale) ad CI (idest ad HB ipsi IC æquale, per citata in antedictis ex Apiar. 3) ac proinde DH est media proportionalis inter duas DB, BH, estq; pro-*

ptcrea



pterea BD secta in H secundum mediam, & extremam proportionem. Ac pariter de BD sectà in I, de CA sectà vel in G, vel in H; ac de reliquis.

4 Rursum segmẽtum maius DH sectum esse in I proportionaliter demonstratur è geminis triangulis DHC, CIH æquiangulis. nam DHC est communis angulus vtrique triangulo CIH, & HDC anguli HCD, CIH singuli sunt quatuor quintarum vnius recti, & reliqui tertij HCI, IDC sunt singuli duarum quintarum vnius recti, per ante probata. Igitur vt DH ad HC (idest ad ID ipsi HC æquale, per citata ex Apiar. 3) ita CH ad HI. ergo segmentum maius DH & ipsum sectum est in I media, & extrema ratione. Ac sunt, per antedicta, & probata, laterum minoris pentagoni productorum, & proportionaliter se mutuo secantium maiora segmenta æqualia lateribus maioris pentagoni circumscribẽdi, maiorum verò segmentorum proportionaliter sectorum minora segmenta sunt latera minoris pentagoni, &c. Quæ omnia erant demonstranda.

§ XVI.
COROLLARIVM,

In quo ſacra è pentagonicà cuſpi datà figura in antec. § 15, in gratiam Chinenſium Philoſophorum.

HAbet religioſi noſtrates Doctores apud Sinas ab antec. § 15 locũ ingerẽdę pię memorię quinque vulnerum Christi Domini, iuxta pentagoni cuſpidati applicationem apud aliquos, quam vides in appoſità figurà. In qua explicent humanæ redemptionis myſterium, & pretium. Quis enim damnet in Religioſo elementorum Geometricorum ornatore, atq; applicatore non ſolum apud Chinenſes, & exteræ religionis quoſcumque alios populos, ſed etiam apud Christianos noſtrarum regionum lectores, vel auditores eleuari pentagonam cuſpidatam figuram ad pia, religioſa, & ſalutaria? De qua figura in antec. § demonſtratum eſt totam eſſe in ea laterum ſectione, quam aliqui diuinam ſectionem appellarunt. Ac verè diuina ſic erit apud nos conſecrata.

Quinimmo ad eruditionem ſacram nec diſſimulandum cenſeo nummos aliquos argẽteos extare apud antiquarios; quos excudi iuſſit olim Syriæ Rex Antiochus cognomento Soter, in quibus Pentagonum id cuſpidatum eſt cum interpoſitis quinq; literis græcis ΥΓΕΙΑ, *ſalutem ſignificantibus.*

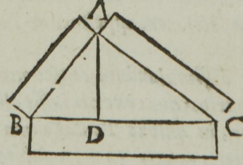
Inſpice

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Inspice schema secũdum hic appositum. Monumentum id est insignis victoriæ ab Antiocho de Galatis reportatæ cùm, in somnis admonitus, eam cum literis figuram vexillis militaribus imposuisset. Quin & Byzantij phalanx imperatoria Pentagonum idem cuspidatum scutis impreßum gerebat, ac nobiles illi milites appellabantur: Propugnatores: *quorum scilicet operà, & bellicà virtute salus exercitui cõparabatur. Dixeris, amice Lector, aptissimum prædictis ineße symbolum Religiosæ Cohortis, quæ Christi Iesu, seu Seruatoris, augustissimo nomine decoratur, & quæ Christianæ Religionis vbiq; gentium, etiam cum sanguinis effusione propagatricem, & propugnatricem se profitetur.*

Propos. XXXI. Theor. XXI.

In triangulis rectangulis figura, quæ fit à latere rectum subtẽdente, æqualis est figuris, quæ fiunt à lateribus rectum continentibus, similibus; similiterque descriptis.



a propos. 86.

SIt triangulum rectangulũ ABC rectum habens angulum BAC. Dico, id quod fit ex BC æquale esse illis quæ fiunt ex BA, AC similibus, simillterque descriptis. Ducatur perpendicularis AD, [a] erũtque

que triangula ABD, ADC à perpendiculari facta, & toti ABC, & inter se similia. Cumque ABC, ABD similia sint, erit vt CB ad BA, ita AB ad BD,[b] quando autem tres sunt proportionales, est vt prima ad tertiam, ita quæ à prima describitur figura ad figuram similem à secunda descriptam. Vt ergo CB ad BD, ita est figuta ex CB ad figuram ex BA similem, similiterque descriptam. Eadem de causa erit vt BC ad CD, ità figura ex BC ad figuram ex CA. Ergo vt BC ad BD, DC, ita figura ex BC descripta, ad figuras ex BA, AC descriptas similes, similiterque positas: æqualis est autem BC ipsis BD, DC; ergo & figura ex BC æqualis erit figuris ex BA, AC similibus, similiterq; descriptis. In rectangulis ergo triangulis, &c. Quod oportuit &c.

b cor. 2. prop. 20. 6.

Aliter. [c] Cum similes figuræ in dupla proportione sint homologorum laterum, habebit figura ex BC ad figuram ex BA duplam proportionem eius, quam habet latus BC ad BA. Habet verò & quod ex BC quadratum ad quadratum ex BA duplam proportionem eius, quam habet BC ad BA. [d] Vt ergo est figura ex BC ad figuram ex BA, ita est quadratum ex BC ad quadratum ex AB. Eadem de causa est vt figura ex BC ad figuram ex CA, ita quadratum ex BC ad quadratum ex CA. Est ergo vt figura ex BC ad figuras ex BA, AC, ita quadratum ex BC ad quadrata ex BA, AC. Sed [e] quadratum ex BC est æquale quadratis ex BA, AC; est ergo & figura ex BC æqualis figuris ex BA, AC, similibus, similiterque descriptis. Quod oportuit demonstrare.

c propos. 20. 6.

d propos. 11. 5.

e propos. 47. 1.

§ I.

SCHOLION I.

Campus geometricus, & vniuersalis ex vsu propos. 31 pro auctionibus, imminutionibus,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

diuisionibus, &c. quarumcunq; planarum rectilinearum figurarum, seruatâ semper eiusdem speciei figurâ in totis, partibus, residuis, compositis. &c.

Varios alios modos augendi, diuidendi, minuendi, &c. figuras habes à nobis in 1, & hoc 2 tomo, ac prætereà speciatim circa quadrata (ac etiam circulos) è 47 lib. 1. Hic vniuersè ex hac 31 de quibuscunq; figuris rectilineis planis similibus augendis, diminuendis, diuidendis vniuersaliter secundum quamcunq; lubitam, ac datam proportionem, ac seruatâ semper similitudine datæ figuræ in totis, ac partibus, aliqua in aliquibus exemplis exhibebimus instar plurium, quæ ab hac fœcundissima, & vniuersalissima 31 deduci possunt. Nos & breuissimè, & facillimè demonstrabimus sine argumentationibus ex lib. 5, permutando, componendo, diuidendo, &c. quibus aliqui vtuntur, seu potius abutuntur, dum non necessarijs ambagibus Tyronum ingenia implicant. Summa laus in Geometrica philosophia est non ostentationis, sed facilitatis doctrinæ, vt appareat non opinionem scientiæ apud alios captari, sed vtilitatem publicam legentium. Estq; ingenij perspicacioris quæ intelligit facilè exponere potius, quàm indicare aut implicare sub prolixis, & obscuris inuolucris quasi ænigmata, quibus Oedipo sit opus. Igitur ad rem propositam.

Laus facilitatis captāda potius, quam opinionis doctrinæ

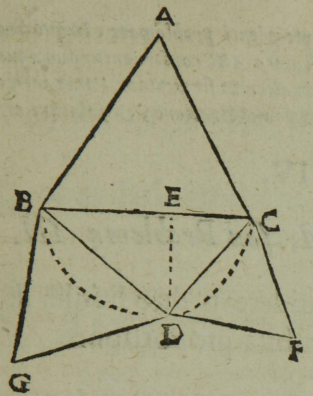
§. II.

PROBLEMA I.

Ex dato rectilineo imperatam partem in lubita proportione auferre ita, vt in ablato, & residuo seruetur eadē figura dati rectilinei.

Sit quæcunq; rectilinea figura, facilitatis gratia pro Tyronibus, æquilaterum triangulum ABC, à quo tertia pars auferrenda sit ita,

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2



ita, vt ablatum, & residuum sint triangula æquilatera. Super vno latere BC describatur semicirculus BDC. Deinde, acceptâ tertiâ parte rectæ BC in E, ex E educatur perpendicularis ad semicirculi arcum in D. Iuncta CD erit latus trianguli æquilateri, quod est tertia pars dati ABC; & iuncta BD erit latus triãguli æquilateri, quod est residuum ex ablatione tertiæ partis ab ipso ABC; suntque tres figuræ eiusdem speciei, ac similitudinis.

Quod equilaterum CDF sit tertia pars dati ABC, sic facile, ac breuiter demonstro. BDC est triangulum in semicirculo rectangulum; atq; ab angulo recto D demissa est perpendicularis DE; ergo, per corollar. prop. 8 huius, latus CD est medium proportionale inter BC, EC. Cùm ergo sint tres proportionales BC, CD, CE, erit vt prima BC ad tertiam EC, ita rectilineum ABC descriptum super prima ad rectilineum simile CDF descriptum super CD secundà, per coroll. 2 prop. 20 huius. At CE secta est tertia pars ipsius BC, ergo & CDF æquilaterum est tertia pars æquilateri ABC.

Quod verò æquilaterum BDG sit residuum, siue duæ tertiæ partes ipsius ABC patet ex hac 31. Nam ABC est æquale duobus BDG, CDF, vt ergo CDF est vna tertia, sic BDG est duæ tertiæ ipsius ABC.

Itaq; à dato rectilineo ABC detracta est pars imperata in proportione subtripla ita, vt & ablata tertia pars CDF, & residuum duarũ tertiarum BDG sint similis figuræ, nempe æquilateræ, cũ dato Æquilatero, &c.

§ III.

COROLLARIVM, seu Problema II.

Dato rectilineo duo æqualia construere lubitæ proportionis, & similia inter se, & ipsi dato.

HAbes id præstitum in antecedenti problemate. In quo finge postulari vt dato æquilatero ABC construantur duo æquilatera, quorum alterum alterius sit duplum. Vtere antecedenti constructione, & demonstratione, & solutum erit problema.

§ IV.

COROLLARIVM, seu Problema III.

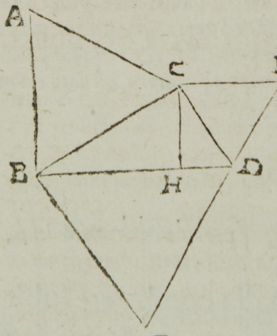
Datum rectilineum diuidere in duo similia dato, & inter se in subita proportione.

FIt, & demonstratur, vt antec. problem. 1, & 2. Vide, & vtere ad facilitatem praxis porismate hic inferius, § 7.

§. V.

PROBLEMA IV.

Datum rectilineum augere in subita proportione, seruatà eiusdem figuræ similitudine.



DAtum Aequilaterum triangulum ABC sit augendum tertia sui parte, ita vt etiam auctum sit æquilaterum. Per problema 1 antecedens inuentà dati ABC tertià parte, quæ sit æquilaterum CDF, iungantur duo eorum latera BC, DC in angulum rectum C, & iunctà basi BD, atq; excitato æquilatero BGD, erit id auctum tertia parte, nēpe addito CDF ipsi ABC, quibus duobus ipsum BDG est æquale, per hanc 31.

§ 6.

§. VI.

COROLLARIVM, seu Problema V.

Duobus datis similibus rectilineis tertiũ æquale, ac simile describere.

DVm enim auctum ex ABC additione ipsius CDF, & factum est BGD, nihil aliud factum est, quàm duobus datis ABC, CDF similibus constitutum simile, & æquale ipsum BGD. &c. Datorum igitur rectilineorum iunge bina latera homologa in angulum rectum, & excita simile super basi subtensa angulo recto, &c. & solutum erit problema.

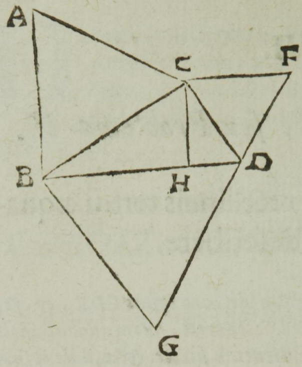
§. VII.

PORISMA.

Datis duobus rectilineis similibus, inuenire facillime quam inter se proportionem habeãt, etiam sine cognitione duplicatæ proportionis laterum homologorum iuxta 20 huius.

DAtorum æquilaterorum ABC, CDF latera CB, CD iungantur in angulum rectum C, & iunctà BD, ab angulo recto C demittatur perpendicularis CH. Dico rectilinea ABC, CDF habere inter se proportionem, quam habent inter se duo basis segmenta BH, HD. Quoniam enim, per hanc 31, ABC, CDF sunt partes conficientes totum BGD, & per problem. 1 ex antecedentibus, vt se habet BD ad DH, ita BGD ad DCF, idest compositum ex duobus ABC, CDF ad partem CDF; ergo diuidendo, per 17 quinti, vt se habet pars BH ad partem HD, sic ABC ad CDF. Quam vero proportionem habeant inter sese duæ rectæ BH, HD statim cognosces è

cir-



circino proportionum, iuxta ea, quæ ad antecedentes huius libri 6 propositiones non semel, atque etiam in Tomo prim. huius Aerarij docuimus ad propos. 10, § 3.

Finge igitur HD esse vnā quartam totius BD, habebit ergo ABC ad CDF proportionem triplam. Quod fuit inuestigandum, & inueniendum, sine alia cognitione proportionis duplicatæ (quæ aliquando Tyrones implicat) laterū homologorum BC, CD in similibus rectilineis ABC, CDF, iux. 20 hu.

§ VIII.

SCHOLION II.

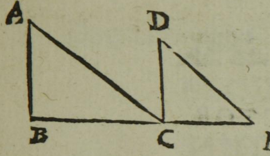
HActenus sat esto pauculis antecedentibus exemplis indicasse vsum amplissimū huius 31 propositionis in Geometricis problematibus soluendis non è vulgatis alijs modis ab alijs propositionibus. Plura addat Tyronum industria, quam ad vlteriora nostris hisce Geometricis vestigijs prouocauimus.

Est verò mirifica hæc 31 propositio ab Euclide vniuersalissima tantæ apud nos dignitatis, vt illi nos iniuriam facturos arbitremur, si post eam vllam aliam in hac 2 parte Tomi secundi huiusce illustremus, & vsibus vllis applicemus. Itaq; pro sua dignitate claudat agmen antecedentium nostrarum applicationum hactenus in hoc secundo tomo à nobis expositarum. Expositarum, inquam, quia præcipuas tantum aliquas alias breuioribus notis indicabimus ad aliquas propositiones reliquorum Elementorum geometricorum in tertio huius Aerarij Tomo, iuxta ea, & ob eas causas, quas in præfationibus huius 2 Tomi, ac 3 sequ. attulimus.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Propos. XXXII. Theor. XXII.

Si duo triangula, duo latera duobus lateribus proportionalia habentia, ad vnum angulũ componantur, ita vt latera homologa sint parallela, reliqua latera in directum erunt constituta.



SInt triangula ABC, DCE habentia duo latera BA, AC, duobus DC, DE proportionalia. Vt AB ad AC, ita DC ad DE, sintq; tam AB, DC, quam AC, DE parallela. Dico CE ipsi BC in directum esse. Cum enim in AB, DC parallelas recta AC incidat, [a] erunt anguli alterni BAC, ACD æquales. Eàdem de causa & CDE, ACD æquales erunt: vnde & BAC, CDE æquales sunt. Cum igitur duo triangula ABC, DCE vnum angulum, qui est ad A, vni, qui est ad D, æqualem habeant, & circa æquales angulos latera proportionalia, vt [b] BA ad AC, ita CD ad DE, æquiangula erunt: anguli igitur ABC, DCE æquales sunt. Ostensi autem sunt & ACD, BAC æquales; totus ergo ACE duobus ABC, BAC est æqualis; cõmunis ACB addatur, & erunt ACE, ACB æquales his, BAC, ACB, CBA: [c] sed hi tres duobus rectis sunt æquales: ergo & ACE, ACB duobus rectis æquales erunt. Ad punctũ ergo C rectæ AC duę rectæ BC, CE, non ad easdem partes positæ, angulos deinceps ACE, ACB duobus rectis æquales faciunt; in [d] directum ergo est BC, ipsi CE. Si ergo duo triangula, &c. Quod oportuit demonstrare.

a propos. 29. 1.

b propos. 6. 6.

c propos. 32. 1.

d propos. 14. 1.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

SCHOLION.

Propositionem 33 hu.lib.6 habes apud nos in loco pro nostra methodo opportuniore, ad propos. 27 lib. 3.

Nonam vero, & decimam è lib. 13 ab interprete Lantzio additas in fine huius li. 6 nos ex traditione Maurolyci apposuimus probandis nostris commentationibus partim ad propos. 30 hu. partim ad 15 li. 4, vt vidisti in antecedentibus, & videbis in sequentibus in 3 To. hu. Aerar.

AMICE LECTOR,

Triangulum appositum reponendum est ad figuras propos. 25, lib. 6 Elem. in hoc 2 To. Quod ibi est excedit veram, & requisitam in propositione quantitatem. Quod hic est omissum est per errorem. Hæc, vt nihil à nobis diligentiæ requiras. Præterea —

— Pro citata aliquando tertia parte hu. 2 To. intellige tertium Tomum post sequentem Epinomen.

EPI.

475

EPINOMIS
POST PARTEM II
TOMI II
Ærarij Philosophiæ Mathematicæ,

IN QVA

Gnomonicæ, & Machinariæ Philosophiæ

EXODIA sunt horaria,

SANDALIVM,

CITHARA,

MICROCOSMVS,

ARCVS,

TYMPANVM.

In gratiam Chinensium Philosophorum.

✠

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

AMICO LECTORI

Rationes huius Epinomis, & Exodiorum.

CVm primum Geometricus Doctor præsertim è nostra Societate apud Sinas (pro quibus nostra hæc allaborata non semel ediximus) Auditoribus suis exposuerit vel omnia, vel pro libito pleraq; saltem è præcipuis, quæ à nobis applicata sunt propositionibus primi, & (iuxta nostrã methodum) secundo loco sexti librorum elementariorum, expediet (experiẽtia me sic edocuit) à Geometricis Tyrones breui saltem aliquo tempore attollere ad sublimiora, si non certiora, mixtarum aliquarum scientiarum Mathematicarum, quarum vsus crebriores esse solent reliquis in scientijs, ac artibus, velut ad Astronomica, Geographica, Machinaria, Optica, & si quę alia sunt geometricè circa physicas materias philosophantia.

Commodum accidit, vt in antecedentibus vtroque Tomo Ærarij varias propositiones exposuerimus, quæ faciunt pro Astronomicis, Geographicis, Opticis, Machinarijs, & varias docuerimus linearum rectarum, & circularium diuisiones, quæ vsui erunt in sequentium Exodiorum figuris, & organicis operationibus. Igitur nostræ Methodi hæc prima sit periodus, & statio circa aliquid è sphæra cælesti, ac terrenà exponendũ. Tum, quasi praxes Astronomicarum theoriarum, apponantur Tyronibus quinq; sequentia in hac Epinomi horaria Machinamenta. Quæ licet Chinensibus proponamus, nostris tamen Europæis erunt fortasse non inutilià.

Ac merito hisce Horarijs Exodia nomen fecimus, quasi ἔξω τῆς ὁδοῦ, quia quædam sunt extra viam, & methodum quasi diuerticula leuandis Tyronum animis aliqua varietate, ac nouitate, vt reliquum itineris geometrici strenuè magis persequantur.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

tur. Ideo & Exodiorum Epinomen appellamus, nempe ſtrenam (quæ Græcis ἐπινομὶς) feſtum munuſculum animis philoſophicè, quaſi dicam, ſtrenuandis.

Exodia etiam ſunt iuxta morem antiquorum dramatum, quorum aliquando prolixitatem interpoſitis iucunditatibus hilarabant, ne tædium Auditores inciderent. Sed illi ficta ludicris interpolabant; nos hìc in veris, ac feriò demonſtratis feriamur.

Atq; hæc paucula Prologi loco. Quinq; quaſi Actus quinarũ horariarum inuentionũ mox conſequentur. Sub furis perſonà in primo Exodio primus prodit Gnomonicus Genius. *Faueto Lingua*, mi Lector. Et caue de grege ſis eorum, qui de alienis malè loquentes peius ipſi audiunt.

Vale.

SAN-

1.6.277 BK2

SANDALIVM.

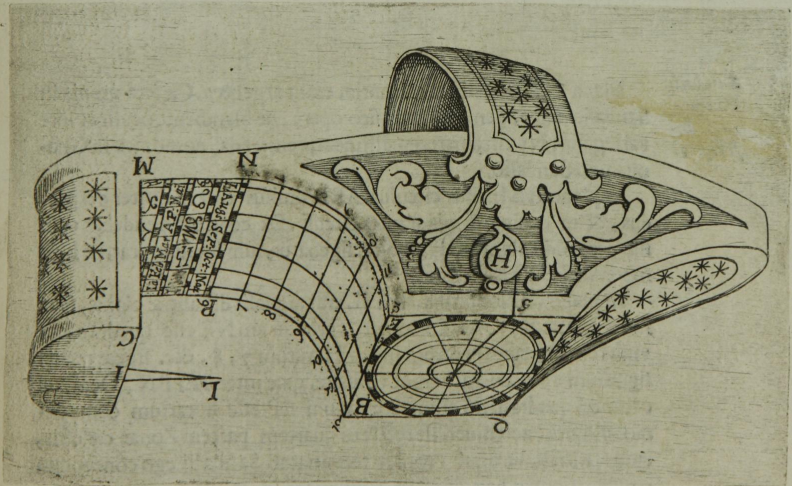
Exodium horarium I.

PROPOSITIO I.

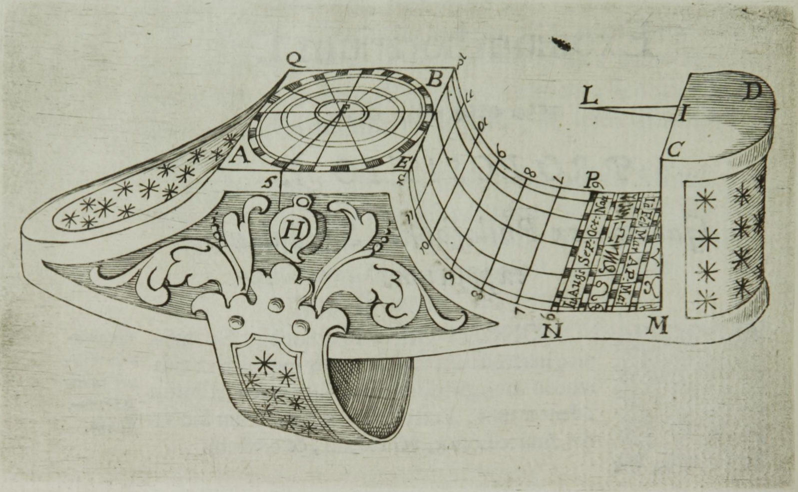
Gnomonicæ Philoſophiæ Sandalium expoſitum.

GNOMONICVS Genius Philoſophiæ Gnomonicę inacceſſa adyta clam nuper ingreſſus, ex eius mundo muliebri Sandalium ſurripuit, ac ſtatim ad me attulit. Erat id eius formæ, quam hìc vides, Amice Lector, vel rectam, & erectam;

Gnomonici Genij furtũ ſcientificum.



vel, si malis, hic supinam.



Sandalij Gnemonici descriptio.

Plana ABCD terram calcantia, erant argentea. Cætera omnia in Sandalio aurea, gemmea, mirifico opere, ac blandiente oculis colore variegata. Ne circa parerga distinear, venio ad Gnomonica in Gnomonico Sandalio.

In plano AB incisus circulus AEB diuisus erat in quater 90 gradus, & in 90 singuli quadrantes circuli. Ex centro F pendebat cum filo perpendiculum FGH, quod refigebatur, cum lubitum erat, ex F, & sub lamella H claudebatur.

In plano CD longitudo styli IL erat æqualis distantiæ planæ, siuè lineæ rectæ MN. Animaduerti curuaturam NE esse quadrantem vnius circuli, cuius centrum in L. Horarum 7, 8, &c. lineæ rectæ, signorum verò Zodiaci erant curuatæ, quæ inter BE, PN. Denique comperi quadrantem cilindricè cauum EP esse horarium compendiosissimum, ac vniuersale referens quartam partem Zonæ cælestis, cuius latitudo vtroque Tropico terminatur. Sandalij ego conceptam constructionem breuissimam, facillimam, ac scientificam mox docebo, deinde vsum.

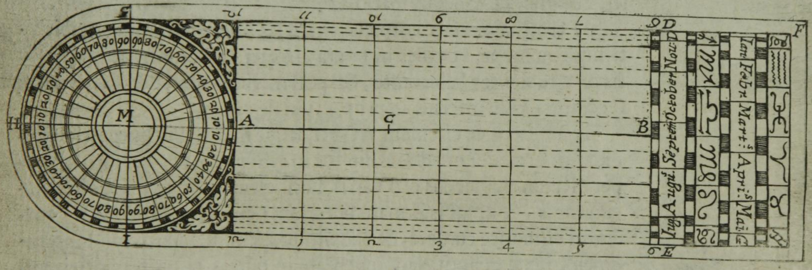
Pro-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

PROPOSITIO II.

Sandalium Gnomonicum, hoc est Horarium uniuersale Zonæ cælestis torridæ facillimè construere.

QVoniam horaria sortiuntur appellationem à circulis cælestibus, quibus sunt parallela, hoc autem parallelum est Zonæ cælesti, quæ torridæ in terris correspondet, ideò libuit appellare Horarium Zonæ cælestis torridæ.



1 Inductâ AB indefinitâ pro amplitudine Horarij describendi sumantur sex spatia æqualia, per quorum terminos, ac puncta ducantur occultæ, ac indefinitæ septem lineæ. Deinde ipsius AB, quasi quartæ partis peripheriæ circularis, accipiatur diameter, sic ratiocinando. Si (ex Archimedis calculo) peripheria 22 dat diametrum 7, peripheria 24, nempe quadruplicata AB, quid dabit? Ex vsu Regulæ aureæ prodibit quartus numerus $7\frac{7}{11}$, minutijs ad latiores reductis. Ad praxin faciliorem, erit quæsita diameter interuallum septem horarum in ipsa AB vna cum quinq; octauis vnius horæ, paullo insensibiliter plus. Accepti ergo spatij, siue lineæ ductæ horarum 7, & $\frac{1}{8}$ vnius horæ, dimidia pars est quæsita semidiameter, ad cuius inter-

Pro plano in curuando circulariter in quadrãtẽ ratio inueniẽdæ semidiametri.

uallum ducti circuli quarta pars erit curuatura pro cilindricè incauato quadrante, ad quem aptanda,& incuruanda erit AB.

Signorũ Zodiaci per lineas horarias ducẽdorum modus.

2 Eadem semidiameter terminabit,ac signabit parallelas horarias lineas terminis signorum Zodiaci sic.Diducto circino ad interuallum prædictæ semidiametri (quod interuallum finge esse CB) centro C duc arcum circuli tangentis in B, & ope circini proportionum iuxtà ea, quæ docuimus ad 9, & 10 propositiones vtriusque tomi Aerarij, vel alia arte,accipe vtrinq; a B ad D,E maximas Trapicorũ,& aliorũ signorum minores declinationes, iuxta tabellam, quam apud nos habes in Apiar.9.cap.6; & aptatà regulà ad C, & ad terminos, siue gradus declinationum in arcu ducto per B, v de vbi èadem regula signet lineam horæ inter D,E.Ea hora sic signata dabit & reliquas signatas, si nimirum sectiones in hora 6 transferantur in horæ 12 lineam, & aptetur regula ad sectiones signorum in vtraque extrema linea , siue hora 12,& 6;regula enim intermedias reliquas horarias lineas signabit,vt vides in apposita figura. Ac de more distingues per gradus mẽses, & signa, vt habes in spatio EF.

3 Terminatas verò Tropicis parallelas lineas horarum notabis vtrinque numeris, vt vides in figura , in qua 12 horas senarijs oppositis progredientes habes ante , & post meridianam , &c. Cætera huc spectantia vide inferius in prop.4, vbi de vsibus.

Ex altera parte circulum AGHI,atque in illo illi concentricos diuides in quattuor quadrãtes diuisos in gradus 90,vt ex centro M perpendiculum suspendas pro varijs Poli eleuationibus. Denique incurruabis , & aptabis Zonam horariam (cuius longitudo AB) quadranti cilindricè curuato, & habenti pro semidiametro styli longitudinem, iuxtà quantitatem inuentam in num. 1 huius propositionis. Qui stylus erigatur vel ex B medià lineà horæ 6, vel aliunde , modo eius vertex sit in centro quadrantis ex circulariter curuatà AB . Ceu vides apta, & aptata omnia in Sandalio Gnomonico propositionis 1 antecedentis.

Styli longitudo,& locatio.

Animaduersio pro constructione fabrili, & physicà Sãdalij.

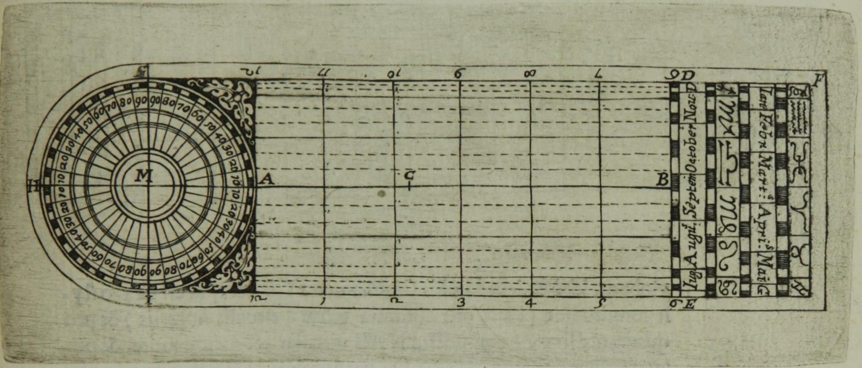
Animaduertendum verò est pro praxi, & pro apta forma Sandalij,(ne difformiter gracile formetur) non esse necesse curuaturam inter BN esse illius solummodo latitudinis, quæ vtroq; Tropico clauditur , sed dilatandam esse vltrà terminos horarum vtrinq; ita , vt vacet spatium extrà notas horarias Dummodo enim,in fig prop. 1,intrà cauum BN sit descriptum horarium, nihil refert si citrà EN , & vltrà BP vacent spatia.

Scho-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

SCHOLION,

In quo hallucinatio Tyronibus patefacta.



QVid multis? inquit Tyro, accipe ſpatium 4 horarum, & habes ſemidiametrum, hoc eſt ſextam partem circuli, cuius quadrans fit ex curuata circulariter AB. At fallacia eſt, quia ſemidiameter ſubtenditur quidem arcui quattuor horarum, ſed minor eſt arcu quattuor horarum in planum proiecto. Propterea CB minor eſt ſpatio quattuor horarum inter 2, & 6 horas in linea recta AB. &c.

Cautio in accipienda ſemidiametro pro quadrante in Sandalio.

PROPOSITIO III.

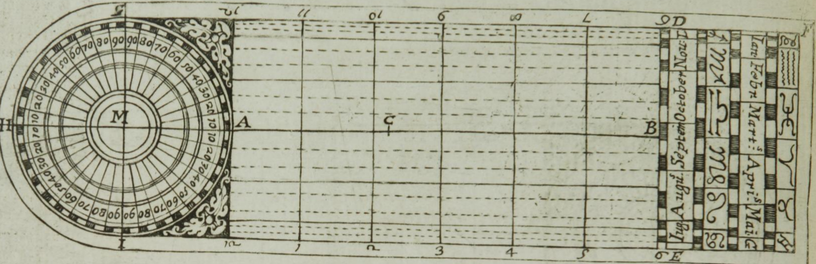
Theoriæ praxeωn antecedentium.

Proiectura optica Zodiaci in planā, & in cilindricā concauam ſuperficiē.

1 QVarta pars plagæ cæleſtis (in qua ſunt circuli & Æquinoctialis, & horarum Aſtronimicarum, & paralleli ſignorum Zodiaci vſque ad vtrumque Tropicum) quæ ſphæricè curua eſt, hic proiecta eſt in planam cilindrice curuatam, dum circulorum horariorum curuitates in rectas lineas abiectæ ſunt. Quoniam autem declinationes ſignorum ſunt arcus

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

cus Colurorum, Coluri autem, & Aequinoctialis, & horarij circuli ſunt maximi circuli in ſphæra pro communi centro habentes terræ



globum, ideò eadem à nobis ſemidiameter CB accepta eſt & pro ſtyli longitudine (ideſt pro diſtantia terræ à circulis horarijs) & pro quadrante lineæ Aequinoctialis AB circulariter incuruandæ, & pro arcu Coluri ſignantis ſolſtitia D, E, & reliqua Zodiaci ſigna in planum proiecta.

Theorice circuli pro eleuationibus poli.

2 Circulus verò AGHI eſt inſtar meridiani, & pro axe Mundi eſt diameter GI, & pro vtroq; Polo (ſiue pro pro Arctico) eſt vtrumlibet extremorum G, & I; cuius Poli pro varia regionum obliquitate eleuatio proditur a quantitate arcus ſecti a perpendiculo, &c. vt horarium ſit vniuerſale.

Denique puta horarium vniuerſale à nobis poſitum in 1 Progymnaſmate Apiarij 9. idem eſſe cum hoc, niſi quod hoc cilindricè, ſeu circulariter incuruatum eſt, illud verò & proiecturas inæquales, & vſum in plano habet. Viſe illuc, & confer cum hoc.

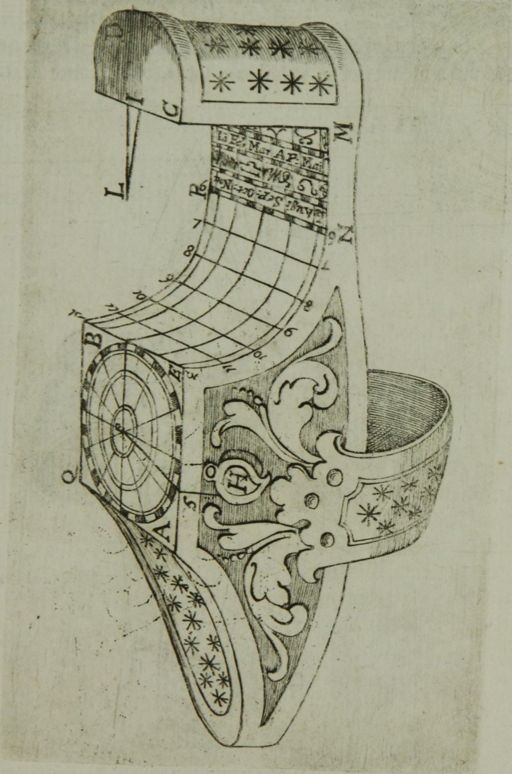
PROPOSITIO IV.

Vſus Sandalij gnomonici pro horis ad quamlibet poli eleuationem cognoſcendis.

V.ii-

1 **V**Niuersè loquendo obuerte Soli, atque oppone cauum cilindricum quadrantem horarium EP. Speciatim verò, ac pro horis ante meridiem Sandalium astronomicè vt collocetur, illud erige, & Soli concauum oppone vt hic

Pro horis agnoscendis ante meridiē sub sole Australi.



vides, radiáte Sole tibi ad sinistram; circulum vero AB ita obliquato, vt perpendiculum & radat circuli planum, & signet gradum eleuationis polaris. Simulq; vmbra è vertice L signet Solis parallelū (vel diem mensis) inter lineas horarias. Ibi enim erit hora, vel horæ pars

quæ.

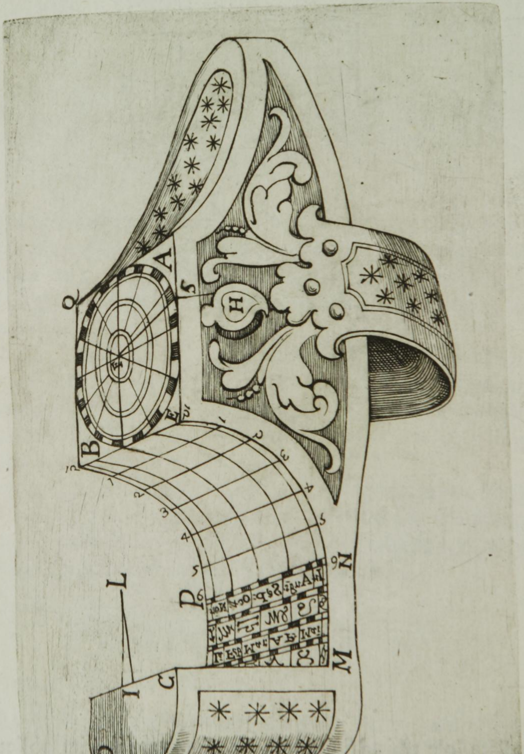
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

quæsita. Numerabisque a P ad B descendendo 6, 7, 8, &c.

Quoniam vero breuitatis gratia positus erat vnicus ordo Signorum congruens cum cursu Solis (in Sãdalio Gnomonicæ, quæ sorori Astronomię in omnibus congruit) intelliges, ac efficies vmbram cadentem in signum oppositum signo, in quo Sol versatur. Verbi gratia, Sole versante in signis Australibus, puta in ♏ gr. 10, fac vmbra cadat in 10 ♌. &c.

Ante meridiẽ sub sole etiã Boreali.

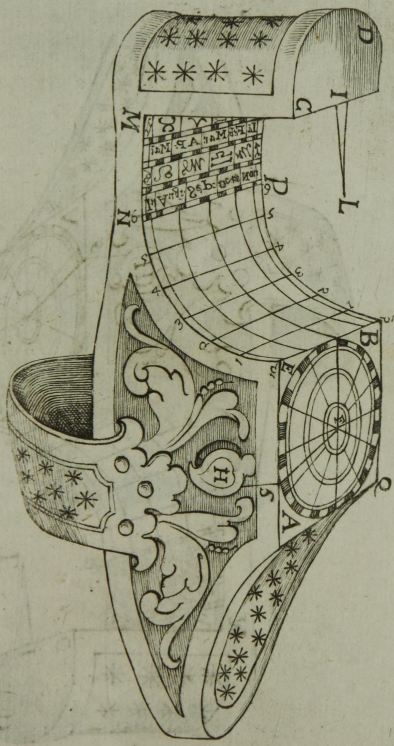
2 Sole vero versante in Signis Borealibus, quo tẽpore oritur ante sextam a media nocte, vt habeas quotlibet horas ante sextam, inuerte



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

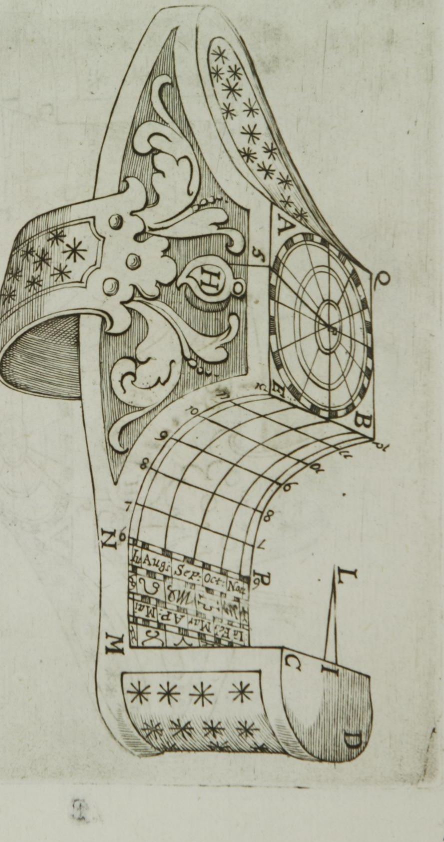
Sandalium, vt hic vides ad ſiniſtram, perpendiculo radente gradum eleuationis Polaris in ſemicirculo EB; ac Solis radius proijciat vmbrã è ſtylo in ſignum oppoſitum (vt prædictum, & cautum eſt in fine numeri 1 antecedentis) atque indicabit horam deſcendendo à B verſus P, ac numerando 1, 2, 3, &c.

3 Pro horis poſt meridiem verte Sandalium, vt hic vides in 3 ſitu Sandalij, radiante tibi Sole pariter ad ſiniſtram atq; in oppoſitũ ſignũ. &c. Vmbra ab E aſcendet verſus N, & numerabis horas 12, 1, 2, &c. *Poſt meridiẽ ſub Sole Auſtrali.*



Post meridiē sub sole etiā Boreali.

4 Quo tempore Sol occidit post sextam à meridiè, vt quotlibet horas habeas pro regionis, & temporis exigentia, inuerte Sādalium vt hic vides. Sol enim post sextam proiiciet vmbram ascendēdo ab N versus E, numerabisq; horas 6, 7, 8, &c. Atque in omnibus hisce Astronomicis collocationibus Sandalij memento perpendiculi signātis eleuationem Poli vel ad partes inter EB, vel ad inter AQ.



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Habes, mi Tyro, Gnomonicæ Philosophiæ Sandalium horarium vniuersale non indignũ, quo etiam Regina quælibet donetur, certe cui regia cedant Sandalia. Ac vide quāti facienda sit ea scientia, quæ sub pedibus Cælos, & sydera gestat; cuius vel in Sandalio tantum latet Philosophiæ, atque vsuum Astronomicorum pro Ciuili vita, & humanis actionibus per certa tempotum spatia ritè ordinandis. *Vel Sādalio Gnomon. Philos. dignitas*

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

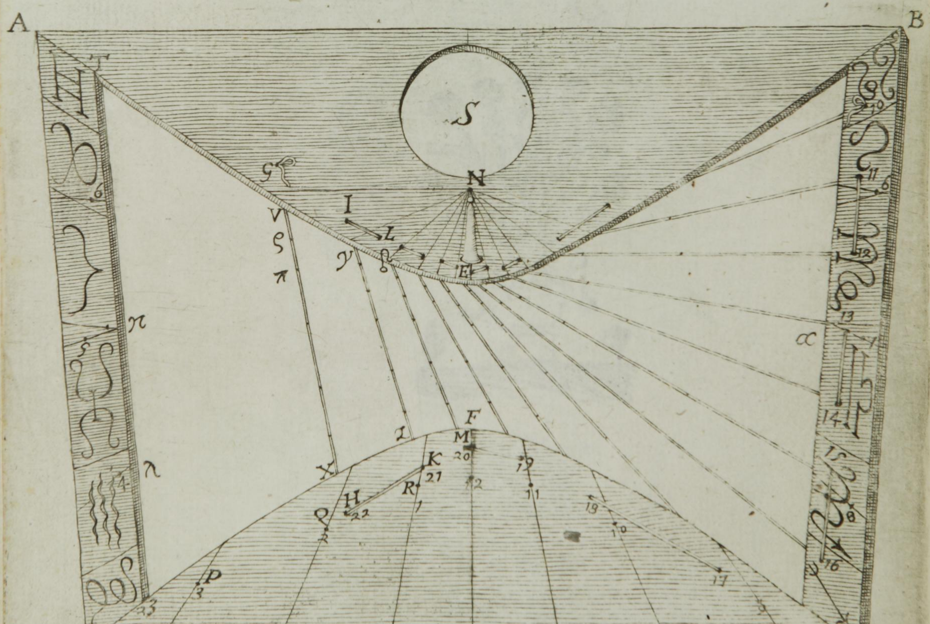
CITHARA.

Exodium horarium II.

PROPOSITIO I.

Citharæ horariæ facillima constructio.

1 IN lamina tenui, ac solida ex oricalco, vel ærea alterius materiæ, quam magnes non sequatur, ABCD describito ad tuæ regio-



nis latitudinem horarium horizontale vnicà circini diductione demonstrata,& vsurpatà à nobis in Apiario 9.Prog.1.cap.5.& Prog.4, cap.1. Tum lineas horarias Astronomicas, & ab horizonte inchoatas terminato sectionibus conicis Tropicorum AEB, DFG, ac signato reliquorum Zodiaci signorum sectiones, iuxtà varios modos in cit. Ap.9,prog.4.cap.3.Post hæc vltrà terminos horarum vtrinque notato puncta in directum tam Italicis horarijs lineis G, H, I, K, L, M vsque ad supremam 10, vel 9; quàm Astronomicis ab eodem centro N ad P, Q, R, &c.

Horarij horizontalis descriptio vnica, & demõstratà circini diductione.

2 Mox incide planum horarium secus lineam horæ 23 Italicæ,& secus terminos Tropicos AEB, DFC, & prope latus BC; ceu vides in figura spatium vacuum 23 ad prope latus BC, & inter AEB, DFC. Deinde vbi puncta vltra tropicos notasti planum perforato, ac fidiculam sonoram longiorem traijcito per foramen G, ac infernè sub, & per H, inde ad K, & infernè per I, per L, per M, ac deinceps, vt vides in figura fictum pro lineis horarijs Italicis. Pro Astronomicis verò longe facilior erit consutio, & traductio sonoræ fidiculæ ab eodem centro N per foramina P, Q, R, ac deinceps. Quarum linearum astronomicarum fila per vacuum plani horarij nõ traduximus, ne figura implicatior appareat; sed earum tantum initia ab N, & partes citrà tropicum DFC in plano horario per foramina P, Q, R, &c.traductas expressimus. Numeros horarum apponito ad foramina, &, signatis Zodiaci signis in latere vtroque AD, BC, ex ijs notato puncta in lineis horarijs. Quæ omnia vides in appositâ figurà. Vbi S foramen maiusculum est, in quod pyxis cum acu magnetica ingerantur. EN stylus.

Fidiculis horarium horizotale consuere Italicũ & -Astronomicũ facillime.

3 Hac peracta constructione,horariam citharam in lineis Italicarum horarum sonoris tibi parasti, in qua Heptachordum est à linea horæ 9 ad 16 crescendo à fidibus breuioribus ad longiores,à Nete ad Paranetem, ad Triten,&c. vsque ad Parhypaten. A linea sonora horæ 16 ad lineam horæ 20 est Pentachordum decrescendo à longioribus ad breuiores.Denique à 23 Tetrachordum est rursus crescendo à breui fidiculà 20 ad longiores 21, 22, 23. Eæ porrò consonantiæ reddentur si ex arte à nobis tradita in Ap. 10, Prog 1, varia crassitie, vel tenuitate, ac intensione,vel remissione fides horarias adtemperaris.

Astronomicarum horarum fidiculæ geminatum Heptachordum cõponunt vtrinq; à 12 ad fidiculã horę 6 à meridie,& à media nocte.

Fidiculæ sint agninæ, non æreæ; docuit enim rei experientia, æreas, dum per foramina plani horarij varie flectuntur disrumpi.

Cur Cithara nomen huic horario.

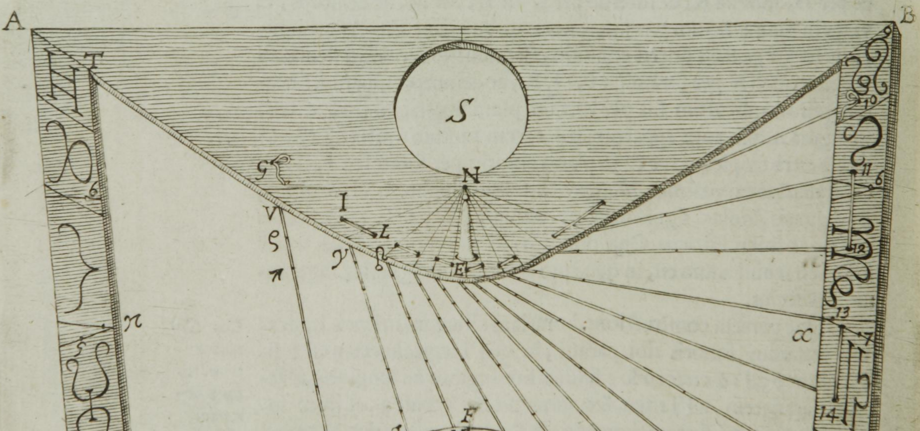
Musica ratio citharæ pro horis italicis, & pro Astronomicis.

Fidiculæ cur non sint æreæ.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

PROPOSITIO II.

Citharæ horariæ vsus pro infinitis numero horizontalibus horarijs momento describendis. Pro horis etiam in aqua labente videndis, & audiendis. Pro horis Babylonicis ex Italicis, & pro Italicis ex Babylonicis agnoscendis, & describendis. Astronomicas non signatas vnico filo agnoscere, vel signare.



1 NVllo negotio licebit ex horarià constructà citharà quotlibet quolibet momento horaria horizontalia describere. Nam plano ABCD aptato ad subiectam paginam, signabis eam punctis iuxtà extremitates horariarũ fidicularum; pro Italicis ad punctum T, & vbi numerus 23; ad V, X pro 22; ad y z pro 21, ac sic deinceps. Pro astronomicis ad V, & vbi numerus 6 in latere AD; ad γ, & κ pro quinta à meridie; ad δ, & λ pro quarta, & sic deinceps. Ad E, F pro meridiana; ad κ, α pro Aequinoctiali signentur puncta. Pro reliquis signis Zodiaci intra tropicos signentur puncta iuxtà signa in fidiculis, ceu iuxta ρ, ϖ, & cætera pũcta in singulis horarijs fidibus. Notentur styli locus, & longitudo; ac denique sublato plano ABCD, puncta in vtroque tropico, & latere opposita iungantur rectis lineis, eritque horizontale horarium descriptum etiam ab ignarissimo Astronomiæ, ac Philosophiæ Gnomonicæ. Eàdemque facilitate, ac temporis breuitate quotcunque alia in quotcunq; planis horizonti parallelis describentur.

Ecitharæ momentanea descriptio quotcũque horariorũ horizontalium Italicorum.

2 In promptu etiam est, vt statim horam quæsitam agnoscas, collocata cithara ABCD astronomicè iuxta directionem vel acus magneticæ in S, vel iuxta congruentiam rectæ imaginariæ EF cum lineà meridianà in plano horizontali ritè ductà, vel iuxta cuspidem vmbræ à stylo EN proiectę ad gradum signi, in quo Sol versatur, quẽ gradum dabit directio imaginaria ad signa Zodiaci in lateribus AD, BC signata.

Horam agnoscere in cithara horaria Italicã.

At verò non ita in promptu est vt etiam cæcus ex horizontali horario possit ab alio vidente, ac non pronuntiante, horam agnoscere. Quid ni? nempe si qui horam vidit, sublatà horarià citharà, pulset fidiculam horæ quæsitæ, reddatque tot tinnitus auribus adstantis cæci, quot hora postulat. Itaque didicisti in horario horizontali horas non solum videre, sed pulsare, & audire.

Etiam cæcus horam discet à cithara horarià

3 Adde paradoxo paradoxum. E lineis, & fidibus horarum ab occasu licet facillimè describere, ac videre horas ab ortu, & è lineis ab ortu describere, & videre horas ab occasu.

Nam si latus AD, quod spectat ad ortum Solis (dum cithara horaria pro inspectione horarum Italicarum astronomicè collocatur) vertas in occasum, & BC in ortum, plano ABCD inuerso, ac resupinato, tunc eædem fides, quæ in subiecto plano indicabant, & describebant Italicas, Babylonicas indicabunt, & describent. Ac vice versà, citharàque horarià euersà, è Babylonicis Italicas agnosces, ac describes.

Horas Babylonicas ex Italicis, & versa vice, in plano horizontali describere.

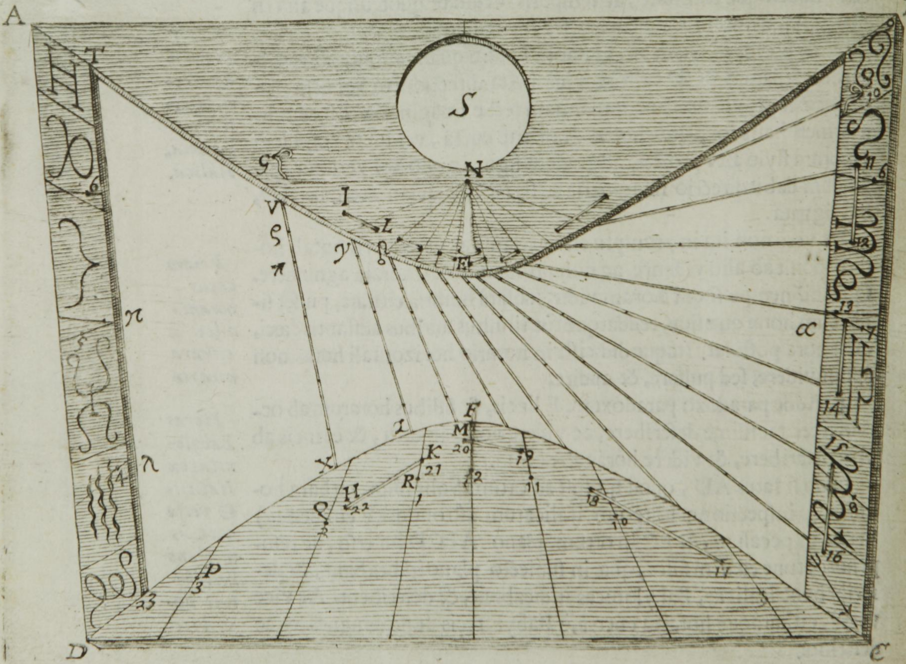
4 Quod verò ad Astronomicas horas attinet, collocatà astronomicè

Horas Astronomicas vnico filo cognoscere, describere vnica fidicula, vel regulà.

micè citharà horarià ABCD, si filum, altero eius extremo in centro N fixo, deducas per latera AD, CB ita, vt contingat verticem vmbræ à stylo proiectæ, ostendet vel horam, vel partem horæ astronomicæ, quam indicat numerus ad foramen Astronomicæ notatus. Exempli gratia, si vmbræ apex cadat in *ϖ*, filum ex N deductum per *ϖ* indicabit in latere AB penè *ς* à meridie.

Sin autem filum adducas ad astronomicarum foramina, & puncta notaris ad oras vtriusque Tropici AEB, DFC, & notata apposita puncta rectis lineis coniunxeris, construxeris facillimà, & breuissimà operà quotcunque libuerit horaria horizontalia astronomica.

Quæ tamen pariter omnia etiam fortasse facilius expedies, si regulam aptaris ad centrum N, & ad apicem vmbræ iuxta foramina astronomicarum, vt horam noris, vel ad ipsamet foramina, vt lineas horarias designes. &c.



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

5 Denique paradoxa præcedentia paradoxo claudam. In quolibet plano horizonti parallelo prædicta horarum tria genera spectare potes, siue solida, siue liquida, siue fixa, siue mobilia sint plana. Nam si superficei aquæ vel in vase, vel in lacu, vel in mari tranquillæ, ac stagnantis, vel etiam è fonte leniter, & æqualiter labentis, apponas astronomicè horizontaliter citharam, videbis cuspidem vmbræ signantem horam tacitè labentem in subiecto plano apertè labente, vt horas habeas ab horaria cithara non solum in terris, sed etiã in aquis, terra, marique gnomonicè instructus.

In planis etia mobilibus spectare horas.

PROPOSITIO III.

Vsus præcipuus citharæ, siue horarij horizontalis pro facillimà descriptione horarum Astronomicarum, & Italicarum ex Babylonicis, Babylonicarum ex Italicis in muro quocumq; declinante, & in plano quocumq; inclinato.

1 VSus in antecedenti 2 propositione à nobis excogitati non sunt præcipui etiam apud nos, sed ille est præcipuus, quem olim indicauimus in Apiar. 9. Progym. 4, cap. 4. Ac licet non nemo tentarit ex horizontali murale horarium describere, factis rimulis circa tropicos, & circa lineã Aequinoctialem, per quas rimulas filum à vertice styli traductum ad extrema horarum signaret in muro puncta extrema linearum horariarum in muro signandarum; tamen (præter alia incommoda, & deficientias) non licet habere partes horariarum linearũ in plano horario inscriptas inter extrema, secus quas partes filum traducatur in murum, si quando accidat ob muri declinationem non totam signari posse lineam horæ alicuius. Cui dispendio obuiam iturus ego cogitaram rimulas facere secus singulas integras lineas horarias in plano horizontali. Sed multiplex ea rimarũ incisio erat operæ prolixioris.

Imperfectæ aliquorum molitiones in horizontali horario ad muralia.

Itaque censuit Dominus Bartholomæus Proualia vnà mecũ præstare vnicà, & breui operà totum spatium ab horis occupatum ab-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Expeditissimus vsus horary horizotalis, citharizati ad muralia. &c.

scindere secus vtrumque tropicum, & horas ab omni impedimen to liberas fidiculis consuere, vt factum iam vidisti in figura anteced tis propositionis,& adhuc hic vides in hoc secundo horario plano A B,in quo ad vsum expressimus non solum Italicas,sed etiam Astron micas horas fidiculis protensas.

Exemplum autem horarij in murum traducēdi ex horizontali de mus non in signatione horarij muralis ad Austrum spectantis, qu fuisset facillimum; sed, ad omnem Tyronibus difficultatem eripie dam, selegimus obliquitatem,ac declinationem muri spectantis vtr libet horizontem, qualem hic vides CDEF spectantem ad Solem tiuum, vt hac difficiliore praxi exposità, nihil supersit Tyroni, v hæreat in facilioribus praxibus circa muros minus declinantes.

Cur in figurà murale oriētale.

Distinctio, & cognitio linearū ī figurà.

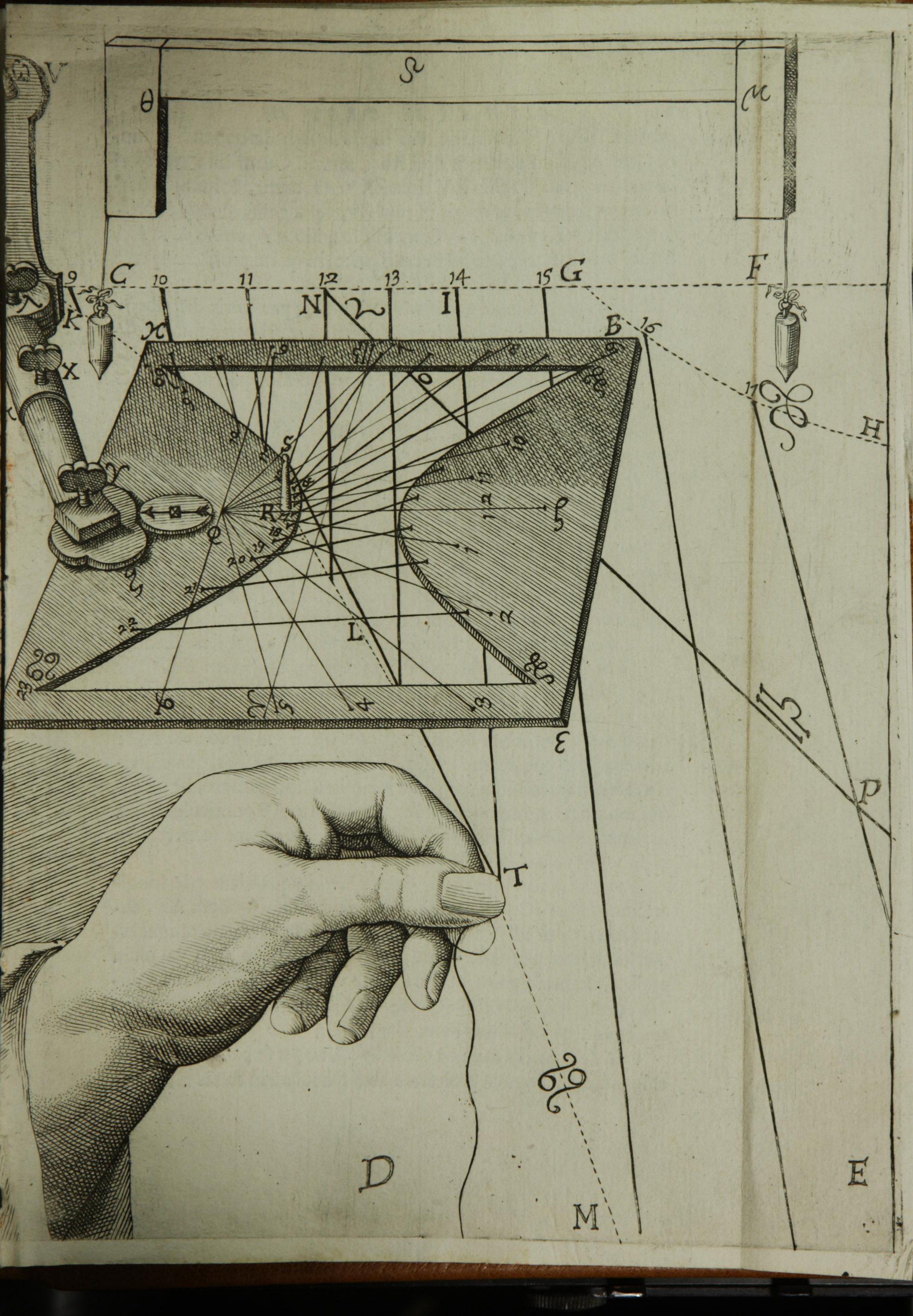
2 In primis caue te implicet in figura linearum multitudo, varietas, atque in ea distingue instrumentum, siue citharam hora designatoriam à muro, atque in vtroque lineas internosce. In Pla CDEF lineę crassiores horarum sunt in muro descriptarum 9, 10, 1 12, 13, 14, 15, 16, 17 terminatarum partim ab horizonte C partim à Tropicis GH, KLM. Æquinoctialis est NP. In plano v instrumenti horarij graciliora fila à centro Q traducta sunt pro h Astronomicis, quarum numeri in plano tropici inferioris notat trinque à meridiana Q 12, sunt, 1, 2 3, &c. 11, 10, 9, 8, &c. vero mediocri crassitie traducta sunt Italicarum horarum, incipie inuerso ordine à latere pro hora 23, earumq; numeri notati sun plano tropici superioris, vbi 22, 21, 20, &c. vsq; ad 9. Stylus p pendiculariter erectus vbi R, è cuius vertice filum traductum contactum extremitatis lineæ horariæ Italicæ 14 terminatæ a tr co superiore ♋, eius horæ punctum infimum signat in muro vbi Prædictis præcognitis, ac distinctis, veniamus ad instrumenti c structionem, & vsum pro horarijs in quolibet muro declinante plano inclinato describendis.

Suspensory forma, & ratio.

3 Muro,in quo cogitas horarium describere,affige suspensori ligneum, siue ex oricalcho (modo non ferreum, propter acum gneticam in plano citharæ, &c.) velut in V, quod sit eius condi nis,vt habeat brachium, quale XY, quod ad angulum rectum sit bile circa ZX,& clauo cochleato firmari possit in λ; pars χ cau per quam excurrere possit pars altera teres, φY, quæ bifida, & la sit in formam gemini labij, à ξ ad Y,& cocleato clauo ad Y cons gi possit, vel dilatari. Planum citharæ horariæ AB ingeratur in & firmetur clauo Y parallelum horizonti. Quam ad rem cond rotunditas partis φξ, quæ facile circumuolui potest ad aptè libra

pl

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

19.

1.6.277

Citharæ horariæ aptè locãdæ, & librãdæ adiumenta.

planum AB, vt mox videbis. Pro modo horarij describendi sit modus, & quantitas distantiæ styli RS à muro. Quam distantiam vel imminues moto brachio XY circa ZX versus murũ, & immissa parte tereti ϖY magis, ac magis in cauã Xϖ, vel augebis eductã, & productã parte ϖY ex cauã Xϖ, & mobili brachio XY versato circa XZ, & auerso magis, ac magis ab ea muri parte, in quam proijciendę erũt horariæ lineæ ab Instrumento AB.

Commoda peculiaria horarij horizontalis pro suspendio ad horas in muris.

Habet hoc commodi horarium horizontale pro horis describendis in muris, quod, cùm ex inferiore plani horarij parte filum producatur ad puncta pro horis in muro, nihil officit operationi si planum horarium suspendatur etiam ex parte murum spectante, atque etiam quasi contingente. Quod genus suspendij non facilè licet, ac sine incommodo pro ductu horarum in alijs instrumentis horarum descriptoribus. &c. Quin etiam pro lubito, & commodo licebit suspendere planum AB in qualibet illius parte, non solum vt hic vides in Yξ, sed etiã in opposita vbi •, vel in qualibet alia inter ♎ vtrinque, vel inter ♑ vtrinque.

Astronomica collocatio etiã sine acu magnetica.

Etiam nõ suspensæ citharę vsum vide inferius in Schol. 1. sequẽti. Denique ita collocabis AB, vt acus magnetica congruat cum axe Mundi, &c. vt in alijs Instrumentis. Vel sine acu magnetica, sub citharà fige cartaceum planum cereis aliquot punctis, ac verte citharam donec apex vmbræ a stylo signet gradum signi, vel diem mensis, in quo Sol est. &c. Deinde aufer cartam citharæ suffixam. &c.

Pro horizõtali lineã, & libratione instrumẽto parallela horizonti.

4 Collocato, & instructo sic Instrumento, ante omnia ducenda erit linea horizontalis CF. pro qua, & pro iusta libellatione Instrumenti paralleli horizonti, faciet ponticulus è leui ligno dolatus, & ad rectos in θμ compactus, vtrinq; perpendicula gerens, qualem vides extra Instrumentum AB collocatum in spatio vacante, ne multiplicentur figuræ. Impones igitur plano horario AB ponticulum, siue geminatam normam ita, vt perpendicula dependeant secus rectam vtrinque signatam in vtroque latere θ, & μ, &c.

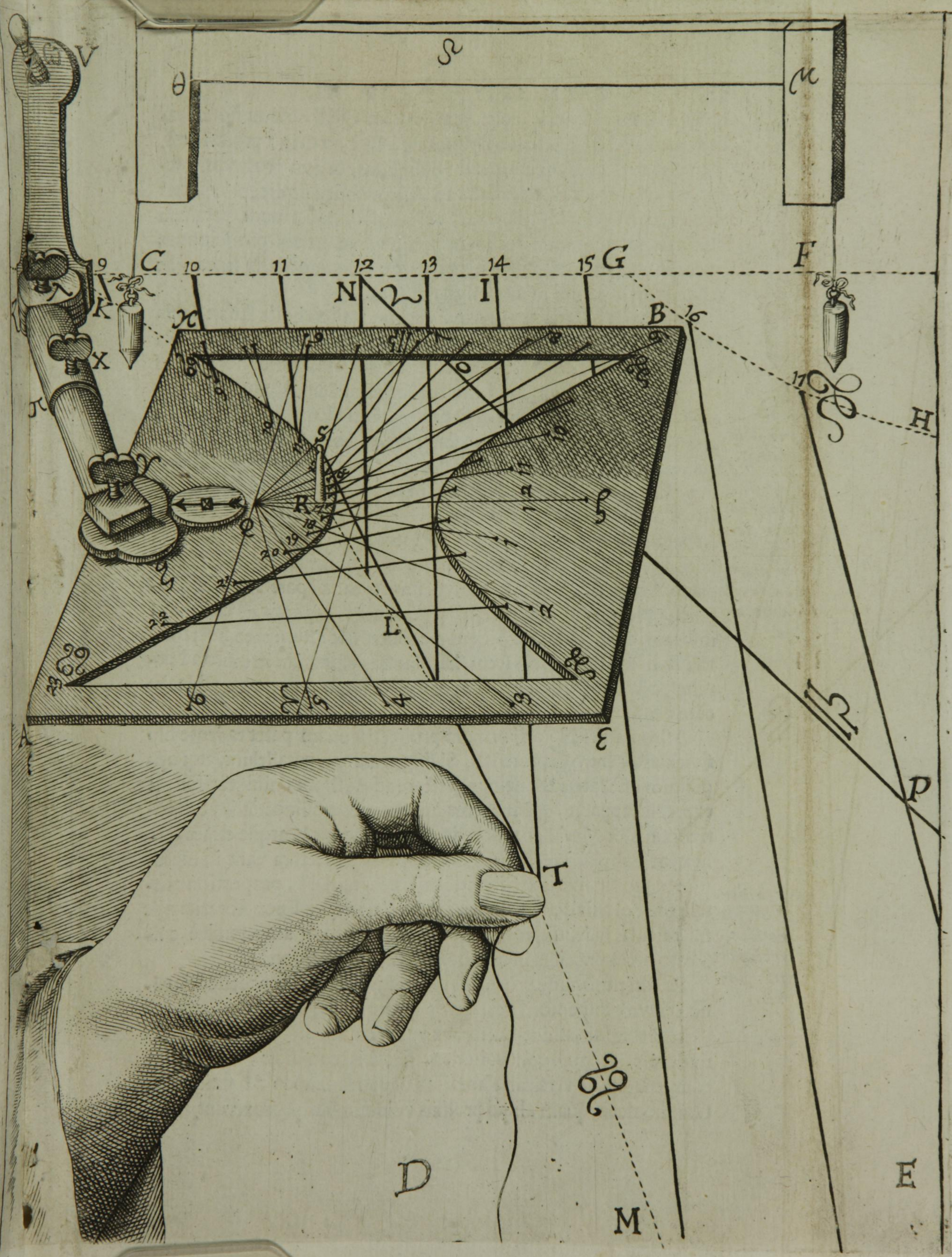
In primis notandum regulæ δ altitudinem æquandam esse longitudini styli RS. Collocato igitur, & æquilibrato θμ supra AB, duces filum à vertice styli S ad murum ita, vt prius, ac simul tangat etiam summitatem regulæ δ, atq; ad eius altitudinem duo, vel plura puncta notabis in muro, per quæ ducta erit linea horizontalis. Quibus punctis notatis, illicò depones ex AB ponticulum θμ, quo non erit opus in cæteris lineis in muro notandis.

Proiectura optica horarij hori-

5 Reliquum operationis perfacile est, ac per se patens. Apparet enim manifesta optica proiectura ab S fidicularũ in rectas lineas hora-

ra-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

zontalis in murū. rarias in muro. Velut fidiculæ, quæ in plano QRS notatur horæ Italicæ numero 14 occulto sub stylo; ea ex α in T, ex O in I proiecta est. Ac pariter reliquæ, quarum muri obliquitas, & area pro horario destinata sunt capaces. Meridiana 12 Astronomica proijci non potest in murum spectantem ad ortum, vel occasum, quia muro parallela est; in muros verò varie declinantes eius variæ partes proijciuntur; quemadmodum in apposita figura partes Aequinoctialis lineæ, ac reliquarum horarum in muro signatæ sunt.

Cur in figurà nulla sit meridiana linea.

Praxis peculiaris pro signādis horis prioribus Italicis.

Ad praxim notaris pro signandis primis Italicis horis satis esse (filo meante iuxta partes aliquas fidicularum horariarum) duo, vel tria puncta notasse in muro, per quæ deinde ducantur lineæ horariæ ad partem superiorem vsque ad lineam horizontalem. Velut ex puncto α proiecto in T, & ex puncto O proiecto infrà I, recta linea horæ 14 producenda est per duo illa puncta vsque ad horizontalem in I. Atque hæc de horis Italicis, siue ab horizonte occiduo inchoantibus.

Horæ ab ortu descriptæ in muro ex horis ab occasu.

6 Quod attinet ad describendas in muro Babylonicas horas, siue ab ortiuo horizonte inchoatas, nihil facilius, atque hic etiam se prodit paradoxum in vsu propositionis antecedentis secundæ. Nam ex horis Italicis licet describere in muro Babylonicas, nempe educto plano AB ex YZ, & ita inuerso, vt latus Aε eat ad partes εB, & resupinetur planum horarium, refixà pyxide acus magneticæ, & ingestà in foramen inuersum. &c. Sic enim è cōuerso, & resupinato horizontali Italico AB describes secus fidiculas Babylonicum in muro ad ortum spectante. Quemadmodum in eodem muro descriptum est Italicum è conuerso Babylonico.

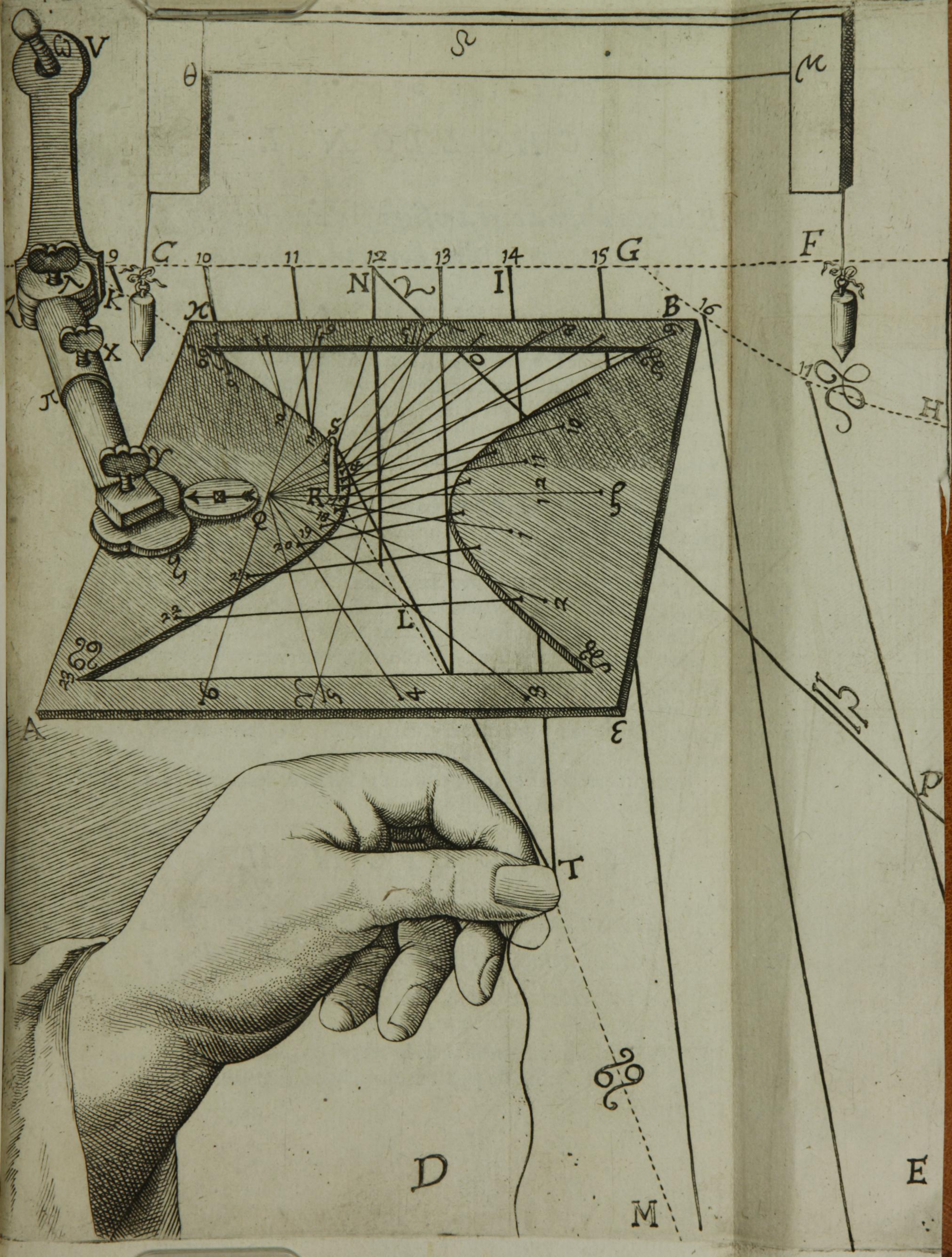
Astronomici Horarij in muro proiectio etiam patet radente filo fidiculas à centro Q protensas. Si fingas murum parallelum, atq; oppositum esse lateri Bε, nempe spectare ad Austrum, nihil facilius, & expressius apparet, quàm quemadmodum, & æquinoctialis, & Horizontalis, & Meridiana, & reliquæ Astronomicæ, atque etiam Italicæ, ac Babylonicæ horariæ lineæ optica proiectura eant in murū.

Pro describēdis horis in inclinatis planis.

7 Quod in muris declinantibus præceptum est, proportione intellige de planis quibuscunque inclinatis, in quæ lineæ horariæ ope fili fiduculas radentis proijcientur ex instrumento astronomicè collocato iuxtà prædicta in anteced. num. 3 huius Propos. 3.

Præstiterit fortasse pro planis inclinatis, aut etiam necesse aliquādo erit vice sospensorij vti fulcro; de quo in seq. Schol. 1.

Habes igitur, amice Lector, ex vnica circini diductione, qua horizontale horarium construitur, & fidiculis consuitur, facillimum compendium ad verticalia horaria, & quodammodo ad vniuersam Gnomonicen, quam aliqui prolixis voluminibus produxerunt.



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

23

1.6.277

SCHOLION I.

Reliqua aliqua circa vſum (in antec. prop. 3) citharæ horariæ ad horaria in muris.

CÆtera, quæ communia ſunt alijs inſtrumentis ad horas in muro, videlicet de longitudine, aut collocatione ſtyli, deſignatione Tropicorum, & ſi lubeat, reliquorum etiam ſignorum Zodiaci, reuiſæ in Ap. 9. Prog. 3, cap 3. Hic tantum indico pro examine, & correctione horarij in muro deſcripti, licere optice ſpectare è ſtyli vertice S ſecus fidiculas, ac ſi linea viſualis vniat eas cum lineis horarum in muro, argumentum eſſe horarij ritè deſcripti.

Examen opticum horarij ritè in muro deſcripti è cithara.

Licebit etiam planum AB aliqua arte imponere cruri ligneo, vel grauiori æreo habenti pedem latiorem & valde grauitantem, vt ſine inclinatione, & lapſu ſuſtinere poſſit laminam gracilem totius AB; ac, pro ſuſpenſione in yζ, circa clauiculum infixum vertici ſubiecti cruris æreí moueri poſſit AB ſemper parallelum horizonti. &c.

Vſus fulcri pro ſuſpenſorio.

Clauus muro ad V infixus ne ſit ferreus, ac propter magnetem in Q. &c. habeatq; cuſpidem intra murum immiſſam ex ærea ſolidiore materia temperatam, qua murum poſſit perforare. &c. Præterea partem extantem, circa quam liberè depēdet Suſpenſorium, idem clauus habeat ſulcis quaſi rugoſam ad ω, vt ſuſpenſorium aptari poſſit pro exigentia muri, vel magis prope murum.

Cōditiones claui figentis ſuſpenſorium.

Denique quæ ad Theoricen pertinent videnda, & deducenda ſunt ex ijs, quæ habes in Apiar. 9. Prog. 3.

SCHOLION II.

Horarium horizontale comparandum cum quolibet alio inſtrumento aptiſſimo ad horaria in quolibet immobili plano deſcribenda.

NVllum horarium plures horas habet pro qualitate horizontiū, nec plures proijcere poteſt in muros quamlibet Cœli plagam ſpe-

ſpectantes, quàm horarium horizontale; quod etiam in Ap.9. Prog. 3.cap.7. notauimus; ideò aptiſſimum eſt pro inſtrumento ad horaria muralia deſcribenda. Nec illi eſt imputanda horariarum linearum in muro vel paucitas, vel acciſio, ſed ipſius muri declinationi, quæ inepta eſt vel pluribus, vel integris lineis horarijs excipiendis.

Horariū horizontale plures habet horas, quàm murale quodlibet.

At oppones: Horarium horizontale habet primas horas, velut 11, 12, 13, 14, 15 altero tantum tropico terminatas, velut etiam Aſtronomicarum non paucas ante, & poſt meridiem in lateribus A, B, ac proinde non poteſt eas integras proijcere in murum. Aliqua verò alia inſtrumenta (veluti tuum illud in Apiar.9, Prog.)quoniam habent pro varia Poli eleuatione varias quidem, ſed integras latitudines horizontales, è quarum circumductu ſignantur in muris horæ ab horizonte, vt à te in cit. Ap.9 docetur, ac pro Aſtronomicis etiam habẽt integras horas; ideò poſſunt etiam primas horas ab horizonte, & Aſtronomicas integras proijcere in muros, quod non poteſt horizontale hocce Inſtrumentum.

Reſpondeo. Etiam ſi aliqua alia inſtrumenta vtantur horizontalibus integris latitudinibus, & horis integris Aſtronomicis, tamen eas integras non poſſunt in muros proijcere, dum ex ijs primæ horæ ab horizonte occiduo, & poſtremæ ab ortiuo, & Aſtronomicæ priores, & poſteriores circa meridianam ſignantur. Nam earum latitudinum horizontalium, & Aſtronomicarum linearum pars extat ſuprà horizontalem lineam in muris, atque ideo ſuperflua eſt, ac ſuperfluè notaret partem lineæ horariæ extantem ſuprà lineam horizontalem in muris. Neque enim primi Solis orientis radij, vel extremi occidentis in primis aliquibus horis Italicis, & extremis Babylonicis, atque in aliquibus Aſtronomicis afflare poſſunt muros vltra, & ſuprà lineam horizontalem, quę parallela eſt vero Orbis horizonti, &, quemadmodum verus horizon, terminat, aut incipit etiam ipſa cum Solis curſu primos eiuſdem, vel extremos radios.

In horas Aſtronomicas priores, ac poſteriores ante, & poſt meridianam Sol vtrimq; citra, & vltra lineam Aequinoctialem ſicut in horizontali iacit vmbram infinitam verſus Tropicum ♑, ſic in muralibus horarijs iacit infinitam verſus ♋; propterea non habent ea horaria in dictis horis terminum alterutrius Tropici.

Ratio aliquorum horarū in horizōtali, & muralibus interminatarū.

Horarium igitur horizontale cum ſit in plano terminato, & primas Italicas, & extremas horas Babylonicas vtrolibet ſui latere, quaſi linea horizontali terminet, & pro aliquibus horis aſtronomicis vmbram infinitam excipiat, ideo eas horas non integras habet, & earum tantum partes aptas excipiendis primis, vel extremis ſolaribus radijs

D proijcit

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

proijcit in plana terminata murorum, & congruit cum ipso Solis cursu. Quare nihil est, quo eius instrumenti aptissimum vsum ad omnes horas notandas imminuat quisquam, nisi se Philosophiæ Gnomonicæ, atq; Astronomicæ ignarum velit prodere. Præsertim, iuxtà præcepta 1. propositionis, nudatis omnibus eius instrumenti lineis horarijs ita, vt nullum sit in qualibet punctum, ex quo non liceat liberè proijcere vel totam, vel quamlibet horæ partem in oppositum murum, pro eius varia declinatione, vel areæ capacitate.

Comparationem prædictam citharæ horariæ intellige cum alijs instrumentis non vniuersalibus ad horas in muros proijciendas.

MICROCOSMVS.

Exodium horarium III.

PROPOSITIO I.

Microcoſmi theorica expoſitio, & facillima conſtructio.

1 MIcrocoſmon libuit appellare quā infra vides machinulam ABC, in qua totius orbis terreni, & cæleſtis ad præcipuas Geographicas, Aſtronomicas, Gnomonicas operationes compendium eſt. Cuius ope, præter cætera, ad quamlibet Poli eleuationem facillimè agnoſcas quota ſit hora Aſtronomica, Italica, Babylonica, eaſq; horas etiam deſignes in quolibet plano immobili; ac ſcias præterea etiā horas non ſolū in peculiari loco, ſed eodem momento, etiam cuiuslibet loci, atq; vbiq; gentium. Hic enim præſtitimus quod polliciti ſumus in Analecto 29 ad 4 editionem noſtrorum Apiariorum, ac iunximus in vnum inſtrumentum quidquid in quinque libris noni Apiarij docuimus, & ad finem Apiarij 12 addidimus, multoque hìc facilius, quàm ibi, vt in ſequentibus videbis, ſi ea contuleris cum dictis in cit. Ap. 9, & in fine 12 Apiarij. *Cur microcoſmi nomen.*

Quod verò mirum, atque amabile eſt in hoc Microcoſmo ad tam multa conflato eſt, quòd longè facillima eſt eius conſtructio, quam quilibet ignarus Gnomonices, Aſtronomiæ, Geographiæ poteſt cōficere. Nihil enim pene aliud requiri videtur, quàm diuiſiones circulorum in gradus, & diametrorum, & parallelarum ductus per puncta inuenta vnica circini diductione. Præterea tota Machina poteſt ita in partes diſtrahi, vt compoſitæ alia ſuper alia occupent loci exiguum, & facile circumferri, & cum opus eſt, facilè rurſus conſtrui poſſit, iuxtà dicta in Ap. 9. Prog. 3. cap. 1. Sed iam veniamus ad exponendas Microcoſmi partes. *Microcoſmi facillima conſtructio.*

2 Circulus BD continet proiectam in planum circuli Aequinoctialis ipſam ſuperficiē Hemiſpherij terreni cū Polo F, per quē, tanquā *Explicatio partium Microcoſmi.*

1.7.266

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

commune centrum, interſecant ſe crebri meridiani, quos vides in figura, & qui locorum longitudines, ſiue à primo meridiano (vbi G) diſtãtias terminant. Gradus ipſi inter meridianos ſunt pro totidẽ imaginarijs meridianis. Gradus latiores peripherię maioris diuidunt circulum æquinoctialem in 24 æquales partes, ac horas, horarumque ſingularum quadrantes. Pro gemini Hemiſphærij proiectura Boreali, & Auſtrali ſufficit vna tantum hìc in figura exhibita, in qua eædem ſunt operationes pro oppoſito hemiſphærio. Vide inferius propoſ. 2. num. 2, & 3.

Microcoſmi pars altera præcipua CE continet proiecturam in planum dimidiæ Zonæ Zodiaci, & circulorum horariorum, qui rectis lineis excipi poſſunt in planum KL.

Ordinis diuiſionum in gradus quadrantis HD, & peripheriæ EC rationes vide in Ap. 9. Prog 3. cap. 3, 4, 5.

Habes in eodem Ap. 9 prog. 1. cap. 5. modum, quo per vnicam circini diductionem à nobis demonſtratam inuenias puncta, per quæ parallelæ horariæ lineæ ducantur, habes & modum per fila è Conicis demonſtratum, quo Tropici deſcribantur terminatores linearum horariarum. Quarum tria ſpatia à media QK (velut à centro circuli ad 3, vel 9) conficiunt ſtyli longitudinem in plano KL.

Zona extrema circuli BD, quæ continet numeros, & gradus horarum, immota eſt. Ea verò pars eiuſdem Circuli BD, quæ clauditur peripheria terminante numeros meridianorum, ſiue ſemidiametrorum, mobilis eſt circà centrum, ſeu Polum F.

Inter, & ad extrema meridianorum exigua, & crebra foramina ſint, in quæ poſſit infigi ad angulos rectos peripheria CE habens ſolidam, ac tenuem cuſpidem ſub inferiori extremo lineæ, quæ eſt ſub E, quæque in directum eſt horę 6 in plano KL.

Habes igitur in prædictis & partes, & partiũ compactionem, & luxationem, & expoſitionem, & theoricen, & totam denique conſtructionem Microcoſmi noſtri horarij. Mox vſus aliquot præcipuos indicatos accipe in ſequentibus.

PROPOSITIO II.

Vſus Microcoſmi pro horario vniuerſali Aſtronomico Italico, &c. & vniuerſaliſs. ad horas vbiq; gentiũ eodẽ momento cognoſcẽdas.

Col-

30

1.6.277

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

COllocetur astronomicè Microcosmus, vt cum Mundo maiore congruat, scilicet infixa cuspide (quæ est sub extremo lineolæ vbi E) in foramen ad extremum Meridiani eius loci, in quo venaris horam, sitq; ad grad 40 longitudinis, vt habes in exemplo figuræ. In qua longitudine habes in nostra tabella, ad finem Apiarij 12, collocatas tres Siciliæ Vrbes, Catanam, Messanam, Syracusas, neglectis minutijs, quibus non egemus pro nostro hìc exẽplo, in quo vero potius propinqua similitudo, quàm præcisio spectatur. Puta igitur te esse Syracusis, & meridianum 40 vna cum EC adducito ad horam 12 astronomicam in directum ipsi D; deinde quadrantem HD eleuato ad altitudinem Poli Syracusij, pariterq; apposita regula ad centrum (vbi stylus perpendiculariter est erigendus, vel erectus) in plano KL secet eundem gradum poli Syracusani à C descendendo versus M, vel ab E ascendendo versus N, ducaturq; recta obliqua OP pro horizonte occiduo, siue pro hora Italica 24.

Collocatio astronomica Microcosmi.

Pari modo in omni astronomica collocatione Microcosmi debent esse in eadem Poli eleuatione quadrans HD, & obliqua ducta per centrum plani KL. Porro licet in figura non sit signata altitudo poli congruens cum Syracusana, tamen fingatur pro exemplo. Locetur denique Microcosmus iuxta directionem acus magneticæ, ac pars circuli vbi B inclinet ad Austrum, pars verò vbi D inclinet ad Boream, & in CMN planum KL excipiat Solem apertum, & quasi dicam, in faciem. Vel sine acu magnete illitâ, adducto E in D, verte Machinulam donec cuspis vmbræ à stylo proiectæ attingat in plano KL locũ paralleli, in quo Sol versatur; eritq; collocatus prorsus astronomicè Microcosmus.

2. Vt astronomicam horam quęsitam inuenias in circulo BTDS, ita CMEN moueto, vt vmbra è vertice styli in plano KL tangat lineam intermediam QR, & sub E habebis, in exemplo figuræ, horam 10 à media nocte, quam indicat mobilis linea meridiani Syracusani.

Horam astronomicam inuenire pro loco, in quo sis.

Ac eodem tempore scies etiam quota sit hora astronomica vbique gentium sub quacunq; altitudine vtriusq; poli, & sub quocunque meridiano habitantium. Nam, licet ignotam habeas poli altitudinem, modo (ex tabella longitudinum, quam habes in fine 12 Apiarij) scias longitudinem cuius libuerit loci, eius meridianus in circulo BSDT indicat horam sibi in directum oppositam in Zona circuli extremâ. Verbi gratiâ, in exemplo figuræ, qui habitant sub meridiano 30 habent horam 11 pene cum dimidia à media nocte; qui sub meridiano 20 duodecimam cum quasi tribus quadrantibus; qui sub meridiano 10 duodecimam; quatenus licet videre in obliqua hìc figurâ. Quam cùm

Eodem momẽto scire horam astronomicam vbiuis gentium.

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

perfectè circularem tibi conflaris, etiam in ea præcisiora videbis. Parique modo fiet pro horis post meridiem, adducto E ad quadrantem inter DS.

Horam Italicā inuenire etiā eodem momēto cuiusc ūq; loci sub eadem, & sub opposito parallelo.

3 Italicam horam inuenies moto EC, cum subiecta mobili rota meridianorum, donec a styli vertice cuspis vmbræ feriat partem aliquam obliquę lineæ OP; tunc enim linea meridiani sub E in rota meridianorum, indicabit in extremà orà horam Italicam. Qualem puta in figura (citrà, vel vltrà 10 astronomicam) circa 17, vel circa 15 Italicam magis, aut minus, prout Sol Australis, vel Borealis ferit partes ab Aequinoctiali lineà versus O, vel P, magis, vel minus distantes, & obliquas. Vide in Ap. 9. prog. 3. cap. 7.

Atque hic modus organicus in Microcosmo inueniēdi, ac sciendi horam Italicam, & eius distantiam ab astronomica, valet etiam in omnibus meridianis toto Orbe sub eodem, et sub opposito parallelo, siue sub eadem altitudine vtriusque Poli, sub qua habitat qui horam venatur. Nam (in exemplo allato horæ 10 astronomicæ à media nocte, inuentæ sub meridianò 40) si fingas te inuenisse horam italicam distantem citrà 10 astronomicam (cui in directum est 16 Italica, & occultantur ambæ ab obliquitate arcus sub E) spatio semihoræ, scilicet horam 16 ½, pariter in meridiano 10 indicante horam astronomicam 12 à media nocte, hora Italica erit distans per spatium semihorę citra 12, idest erit 18 cum dimidia. Ac pari proportione in alijs meridianis sub eodem parallelo vtrinque pari spatio distante ab Æquinoctiali, vel ab vtroque polo. Denique prædictus idem modus organicus sciendi horam ab horizonte, valet pro Periæcis, & Antæcis. Ratio theorica est, quia in omnibus locis eiusdem altitudinis vtriusque poli, sub qua horam astronomicam inuenisti, est èadem obliquitas, & quantitas horizontis OP, ac propterea eandem habes differentiam, siue distantiam, ab astronomica inuenta, &c.

Ratio inuentæ horæ Italicæ momēto eodē pro horis omnibus eiusdē, & oppositi paralleli.

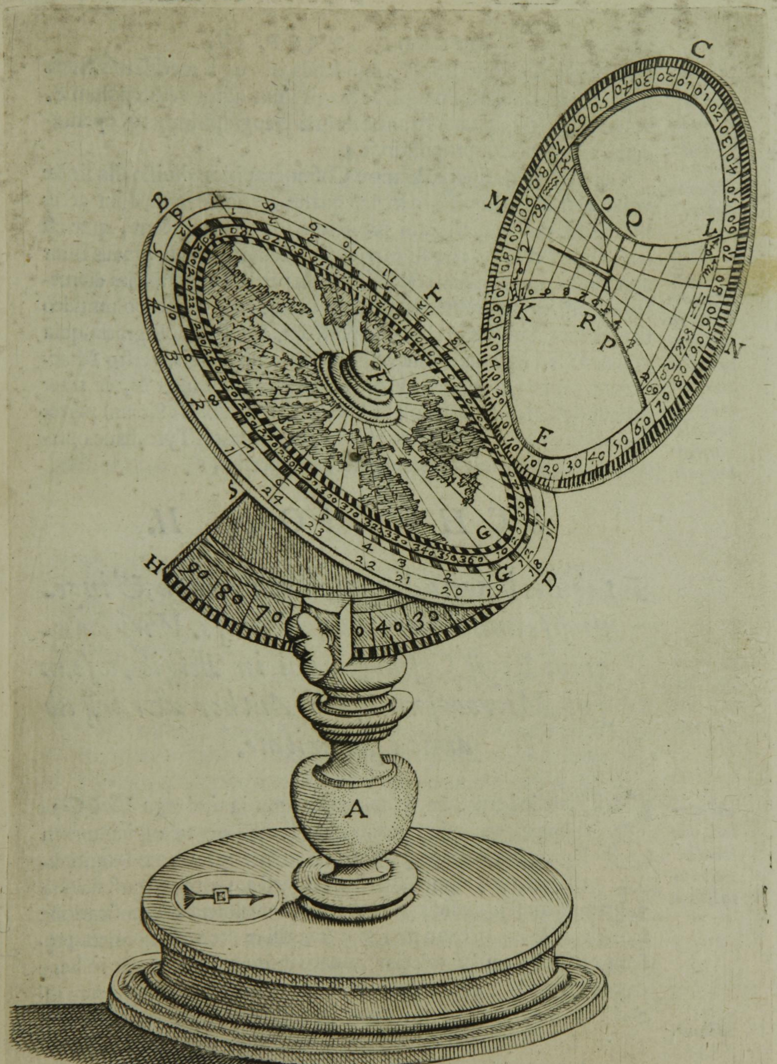
Pro hora italica vbiq; gentium eodē momento cognoscenda quid agendum.

4 Pro alijs verò vtriusque poli eleuationibus extra eleuationē, sub qua versaris, inuentà per prædicta in numero secundo, hora astronomicà, vt scias etiam Italicam nō licet vti obliqua OP, sed ipsa astronomica hora inuenta vertenda est in Italicam ea arte, quam habes in Ap. 9. Prog. 2. cap. 2. Pro qua facit cognitio arcuū diurnorum, & nocturnorum in omni eleuatione poli; cuius etiam rei singulare compendium habes in plano KL, in quo propterea horæ signatæ sunt numeris facientibus ad quantitatem arcuum interceptorum vtrinque inter obliquum horizontem OP. Vt hæc expressius intelligas, vide Ap. 9. prog. 2. cap. 5. vbi omnia clarissimè sunt exposita, atque ideo non hic frustrà iteranda.

Ra-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

1.6.272



E

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Ars inueniẽdi veros locorũ situs in Microcosmo.

Geographico circulo BSDT, diuidenda est vna è meridianis lineis in 90 gradus paulatim magis, ac magis imminutos versus polum F, vt habes in figuris citatæ Araneæ nostræ Geographicæ, atq; operandum, vt ibi docetur propositione 4.

Ratio graduũ inæqualium in diuisione rectilinei meridiani pro eleuationibus poli.

Cur verò in ijs figuris Araneæ Cosmographicæ diuisio illa lineæ vnius meridianæ sit per gradus inæquales, ratio est, quia dum arcus quadrantis circuli meridiani proijcitur in rectam lineam, quæ est semichorda eiusdem circuli meridiani, & dum singuli gradus illius arcus deducuntur in subiectam chordam per lineas parallelas diametro, quoniam illi gradus semper sunt obliquiores versus polum, ideò semper sunt minores in chordam proiecti. &c. Exempli gratia, quia gradus à C ad M semper sunt obliquiores, quò magis versus M accedunt, propterea proiecti in rectam interceptam inter M, & inter pedem styli (seu centrum plani KL) semper minores efficiunt partes diuisionum versus M. Figuræ aptiori applica tu, mi Tyro, hanc opticam theoricen, vt hìc indicata peruideas apertius.

SCHOLION II.

E tabulis longitudinum iuxta nouum, & ingeniosissimum inuentum Clariss. Viri Langreni Regij Cosmographi in Belgio, vsum sui Microcosmi optat Author Ærarij ab amicà posteritate.

Macula, seu facula Bettina in Lunà.

Scilicet in perpetuum monumentum grati animi erga Virũ Clarissimum, qui vni è maculis, seu faculis per tubospicillum in Luna conspicuis (è quarum illuminatione locorum longitudines venatur) nomen Bettinæ (Ærarij authore, nisi post factum vulgatum, conscio) indidit; ac, opinor, ea beneuolentiæ significatione monuit, vt animum extra mortalia præcelsum, ac verè nobilem præferat, ceu olim lunulati calcei nobilitatis insigne fuere. Pergat in bene cæptis exemplo Lunæ inanes canum latratus non audientis, dum illi nocturno strepitu auras diuerberant, opinor, lucẽ in Luna nõ ferentes.

Alciat. Embl.

— ET PERAGIT CVRSVS SVRDA DIANA SVOS.

Fr. Iohannes Riccius Mathesecon in Bononiensi Gymnasio publicus Lector, Langreni, & Bettini conciuis sui beniuolentissimus.

ARCVS.

Exodium horarium IV.

PROPOSITIO I.

Ab arcu temporis Astronomico tela Mortis horaria.

NVper in manus meas incidit autographum olim ab ipsomet Authore P. Christoforo Griembergero Societatis nostræ Roma transmissum ad non neminem iam vita perfunctum. Censui & ipsi Authori, & reipublicæ Gnomonicæ iniuriam, & detrimentum fieri, si diutius ingrato silētio inuolueretur tam ingeniosum, & exactum instrumentum vniuersale pro horarijs in muro describendis; in quo apparet præclarus vsus sphæræ armillaris, è qua duorum semicirculorum circumductu horæ Astronomicæ, atque ab horizonte inchoantes describuntur. Arcum appello, quia verè ab vtraque semiperipheria Meridiani, & Horizontis velut à gemino arcu Temporis filum, quasi sagitta, emissum per varios vtriusque arcus gradus, oppositum muri planum gnomonicè ferit & horas opticè proijcit in lineas, quæ & ipsæ quasi quædam Mortis tela sunt; quorum vnum incertum certò nos aliquando tandem confodiet. Ideo parati simus ad singula. Accipe iam quæ sequuntur ex Autographo: figuram, & verba Griembergeri bona fide posteritatis bono a nobis hic transmissa sunt sequentia.

Cur Arcus nomē huic exodio.

PROPOSITIO II.

Partes inſtrumenti.

a.a. SVnt duo ſtipites laterales, qui coniunguntur regula tranſuersâ g, & tabella ſemicirculari b, quæ refert planum libratum, quando ſtipites affixi muro reſpondent perpendiculo.

c. eſt primus Curſor circa axem h f vna cum ſuo fulcro d e mobilis, & firmatur cochleolâ i.

n m. eſt ſecundus curſor ita teres, vt intra fiſſuram prioris gyrari poſſit, & adduci, vel reduci ad centrum h. firmaturque cochlea n.

o u. eſt appẽdix mobilis circa axem p habentem cochleolam p.

V. eſt foramen, cui immittitur clauus T, qui affixus eſt quadranti S cum ſua cochlea, quæ in figura non eſt expreſſa, quia intelligitur exiſtere retro quadrantem.

S. eſt centrum quadrantis cum ſuo perpendiculo.

V. eſt craſſities quadrantis, cui affigitur circulus Aequinoctialis ABC, quem conuenit eſſe æreum, & debet eſſe ad angulos rectos cum ſuperficie quadrantis.

AC. eſt linea horæ 12, ſeu meridiana, & debet reſpondere eidem ſuperficiei quadrantis, vel ſaltem eidem æquidiſtare.

FG. HD. ſunt duæ regulæ ſibi mutuo cohærentes ad angulos rectos, ſuntque mobiles circà centrum E, vbi etiam poſſunt firmari cochleolâ ex parte inferiori circuli Aequinoctialis.

FG. eſt index horarius.

HD. ſuſtentat reliquas partes inſtrumenti mobilis. Omnia enim mouentur ad motum regularum FG, HD.

LEM. eſt Semicirculus Meridianus, cuius diameter LM ſemper æquidiſtat Aequatori, & ſemidiameter IE ſemper coincidit cum axe Mundi.

OPN eſt alius ſemicirculus, & poteſt vocari horizon mobilis, eſtq; affixus axi cilindrico IK, & radio ad ſemicirculum LEM.

EHK. eſt fulcrum affixum regulæ DH, ſuſtentans tum ſemicirculum LEM, tum axem IK.

K. eſt cochlea aſtringens ſemicirculũ OPN ſemicirculo LEM.

R eſt pyxis magnetica, qua dirigitur quadrans S ſecundùm poſitionem circuli Meridiani.

Pro-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

1.6.277

Ratio cur idem horizon nō faciat pro hora Italica vbiq; eodem tēpore cognoscenda.

Ratio theorica cur èadem obliqua OP non faciat pro horà Italicà etiam in alijs poli vtriusque eleuationibus, est quia pro varia vtriusque poli eleuatione variatur etiam obliquitas, & quantitas rectæ, siue horizontis transeuntis per centrum plani KL, atque ea varia quantitas inuestiganda est, & inuenienda ex varia quantitate arcuum diurnorum in varijs poli eleuationibus, scilicet ope plani KL, vt habes in Ap.9, Prog.3.cap.4,5.

Horam Babylonicā ex horizonte Italico inuenire.

Pro horis Babylonicis inseruiet idem horizon OP, si totam machinullam EC in tenui lamina elaboratam, & sub extremis O, P signatam geminis punctis in postica parte, ita inuertas circa cuspidem fixam sub E, vt partes, quæ sunt in M eant ad N, & quæ in N eant ad M, et postica pars Solem excipiat. Ac pari proportione operare, vt dictum est pro horis Italicis.

SCHOLION.

Cautio pro operationibus antedictis in Semestri Hyemali.

CVm planum Aequinoctiale BSDT sit eleuatum parallelus vero Aequinoctiali, & Sol in Semestri hyemali versetur infrà id planum, officiet vmbrà suà plano KL, ac proinde non licebit excipere Solem, qui radiet in stylum. &c. Remedium habes iuxtà cauta in Ap. 9. Prog. 3 cap. 6. Itaque in Semestri hyemali attolle peripheriam CMEN, infixo sub E stylo productiore ita, vt inter arcum sub E, & planum Aequinoctiale BD sit tanta distantia perpendicularis, quantà opus erit, vt stylus radijs solaribus affletur.

PROPOSITIO III.

Vsus Microcosmi pro horis Astronomicis, & ab horizonte inchoatis in quocūq; plano declināte, vel inclinato facillimè designandis.

Huius

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

1.6.272

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

HVius tertię propositionis vsus quoniam nihil hic habet noui, præter ea, quæ copiosè habes exposita in Ap. 9 Prog. 3, &c. vbi docemus horas in muris, & in alijs immobilibus planis describere ex nostro illo Instrumento facillimo, & vniuersali; propterea illuc te, mi Tyro, prouoco, vt hic tantum indicanda ibi videas in exemplis, & præceptis, & Theorijs explicata, & absoluta. Itaq; adducto E in D, & astronomicè collocato Microcosmo ad poli eleuationem, sub quà versaris, filum à vertice styli depẽdẽs vel traducito per extrema linearum parallelarum in plano KL ad contactum muri oppositi; vel, si velis vti vnica horaria lineà, puta intermediâ QR, filum traducito per Q, & per R extrema ipsius rectæ QR circumductæ, moto E per oram circuli BSDT ad singulas horas Astronomicas. &c.

Pariter pro horis Italicis circumduces obliquam OP, moto E ad horas Italicas in orà circuli BSDT notatas, quarum extrema puncta per O, & P in muro notata iunges rectis lineis, & suis numeris subsignabis. &c. Pro horis ab horizonte ortiuo siue Babylonicis, inuertenda erit peripheria MN, & in ea planum KL, vt prædictum est in fine numeri 4 propos. 2 antecedentis, & proportionaliter operandũ, vt modo dicebam pro horis Italicis. Vide cit. Ap. 9. &c.

SCHOLION I.

Vsus alij non horarij machinulæ nostræ Microcosmicæ indicati.

Arcus diurni ĩ quacũq; eleuatione ex Microcosmo. Meridianam ducere è Microcosmo. Poli eleuationẽ inuenire in Microcosmo. Latitudines horizõtales è Microcosmo.

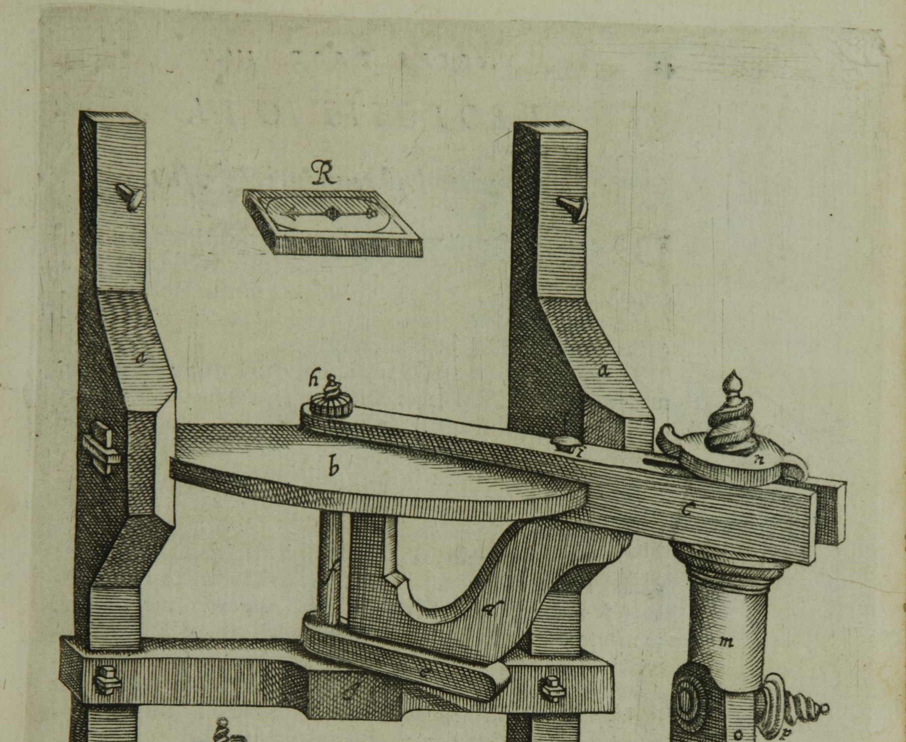
1 PRæter antecedentis Microcosmi horarios vsus, & indicatũ in Apiarijs vsum plani KL pro inueniẽdis arcubus diurnis ad quamlibet Poli eleuationem, vide in Ap. 9 alios etiã vsus partim astronomicos, velut pro ducenda linea meridiana in planis horizontalibus, & pro poli altitudine inuenienda, pro latitudinibus horizontalibus. &c. Ap. 9, Progym. 2. cap. 4, 5, 6. Progym. 3. cap. 7; partim Geographicos Ap. 9. Prog. 2, cap. 5. In primis plura alia Geographica indicata vide in fine Ap. 12, vbi Aranea Cosmographica, propos. 8.

2 Quod verò pertinet ad inuenienda puncta variæ vtriusque poli eleuationis in singulis meridianis pro recta locorum collocatione in

Geo-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

1.6.277



F

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

PROPOSITIO III.

Constructio Instrumenti, & vsus.

PRimo opus est vt planum Quadrantis S respondeat meridiano. Secundo, vt filum perpendiculi cum latere SG faciat angulũ complemẽti altitudinis Poli. Quæ omnia assequemur beneficio cursorum, perpendiculi, & pyxidis magneticæ. Et hoc facto, Aequinoctialis ABC habet suam positionem debitam.

Tertio. Quando regula FG applicatur, v.g. Horæ 3 astronomicæ, tunc semicirculus LEM habet eum situm, quem circulus horæ 3 in Sphæra. Et idcircò si tunc secundum eiusdem semicirculi superficiẽ extendatur filum vsque ad murum, siue transeat per centrum I, siue non, designabit idem filum in muro punctum horæ 3. &, si plura hoc modo puncta designẽtur, omnia sunt in linea rectà indicante horam 3. Eademq; est ratio de omnibus alijs.

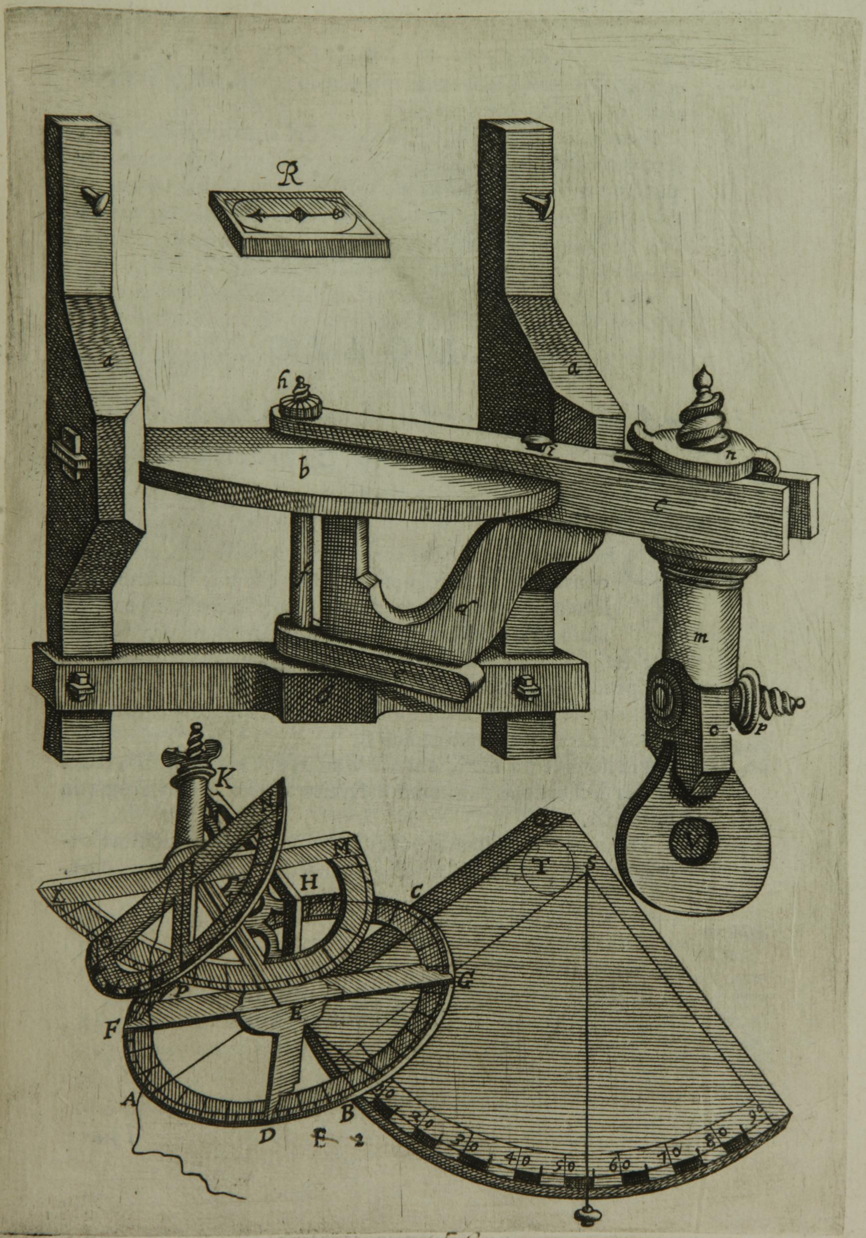
Quarto horis ab ortu, vel occasu seruit semicirculus OPN hoc modo. Pro hora 24 ponitur regula FG suprà horam 12 astronomicam, & in quadrante ME, vel LE, prout ratio exigit, numeratur, v. gra. arcus LO complementi altitudinis, poli, eoque deducitur diameter OIN. Sic enim semicirculus OPN refert semicirculum horizontis vel orientalem, vel occidentalem. Et ideò filum extensum per eiusdem semicirculi superficiem designat in muro lineam horizontalem, seu lineam horæ 24 ab ortu, vel occasu.

Immo idem semicirculus OPN eo modo, quo dictum est, constitutus potest referre quemcunq; alium circulum horæ ab ortu, vel occasu, si successiuè regula EF applicetur alijs, atq; alijs horis astronomicis. Et horam quidem ab ortu, vel occasu primam referet, quando radius FG steterit supra horam primam astronomicam; secundam quando supra secundam &c. vt patet è Sphæra.

Circuli enim horarum ab ortu, & occasu nihil sunt aliud, quàm Horizon ad motum primi mobilis circumductus.

Quinto puncta Tropicorum, vel quorumcunq; aliorum: punctorum Eclypticæ inueniuntur beneficio vtriusq; semicirculi. Si enim in semicirculo LIM ab L, & M versus E computetur declinatio puncti propositi, & per puncta declinationis propè centrum I extendatur filum vsq; ad parietem, illic habebitur punctum quæsitum, quamcunq; habeat positionem semicirculus LEM in Æquatore ABC. Vnde

1.6.277



F 12

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

de patet Tropicos desumi posse inueniendo puncta tam in lineis horarijs, quàm extrà lineas horarias.

Idem assequemur si in semicirculo OPN dicto modo constituto, loco declinationis, numerentur ad vtranq; partem semidiametri IP punctorum Eclypticæ latitudines ortiuæ. Filum enim eductū ex cētro I per huiusmodi puncta latitudinum, dummodo semicirculus habeat positionem alicuius circuli horarij ab ortu, vel occasu, disignat necessariò in muro punctum pro arcu illius puncti Eclypticæ.

Doctè, ingeniosè, ac exactè, vt semper, prædicta Griembergerus.

SCHOLION.

Adiumenta pro vsu Arcus ad horas ab horizonte, & à meridiano, & pro eleuatione poli. &c.

PRo vsu arcus OPN ad horas ex horizonte signandas in muris opus est tabella latitudinum horizontalium ad quamlibet poli eleuationem, quàm tabellam habes, præter alios, apud. Clauium inter tabellas alias facientes ad Gnomonicen.

Sin autē careas eà tabella, habes in promptu apud nos organicum compendium in Microcosmi plano KL, iuxta indicata in Scholio post propositionem 3 exodij 3 antecedentis, & iuxta exposita in Ap. 9 prog. 2. corollar. in fine capitis 5.

Pro horis verò à meridiani LEM arcu, siue astronomicis, faciet tabella declinationis punctorum eclypticæ apud nos Ap. 9. Prog. 1. in fine cap. 6.

Pro inuētione altitudinis polaris habes vsum è Microcosmo iuxta citata ex Apiarijs in Shol. post propos. 3. exodij antecedentis, nu. 1.

TYMPANVM.

Exodium horarium V.

PROPOSITIO I.

Tympani, siue aquarij Authomatis ingeniosissimi, ac simplicissimi horaria operatio.

1 Qvemadmodum in antecedentibus Exodijs horarijs vsus aliquos Gnomonicos prodidimus ex Astronomia, cuius aliqua cognitione inter nostram Geometricam Methodũ imbuendos Tyrones censuimus; ita si Astronomicis institutionibus aliquid etiam è Machinaria Philosophia libeat addere siue ex Aristotelis libro de Mechanicis, siue ex alijs neotericis Authoribus circa pondera, & Machinas geometricè philosophantibus, vt vsum aliquem eius scientiæ iucundum, ac facilem habeant, libuit quintum hoc horarium Exodium apponere, in quo, sublatis operosissimis tot rotarum dẽticulatarum compactionibus, & implexionibus, sine vllis rotis, præsertim ferreis, aut aliter æreis, solà aquà inclusà solidæ, ac tenuis laminæ tympano (à cuius expressa figura nomen huic Exodio fecimus) & addito æquipondio, horæ ostẽduntur, atque etiam pulsantur, mirificà quidem, atque ingeniosissimà, simplicissima tamen arte, quam in sequentibus prodenus. Propter facilem eius Machinæ constructionem, & constructæ circunlationẽ, ea vsui, atque in promptu esse poterit Militibus in Castris. Ad quos enim Tympanum magis, quàm ad milites pertinet? Aqua (cuius rara est inopia, præsertim in classibus) modò non desit, nec deerit pro æquipõdio bellici alicuius tormenti pila vel ferrea, vel marmorea, nec aberit copia funis, saltem illius, quo accenso exploduntur bombardæ.

Vnde nomen tympani huic exodio 5.

Authoma hoc horariũ aptissimũ militibus.

2 Habui nuper hìc Bononiæ in cubiculo formam, quam hìc videbis, Authomatis propositi Ingeniosissimi, ac facillimi huius inuenti cognitione (quæ adhuc ad paucos manauit, apud quos sunt, ac vidi ego aliqua exemplaria in hac vrbæ ac alibi) priuandam non censui posteritatem, ac præcipuè Chinenses Philosophos, Europæarum in-

In gratiã præcipuè Chinensiũ vulgatur hoc Authoma.

uen;

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Huius Authomatis Author anonymus.

Nō nupera huius Authomatis inuentio.

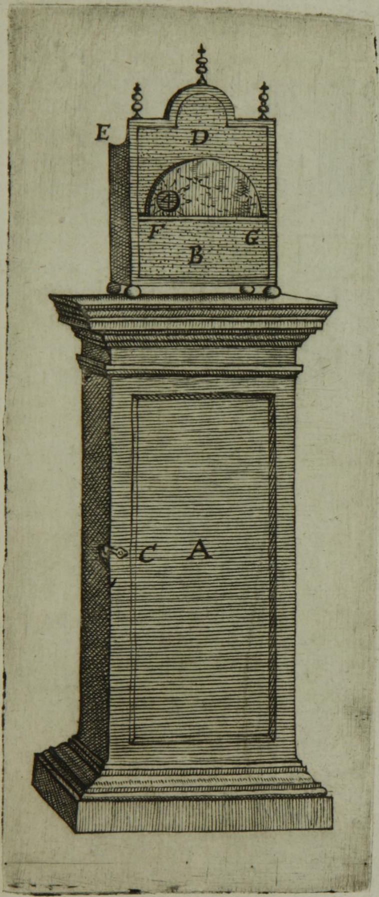
uentionum admiratores, atque auidè appetentes, quibus meę Religionis Socij Mathematicarum ſcientiarū occaſione, veræ fælicitati aditum iam pridem fælici euentu,& feraci cum fidei Catholicæ prouentu aperiunt. Nullius Authoris iuribus hac vulgatione fit iniuria, dum nulli certò compertus habetur (quicumq;, olim fuerit,ſuam illi laudem non inuideo)qui primus horariam hanc machinam ſitmolitus. Quem certe noſtri æui non fuiſſe (præter cætera) produnt inſcriptiones numerariæ ab aliquibus fide dignis viſæ, quæ in aliqua huius generis Machina ſunt Anni 1535. Atq; ego aliqua vidi alicubi tympana eiuſmodi aquaria , & horaria , quę adeò antiquitatem olebant , vt colores viſu quaſi penitus obliterati circa ea vix apparerent. Non inficior tamen & hanc, quę apud me nuper fuit, & alias aliquas ad exemplaria vetera eſſe noſtris etiam temporibus fabrefactas eiuſmodi machinas. Quo in genere præ alijs Domini Horatij Seraphini militum Tribuni plurimum ſe prodidit manuum,& ingenij induſtria. Veniamus ad machinam.

3 Machina eſt AB eiusformę,quā in appoſita vides figura. Ligneę cauæ quadrilaterę columellæ A adapertili ad C impoſitū eſt Authoma BE;cuius ipſa facies,ſeu planum BD inciſū eſt,habetq;quaſi apertā feneſtram ſemicircularem, intrà quam planū ſemicirculi apparet, in quo eſt oculus radioſus quaſi ſol , vbi numerus (pro exemplo) 4, qui rectilineæ ſectionis, quaſi horizontis, prope alterum extremum F collocatus,tacitè circulariter cum plano ſemicirculi mouetur, & ab F oriendo, & verſus D progrediendo, atq; inde ad G occidendo, ſpatium vnius horæ abſumit; dumq; in G occidit, & celeri motu intrà, & infrà GBF properat, auditur campanulæ tinnitus reſonantis numerum horæ, quæ incipit; ſimulq; apparet in orientali puncto ſupra F rurſus ocellus radioſus inſcriptus mutato numero, puta 5 ,indicante horam recens pulſatam , & labentem cum radioſo foramine , & plano ſemicirculari intrà BD.

Itq;, reditq; viam toties,ac totidem horis, quot partibus 24 æqualibus Sol verus in cælo circa terrarum orbem circulatur. Itaq; ſi, hora non auditâ , videre ſit opus quænam labatur, eam pro indice intrà picti Solis ocellum numerus exhibet, qui toties mutatur , quoties in Authomate poſt occaſum repentè renaſcitur. Atq; hæc quod ad primam hanc propoſitionem de operatione horaria Tympani à me aquarij appellati,quia,vt inferius videbis, aquæ intus tranſmeantis, quaſi animæ motu cietur.

Sed mirificæ ſimul,ac ſimpliciſſimæ artis eſt modus,quo, ſine rotis, hora quælibet & pulſatur , & intra foramen radioſum ex ordine nu-

merus



meris mutatur, ceu mox in apertà, & in partes diſtinctà machinà patefiet.

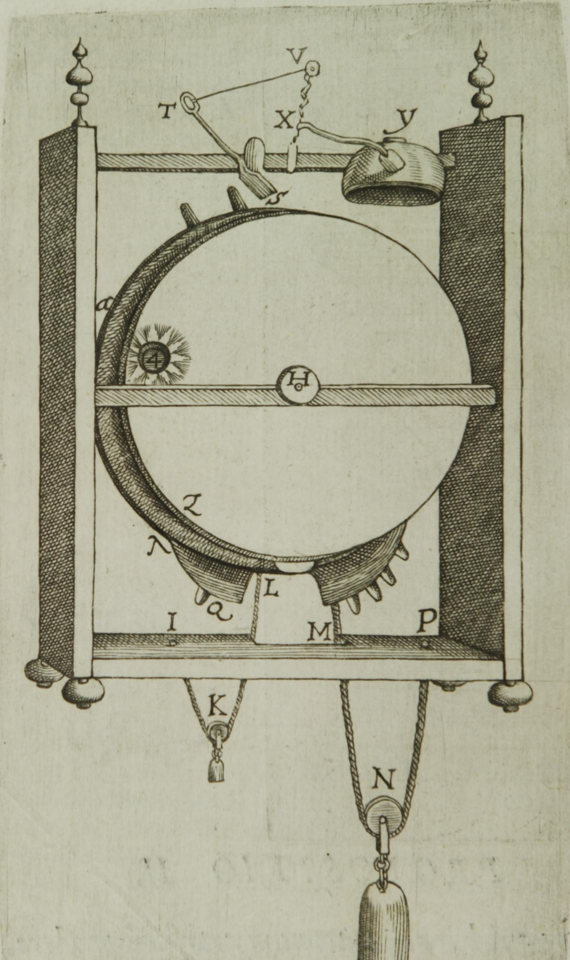
Præter indicatam, & inferius magis exponendam ingenioſam huius Authomatis ſimplicitatem, taceo alia commoda, quæ experiri licet, ſi quis paret domi ſibi ſimilem. Caret rotarum multitudine, ſtrepitu, ærugine, &c. nec eget maiori curà, quàm authomata rotata, & dentata. Facilè paratur, & reparatur. &c.

Commoda aliqua machinæ.

PROPOSITIO II.

Tympani horarij externum artificiũ prodere.

IN antecedenti prima propositione Tympani occulti operationem horariam indicauimus, hìc aperti ar tem sa ltem externam prodemus.

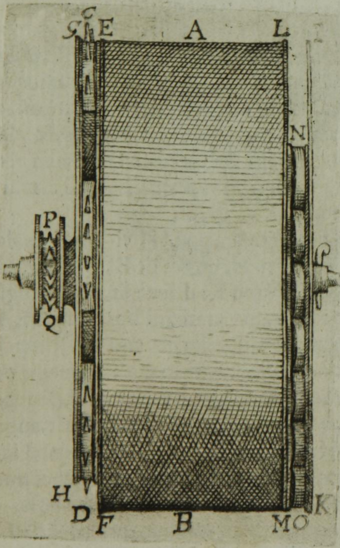


Itaqꝫ

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2

Itaq; subducta præcedentis figuræ columella A, & sublato plano BD, quasi aperta facie, apparet expressa forma tympani per centrum traiecti ab axe, cuius polus apparens H; circa alterum polum non apparentem it funis IKLMNP, cuius duo extrema infixa in I, & P. Trochleola (si lubet ærea) K cum exiguo pondere funem leuiter tē-dit, vt vltra L adhæreat circa polum occultum. At pondus maius sub trochlea N dū funem detrahere nititur, axem asperatum, & quasi dēticulatum (vt videbis in sequenti figura) vnà cum tympano mouet, & numerus 4 ascendit, & post tympanū asseres mobiles, ac ex ligno, ferro ve dentati (quorum formam, & artem inferius prodemus, & quales aliquos vides dependentes Q, R) dum impingūt in mobilem, ac cedentem laminam S, ea, cōnexis manubrijs T, V, X adductis, malleolum ad horarum pulsum eleuat in latere campanulæ Y.

Ars numeri mutati in foramine vbi 4 (quam aperiam in 4 propos.) latet sub plano circulari S 4 Z; quemadmodum & ars (de qua item in 4 prop.) asserum dentatorum sub plano tympani opposito S αλ.



Antequam singulas tympani partes exponam, hic eas compactas etiam à latere lubet proponere. Vides in tertia hic apposita figura tympani dorsum, atq; alterum latus AB. Sub postica parte latētes dentati asseres sunt C, D interclusi, ac mobiles inter duo plana, quorum alterum est occludēs immediatè tympanum, nempè EF, alterum extimum, atq; adnexum GH. Inter duo pariter similia, similiterque posita circularia plana IK, LM ex anteriore tympani parte interclusi sunt mobiles asserculi NO, in quibus signatæ sunt notæ horarū numerariæ. Quorum asserum artem seorsim videbis inferius in 5, & 6 figuris.

PQ est pars axis asperata mucronibus, quibus imposita chorda dum distinetur, atq; ab annexo pondere detrahitur, mouet axem, ac tym-

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL. 1.6.277 vol.2